

ఇంటర్మీడియట్ గణిత శాస్త్రం మోడల్ పేపర్(1A)

గణిత శాస్త్రం I(A)

Time: 3 Hours

Max. Marks: 75

Section - A

i. అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

i. అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii. ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు. **10 × 2 = 20**

1. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $f : A \rightarrow B$ సంగ్రహం అయి, $f(x) = x^2 = x^2 + x + 1$ గా నిర్వహిస్తే Bను కనుగొనండి.

2. వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)(x+3)}$ ప్రదేశం కనుగొనండి.

3. $\begin{bmatrix} x-3 & 2y-8 \\ z+2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & a-4 \end{bmatrix}$ అయితే x, y, z, a విలువలు కనుగొనండి.

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ అనే మాత్రిక కోరిని కనుగొనండి.

5. $a = 2i + 5j + k$, $b = 4i + mj + nk$ లు సరేఖీయ సదిశలైతే m, n విలువలను కనుగొనండి.

6. $2i + j + 3k$, $-4i + 3j - k$ బిందువులను కలిపే రేఖ సదిశా సమీకరణాన్ని కనుగొనండి.

7. $2i + dj - k$, $4i - 2j + 2k$ అనే సదిశలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటే d విలువను కనుగొనండి.

8. $\sin 330^\circ \cos 120^\circ + \cos 210^\circ \sin 300^\circ$ విలువ కనుగొనండి.

9. $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$ అని రుజువు చేయండి.

10. $\sinh x = 3$ అయితే $x = \log_e (3 + \sqrt{10})$ అని చూపండి.

Section-B

ii. స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

i. ఏవైనా 5 ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii. ప్రతి ప్రశ్నకు 4 మార్కులు. **5 × 4 = 20**

11. $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ అయితే

$(aI + bE)^3 = a^3I + 3a^2bE$ అని చూపండి.

12. a, b, cలు అతలీయ సదిశలైతే $-a + 4b - 3c$, $3a + 2b - 5c$, $-3a + 8b - 5c$, $-3a + 2b + c$ అనే బిందువులు సతలీయాలు అని చూపండి.

13. సదిశా పద్ధతిలో అర్ధవృత్తంలోని కోణం లంబకోణం అని చూపండి.

14. $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{a + b}{a - b}$ అయితే $a \tan \beta = b \tan \alpha$ అని చూపండి.

15. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ ను సాధించండి.

16. $\sin\left(\cos^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13}\right)$ విలువను కనుగొనండి.

17. $(b-c)^2 \cos^2 \frac{A}{2} + (b+c)^2 \sin^2 \frac{A}{2} = a^2$ అని

చూపండి.

Section-C

iii. దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు

i. ఏవైనా 5 ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ii. ప్రతి ప్రశ్నకు 7 మార్కులు. **5 × 7 = 35**

18. $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలైతే $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$ అని చూపండి.

19. గణితానుగమన సూత్రాన్ని ఉపయోగించి ప్రతి $n \in \mathbb{N}$ కు $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (a + (n-1)d)$ (n పదాల వరకు) $= \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ అని రుజువు చేయండి.

$$20. \begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^2$$

అని చూపండి.

21. క్రామర్ పద్ధతిని ఉపయోగించి $x + y + z = 1$, $2x + 2y + 3z = 6$, $x + 4y + 9z = 3$ సమీకరణాలను సాధించండి.

22. $a = 2i + j - 3k$, $b = i - 2j + k$, $c = -i + j - 4k$, $d = i + j + k$ అయితే $|(a \times b) \times (c \times d)|$ ని గణించండి.

23. A, B, Cలు త్రిభుజ కోణాలయితే $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$ అని చూపండి.

24. ΔABC లో $r_1 = 8$, $r_2 = 12$, $r_3 = 24$ అయితే a, b, cలను కనుగొనండి.

గమనిక:

గణిత శాస్త్రం I(A)లో రెండు విభాగాలుంటాయి (1) బీజ గణితం (2) త్రికోణమితి.

- బీజ గణితంలో 5 అధ్యాయాలు, త్రికోణమితిలో 5 అధ్యాయాలు మొత్తం పది అధ్యాయాలు ఉంటాయి.
- బీజ గణితంలో మాత్రికలు ముఖ్యమైన అధ్యాయం. ఈ అధ్యాయం నుంచి రెండు వ్యాసరూప ప్రశ్నలు, ఒక స్వల్ప, రెండు అతి స్వల్ప ప్రశ్నలు వస్తాయి.
- మాత్రిక నిర్ధారకాల ధర్మాలనుపయోగించి సాధించే సమస్యలు, మాత్రికల గుణకారం, కోరి కనుగొనుట, మాత్రికా సమీకరణాల సాధన పద్ధతులు (1) క్రామర్ పద్ధతి (2) మాత్రికా విలోమ పద్ధతి (3) గౌస్ జోర్డాన్ పద్ధతులను ప్రాక్టీస్ చేయాలి.
- త్రిభుజ ధర్మాలు సూత్రాల మీద అవగాహన కలిగి ఉండాలి. వ్యాసరూప ప్రశ్నకోసం r_1, r_2, r_3 లు ఇస్తే a, b, cలను కనుగొనడం, a, b, cలు ఇస్తే r_1, r_2, r_3 లను కనుగొనే సమస్యలు సాధించాలి.

అధ్యాయాలు - మార్కులు

- ప్రమేయాలు: $(7 + 2 + 2 = 11$ మార్కులు)
- సదిశల సంకలనం: $(4 + 2 + 2 = 8$ మార్కులు)
- సదిశల గుణకం: $(7 + 4 + 2 = 13$ మార్కులు)
- త్రికోణమితియ నిష్పత్తులు, పరివర్తనాలు: $(7 + 4 + 2 + 2 = 15$ మార్కులు)
- త్రికోణమితియ సమీకరణాలు: $(1SQ = 4$ మార్కులు)
- త్రిభుజ ధర్మాలు: $(7 + 4 = 11$ మార్కులు)