

167

I

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III
MATHEMATICS
Paper I(A)
(Telugu Version)

Time : 3 Hours**Max. Marks : 75**

గమనిక :— ఈ ప్రశ్న పత్రంలో A, B, C అను మూడు సెక్షన్లు కలవు.

SECTION A

10×2=20

I. అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు..

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $A = \left\{ 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\}$. $f : A \rightarrow B$ సంగ్రహం అయి, $f(x) = \cos x$, గా నిర్వచిస్తే B కనుక్కోండి.

2. $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, $f(x) = 5x + 4$ గా ప్రతి $x \in \mathbb{Q}$ కు నిర్వచిస్తే f^{-1} కనుక్కోండి.

3. $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$, అయితే $A^2 = -I$ అని చూపండి. ($i^2 = -1$).

4. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & x & 7 \end{bmatrix}$ ఒక సౌష్ఠవ మాత్రిక అయితే x విలువ ఎంత?

5. $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ మరియు $\vec{b} = 4\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$ లు సరేఖీయ సదిశలు అయితే m, n లను కనుక్కోండి.
6. $2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ మరియు $-4\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. బిందువులను కలిపే రేఖ సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
7. $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$ మరియు $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{k}$ లు ఆసన్న భుజాలుగా, గల సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.
8. $\tan 20^\circ = \lambda$ అయితే $\frac{\tan 160^\circ - \tan 110^\circ}{1 + \tan 160^\circ \cdot \tan 110^\circ} = \frac{1 - \lambda^2}{2\lambda}$ అని నిరూపించండి.
9. అవర్తనం $\frac{2}{3}$ గా గల ఒక sine ప్రమేయాన్ని కనుక్కోండి.
10. $\cosh x = \frac{5}{2}$, అయితే (i) $\cosh (2x)$, (ii) $\sinh (2x)$ విలువలు కనుక్కోండి.

SECTION B

5×4=20

II. స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ అయితే : $A^2 - 4A - 5I = 0$ అని చూపండి.

12. ABCDEF క్రమవక్రం కేంద్రం 'O' అయితే

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 3\vec{AD} = 6\vec{AO} \text{ అని చూపండి.}$$

13. $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - \vec{j}$ మరియు $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ సదిశలను అంచులుగా గల చతుర్ముఖి ఘనపరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

14. $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$ అని నిరూపించుము.
15. $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \sqrt{3}$ సాధించండి.
16. $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{65}$ అని రుజువు చేయండి.
17. ΔABC లో $\sin \theta = \frac{a}{b+c}$ అయితే:

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c} \cos \frac{A}{2} \text{ అని చూపండి.}$$

SECTION C

5×7=35

III. దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు.

- (i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.
18. $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ లు ద్వీగుణ ప్రమేయాలు అయితే :
 $g \circ f : A \rightarrow C$ ద్వీగుణ ప్రమేయం అని నిరూపించుము.
19. గణితానుగమన పద్ధతిని ఉపయోగించి ప్రతీ $n \in \mathbb{N}$ కు

$$1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + \dots \dots \dots (n \text{ పదాలవరకు}) \\ = \frac{n(n+1)^2(n+2)}{12} \text{ అని రుజువు చేయండి.}$$

20.
$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3 \text{ అని చూపండి.}$$

21. క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థను క్రేమర్ నియమం ఉపయోగించి సాధించుము. :

$$2x - y + 3z = 9, x + y + z = 6, x - y + z = 2.$$

167

(3)

P.T.O.

22. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, నదికలైతే $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$

$|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$ లను కనుక్కోండి.

23. A, B, C లు త్రిభుజ కోణాలయితే

$$\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} - \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \text{ అని చూపండి.}$$

24. ΔABC లో $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$ అయితే

$$R = \frac{65}{8}, r = 4, r_1 = \frac{21}{2}, r_2 = 12, r_3 = 14 \text{ అని చూపండి.}$$