

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III

MATHEMATICS

Paper II(B)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

నూచన:— ఈ ప్రశ్నపత్రంలో A, B, C అను మూడు విభాగములు కలవు.

విభాగము-A

10×2=20

I. అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు..

1. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 8^2$ వృత్తానికి పరామితీయ సమీకరణాలు కనుక్కోండి.
2. P(3, 5) బిందువు వద్ద $S \equiv x^2 + y^2 - 10x - 2y + 6$ వృత్తానికి అభిలంబరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.
3. $x^2 + y^2 - 5x - 14y - 34 = 0$, $x^2 + y^2 + 2x + 4y + k = 0$ వృత్తాలు లంబ వృత్తాలయితే 'k' విలువ కనుక్కోండి.
4. $y^2 = 6x$ పరావలయానికి $2y = 5x + k$ స్పర్శ రేఖ అయితే k విలువ కనుక్కోండి.
5. $16y^2 - 9x^2 = 144$ అతిపరావలయానికి ఉత్కేంద్రత, నాభిలంబం పొడవు కనుక్కోండి.
6. $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1 + x^2} dx$, $x \in \mathbb{R}$ సమాకలనిని గణించండి.

7. $\int e^x \left[\frac{1 + x \log x}{x} \right] dx, x \in (0, \infty)$ ను గణించండి.

8. $\int_0^{\pi} \sqrt{2 + 2 \cos \theta} d\theta$ ను గణించండి.

9. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x dx$ ను గణించండి.

10. $x^{1/2} \left[\frac{d^2 y}{dx^2} \right]^{1/3} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$ పరిమాణం తరగతి కనుక్కోండి.

విభాగము-B

5×4=20

II. స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవైన ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $x^2 + y^2 - x + 3y - 22 = 0$ వృత్తం $y = x - 3$ రేఖపై ఏర్పరచే జ్యా పొడవును కనుక్కోండి.

12. క్రింది వృత్తాలతో ఏర్పడే మూలకేంద్రాన్ని కనుక్కోండి. :

(i) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$

(ii) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 1 = 0$

(iii) $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0.$

13. నాభి లంబం పొడవు $\frac{15}{2}$, నాభుల మధ్య దూరం 2 గా గల దీర్ఘవృత్తం సమీకరణం ప్రామాణిక రూపంలో కనుక్కోండి.

14. దీర్ఘవృత్తం $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) కేంద్రం C. దీర్ఘవృత్తపు స్పర్శరేఖ దీర్ఘ, ప్రాస్వాక్షాలను వరుసగా M మరియు N ల వద్ద ఖండిస్తే $\frac{a^2}{(CM)^2} + \frac{b^2}{(CN)^2} = 1$ అని చూపండి.
15. $x^2 - 4y^2 = 4$ అతిపరావలయానికి ఉత్కేంద్రత నాభులు, నియతరేఖల సమీకరణాలు, కేంద్రం నాభిలంబం పొడవు కనుక్కోండి.
16. $y = \sin x$ మరియు $y = \cos x$ వక్రాల రెండు వరస ఖండన బిందువుల మధ్య పరిబద్ధమైన ప్రదేశం వైశాల్యం కనుక్కోండి.
17. $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = e^{\tan^{-1} x}$ అవకలన సమీకరణంను సాధించండి.

విభాగము-C

5×7=35

III. దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు.

- (i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.
18. (3, 4), (3, 2), (1, 4) బిందువుల గుండా పోయే వృత్త సమీకరణంను కనుక్కోండి.
19. $x^2 + y^2 + 22x - 4y - 100 = 0$ మరియు $x^2 + y^2 - 22x + 4y + 100 = 0$ వృత్తాల ప్రత్యక్ష ఉమ్మడి స్పర్శరేఖలు కనుక్కోండి.
20. పరావలయం $y^2 = 4ax$ ($a > 0$) పై (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) బిందువుల వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యం $\frac{1}{16a} |(y_1 - y_2)(y_2 - y_3)(y_3 - y_1)|$ అని ఋజువుచేయండి.
21. $\int \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{4 \cos x + 5 \sin x} dx$ ను గణించండి.

22. పూర్ణాంకం $n \geq 2$, $I_n = \int \tan^n x \, dx$ కు లఘూకరణ సూత్రం రాబట్టండి. దాని నుంచి $\int \tan^6 x \, dx$ ను గణించండి.

23. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x} \, dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$ అని చూపండి.

24. $(x^2y - 2xy^2)dx = (x^3 - 3x^2y)dy$ అవకలన సమీకరణాన్ని సాధించండి.