పంపులు - ట్యాంకులు

- ఒక పంపు x గంటల్లో ట్యాంకును నింపితే గంటలో ట్యాంకు నిండే భాగం $=\frac{1}{x}$
- నిండుగా ఉన్న ట్యాంకును y గంటల్లో ఒక గొట్టం ఖాళీ చేస్తే 1 గంటలో ట్యాంకులో ఖాళీ అయ్యే భాగం $=\frac{1}{y}$
- ఒక ట్యాంకును x గంటల్లో ఒక గొట్టం నింపగలిగి, y గంటల్లో మరో గొట్టం పూర్తిగా నిండిన ట్యాంకును ఖాళీ చేయగలిగితే, అప్పుడు రెండు గొట్టాలను ఒకేసారి తెరిస్తే 1 గంటలో నికరంగా ఉండే తొట్టి భాగం $=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$ (ఇక్కడ y > x)
- ఒక ట్యాంకును ఒక గొట్టం x గంటల్లో నింపగలిగి, మరో గొట్టం y గంటల్లో ఖాళీ చేయగలిగితే, అప్పుడు నిండి ఉన్న ట్యాంకులోకి రెండు గొట్టాలు ఒకేసారి తెరిస్తే 1 గంటలో నికరంగా తొట్టిలో ఖాళీ చేసే భాగం $=\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)$ (ఇక్కడ $x > y$)

1. రెండు పంపులు వరసగా ఒక ట్యాంకును 20, 30 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది?

Sol: మొదటి పంపు ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలం = 20 నిమిషాలు

1 నిమిషంలో ట్యాంకు నిండే భాగం $=\frac{1}{20}$

రెండో పంపు ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలం = 30 నిమిషాలు

1 నిమిషంలో ట్యాంకు నిండే భాగం $=\frac{1}{30}$

రెండు పంపులు కలిసి ఒక నిమిషంలో ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{3+2}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

రెండు పంపులు కలిసి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టేకాలం = 12 నిమిషాలు

Shortcut Method:

$\frac{xy}{x+y} \Rightarrow \frac{20\times30}{(20+30)}=12$ నిమిషాలు

2. రెండు పంపులు కలిసి ఒక ట్యాంకును 4 గంటల్లో నింపుతాయి. అందులో మొదటి పంపు ఆ ట్యాంకును 5 గంటల్లో నింపుతుంది. అయితే రెండో పంపు మాత్రమే ఆ ట్యాంకును ఎంత సమయంలో నింపుతుంది?

Sol: మొదటి పంపు ఒక గంటలో ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{5}$

రెండో పంపు ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలం x గంటలు అనుకుంటే..

ఒక గంటలో అది ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{x}$

రెండు పంపులు కలిసి ఆ ట్యాంకును ఒక గంటలో నింపే భాగం $=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$

$\frac{1}{x}=\frac{5-4}{20}=\frac{1}{20}$

x = 20 గంటలు.

Shortcut Method:

$\frac{xy}{x-y} \Rightarrow \frac{4\times 5}{1}=20$ గంటలు.

3. మూడు పంపులు ఒక ట్యాంకును వరసగా 10, 12, 15 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. మూడు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది?

Sol: మూడు పంపులు కలిసి ఒక నిమిషంలో ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{6+5+4}{60}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$

మూడు పంపులు కలిసి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలం = 4 నిమిషాలు.

4. రెండు పంపులు ఒక ట్యాంకును 30, 45 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. మూడో పంపును కూడా ప్రారంభిస్తే మూడు పంపులు కలిసి ఆ ట్యాంకును 12 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. అయితే ఆ ట్యాంకును మూడో పంపు మాత్రమే ఎంత సమయంలో నింపుతుంది?

Sol: మూడో పంపు ఆ ట్యాంకును x నిమిషాల్లో నింపుతుంది అనుకుంటే మూడు పంపులు కలిసి ట్యాంకును ఒక నిమిషంలో నింపే భాగం $=\frac{1}{30}+\frac{1}{45}+\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{12}-\frac{1}{30}-\frac{1}{45}$

$\frac{1}{x}=\frac{15-6-4}{180}=\frac{5}{180}=\frac{1}{36}$

x = 36 నిమిషాలు

5. ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 10 నిమిషాల్లో నింపుతుంది. మరో పంపు నిండి ఉన్న ట్యాంకును 12 నిమిషాల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది లేదా ఖాళీ అవుతుంది?

Sol: నింపే పంపు ఒక నిమిషంలో ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{10}$

ఖాళీ చేసే పంపు ఒక నిమిషంలో ట్యాంకును ఖాళీ చేసే భాగం $=\frac{1}{12}$

రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఒక నిమిషంలో నిండే భాగం $=\frac{1}{10}-\frac{1}{12}=\frac{6-5}{60}=\frac{1}{60}$

(– గుర్తు ఖాళీ అవడాన్ని సూచిస్తుంది)

మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టే కాలం = 60 నిమిషాలు

6. ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 9 గంటల్లో నింపుతుంది. ట్యాంకు కింది భాగంలో లీక్ అవుతుండటంతో ఆ ట్యాంకు

నిండటానికి 10 గంటలు పట్టింది. అయితే నిండి ఉన్న ట్యాంకును లీకు చేసే రంధ్రం ఎంత సమయంలో ఖాళీ చేస్తుంది?

Sol: లీకు చేసే రంధ్రం నిండి ఉన్న ట్యాంకును x గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది అనుకుంటే..

పంపు ప్రారంభించిన తర్వాత 1 గంటలో ట్యాంకు నిండే భాగం $= \frac{1}{10}$

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{10-9}{90} = \frac{1}{90} = \frac{1}{x}$$

$\therefore x = 90$ గంటలు

Shortcut Method:

$$\frac{xy}{x-y} = \frac{9 \times 10}{1} = 90 \text{ గంటలు}$$

7. ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 2 గంటల్లో ఖాళీ చేయగలదు. మరో పంపు అదే ట్యాంకును 3 గంటల్లో నింపుతుంది. నిండి ఉన్న ట్యాంకుపై రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది లేదా ఖాళీ అవుతుంది?

Sol: రెండు పంపులు ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే 1 గంటలో ట్యాంకు ఖాళీ అయ్యే భాగం $= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$

మొత్తం ట్యాంకు ఖాళీ అవడానికి పట్టే కాలం = 6 గంటలు

Shortcut Method:

$$\frac{xy}{x-y} = \frac{2 \times 3}{1} = 6 \text{ గంటలు}$$

8. ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 3 గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. నిండి ఉన్న ట్యాంకుపై నిమిషానికి 10 లీటర్ల సామర్థ్యం ఉన్న నింపే పంపును కూడా ప్రారంభిస్తే ఖాళీ చేసే పంపు ఆ ట్యాంకును ఖాళీ చేయడానికి గంట ఆలస్యం అయింది. అయితే ఆ ట్యాంకు సామర్థ్యం ఎంత?

Sol: నింపే పంపు ట్యాంకును x గంటల్లో నింపుతుంది అనుకుంటే..

రెండు పంపులు ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే 1 గంటలో ట్యాంకులో ఖాళీ అయ్యే భాగం

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{(3+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4-3}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$x = 12$ గంటలు

ఖాళీ ట్యాంకును నింపే పంపు 12 గంటల్లో = 12 × 60 నిమిషాల్లో నింపుతుంది.

నిమిషానికి నింపే పంపు 10 లీటర్ల చొప్పున నింపుతుంది.

అయితే ట్యాంకు సామర్థ్యం = 12 × 60 × 10 లీటర్లు = 7,200 లీటర్లు

www.sakshieducation.com

9. ఒక ట్యాంకును ఒక పంపు 6 గంటల్లో నింపుతుంది. ట్యాంకు సగం నిండిన తర్వాత అదే సామర్థ్యం ఉన్న మరో 3 పంపులు తెరిచారు. ట్యాంకు పూర్తిగా నిండటానికి పట్టే కాలం ఎంత?

Sol: మొదటి పంపు సగం ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలం = 3 గంటలు

ఒకే సామర్థ్యం ఉన్న మొత్తం 4 (1+3) పంపులు ఒక గంటలో ట్యాంకును నింపే భాగం $=\frac{1}{6}\times 4=\frac{2}{3}$

4 పంపులు కలిసి $\frac{2}{3}$ వ వంతు ట్యాంకును నింపడానికి పట్టిన కాలం గంట అయితే

$\frac{1}{2}$ వ వంతు ట్యాంక్‌ను నింపడానికి పట్టే కాలం $\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$ గంటలు = 45 ని.

మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టే కాలం = 3 గంటలు + 45 నిమిషాలు = 3 గం. 45 ని.

10. ఒక ట్యాంకు $\frac{2}{5}$ వ వంతు నిండుగా ఉంది. ఒక పంపు 10 నిమిషాల్లో మొత్తం ట్యాంకును నింపగలదు. మరో పంపు నిండి ఉన్న అదే ట్యాంకును 6 నిమిషాల్లో ఖాళీ చేయగలదు. రెండు పంపులను ప్రస్తుతం ఆ ట్యాంకులో ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఆ ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది లేదా ఖాళీ అవుతుంది?

Sol: రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ట్యాంకులో ఒక నిమిషంలో ఖాళీ అయ్యే భాగం

$=\frac{1}{10}-\frac{1}{6}=\frac{3-5}{30}=\frac{-2}{30}=\frac{-1}{15}$

రెండు పంపులు ప్రారంభిస్తే $\frac{1}{15}$ వంతు ట్యాంకు ఖాళీ అవడానికి 1 నిమిషం పడితే

$\frac{2}{5}$ వంతు ట్యాంకును ఖాళీ చేయడానికి పట్టే కాలం $=\frac{2}{5}\times 15=6$ నిమిషాలు.

11. రెండు పంపులు కలిసి ఒక ట్యాంకును 4 గంటల్లో నింపుతాయి. అందులో మొదటి పంపు కంటే రెండో పంపు ఆ ట్యాంకును 6 గంటలు ఆలస్యంగా నింపుతుంది. అయితే మొదటి పంపు మాత్రమే ఆ ట్యాంకును ఎంత సమయంలో నింపగలదు?

Sol: మొదటి పంపు మాత్రమే ఆ ట్యాంకును x గంటల్లో నింపుతుంది అనుకుంటే,

రెండో పంపు మాత్రమే ఆ ట్యాంకును $x + 6$ గంటల్లో నింపుతుంది.

రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే ఒక గంటలో ట్యాంకు నిండే భాగం

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{x+6+x}{x(x+6)}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow (2x+6)\,4 = 1\times x\,(x+6)$

$\Rightarrow 8x+24 = x^2 +6x$

$\Rightarrow x^2-2x - 24 = 0$

$\Rightarrow (x-6)(x+4)=0$

$\Rightarrow x = 6$ గంటలు

12. రెండు పంపులు ఒక ట్యాంకును 24, 32 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. రెండు పంపులను ఒకేసారి ప్రారంభిస్తే.. ఎన్ని నిమిషాల తర్వాత రెండో పంపును మూసేస్తే ఆ ట్యాంకు 18 నిమిషాల్లో నిండుతుంది?

Sol: మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టే సమయం = 18 నిమిషాలు

www.sakshieducation.com

మొదటి పంపు నడిచిన కాలం = 18 ని.

రెండో పంపు నడిచిన కాలం x నిమిషాలు అనుకుంటే

$$\therefore \frac{18}{24}+\frac{x}{32}=1$$

$$\frac{x}{32}=1-\frac{18}{24}$$

$$\frac{x}{32}=\frac{6}{24}\Rightarrow x=\frac{6}{24}\times 32$$

x = 8 నిమిషాలు

www.sakshieducation.com