

Total No. of Questions – 24

Regd.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Total No. of Printed Pages - 4

No.

Part – III
MATHEMATICS, Paper – I(A)
(Telugu Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

గమనిక : ఈ ప్రశ్నపత్రం నందు A, B మరియు C అను మూడు విభాగములున్నాయి.

SECTION – A

10 × 2 = 20

I. “అతి స్వల్ప” సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయవలెను.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ అయితే $f: A \rightarrow B$ సంగ్రహ ప్రమేయం $f(x) = x^2 + x + 1$ గా నిర్వచిస్తే B, కనుగొనండి.

2. $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \frac{x+1}{2} \forall x \in \mathbb{R}$ అయితే $(gof)(x)$ ను కనుక్కోండి.

3. $\begin{bmatrix} x-3 & 2y-8 \\ z+2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & a-4 \end{bmatrix}$ అయితే x, y, z, a ల విలువలు కనుక్కోండి.

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు కోటి కనుక్కోండి.

5. $\bar{a} = 2\bar{i} + 4\bar{j} - 5\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = \bar{j} + 2\bar{k}$ అయితే $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$ సదిశకు అభిముఖ దిశలో యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.
6. $\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}$, $-5\bar{j} - \bar{k}$, $-3\bar{i} + 5\bar{j}$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
7. $\lambda\bar{i} - 3\bar{j} + 5\bar{k}$, $2\lambda\bar{i} - \lambda\bar{j} - \bar{k}$ సదిశలు పరస్పరం లంబ సదిశలైతే λ ను కనుక్కోండి.
8. $\sin \theta = \frac{4}{5}$, θ మొదటి పాదములో లేకపోతే $\cos \theta$ విలువను కనుక్కోండి.
9. θ అనేది $\frac{\pi}{2}$ పూర్ణాంక గుణిజం కాకపోతే $\tan \theta + 2 \tan 2\theta + 4 \tan 4\theta + 8 \cot 8\theta = \cot \theta$ అని నిరూపించండి.
10. $\tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \log_e 3$ అని చూపండి.

SECTION - B

II. "స్వల్ప" సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 4 = 20

- (i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ అయితే $\text{adj } A = 3A'$ అని చూపి A^{-1} కనుక్కోండి.

12. \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} లు అతలీయ సదిశలైతే $6\bar{a} - 4\bar{b} + 4\bar{c}$, $-4\bar{c}$ బిందువులకు కలిపే రేఖ, $-\bar{a} - 2\bar{b} - 3\bar{c}$, $\bar{a} + 2\bar{b} - 5\bar{c}$ బిందువులను కలిపే రేఖల ఖండన బిందువు $-4\bar{c}$ అని చూపండి.

13. $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} - 4\bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ అయితే $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot (\bar{b} \times \bar{c})$

కనుక్కోండి.

14. $\left(1 + \cos \frac{\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{10}\right) \left(1 + \cos \frac{9\pi}{10}\right) = \frac{1}{16}$ అని నిరూపించండి.

15. $p \neq \pm q$, $\cos p\theta + \cos q\theta = 0$ సమీకరణం సాధనలు రెండు అంకశ్రేణులు అవుతాయని చూపి, వాటి వదాంతరాన్ని కనుక్కోండి.

16. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$ అని ఋజువు చేయండి.

17. ΔABC లో $a = (b + c) \cos \theta$ అయితే $\sin \theta = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c} \cos \frac{A}{2}$ అని నిరూపించండి.

SECTION - C

III. "దీర్ఘ" సమాధాన తరహా ప్రశ్నలు.

5 × 7 = 35

(i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలు అనుకొందాము. అప్పుడు $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ అని నిరూపించండి.

19. గణితాను గమన పద్ధతిని ఉపయోగించి ప్రతీ $n \in \mathbb{N}$ కు

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \quad (n \text{ వదాల వరకు}) = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}, \quad r \neq 1 \text{ అని నిరూపించండి.}$$

20. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} 2bc - a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ac - b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab - c^2 \end{vmatrix} = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)^2$ అని చూపండి.

21. $x - y + 3z = 5$, $4x + 2y - z = 0$, $-x + 3y + z = 5$ సమీకరణ వ్యవస్థను క్రామర్ నియమం ఉపయోగించి సాధించండి.

22. \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} లు సహాసానికి భుజాలుగా గల చతుర్ముఖి ఘనపరిమాణం $\frac{1}{6} |[\bar{a} \ \bar{b} \ \bar{c}]|$ అని చూపండి.

23. $A + B + C = 0$ అయితే, $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \sin A \sin B \sin C$ అని రుజువు చేయండి.

24. ΔABC లో $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$ అయితే, $R = \frac{65}{8}$, $r = 4$, $r_1 = \frac{21}{2}$, $r_2 = 12$, $r_3 = 14$

అని చూపండి.