

గడియారాలు

గడియారం ముఖం వృత్తాకారంలో ఉంటుందని భావిస్తాం. వృత్తంలోని మొత్తం కోణం = 360° . గడియారంలో రెండు ముళ్లు ఉంటాయి. గడియారంలో రెండు ముళ్లు ఉంటాయి. చిన్న ముళ్లు గంటలను, పెద్ద ముళ్లు నిమిషాలను సూచిస్తాయి.

- 60 నిమిషాల్లో గంటల ముళ్లు కంటే 55 నిమిషాలు ముందుగా పెద్ద ముళ్లు తిరుగుతుంది.
- ప్రతి గంటలోను ఒక్కసారి రెండు ముళ్లు ఏకీభవిస్తాయి.
- ముళ్లు రెండు ఒకే సరళరేఖలో ఉన్నప్పుడు అవి ఏకీభవిస్తాయి లేదా ఒకదానికొకటి వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయి.
- చిన్న ముళ్లు 12 గంటల్లో 360° కోణం తిరుగుతుంది.
- పెద్ద ముళ్లు 60 నిమిషాల్లో 360° కోణం పరిభ్రమిస్తుంది.

1. నిమిషాల ముళ్లు ఒక గంట (లేదా) 60 నిమిషాల్లో తిరిగే కోణం = 360°

$$\Rightarrow \text{నిమిషాల ముళ్లు 1 నిమిషంలో చేసే కోణం} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

దీన్ని ఒక నిమిష భాగం అంటారు. అంటే గడియార ముఖంపై 60 నిమిషపు భాగాలుంటాయి.

2. గంటల ముళ్లు 12 గంటల్లో చేసే కోణం = 360°

$$\Rightarrow \text{గంటల ముళ్లు 1 గంటలో చేసే కోణం} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

దీన్నే ఒక గంట భాగం అంటారు. అంటే గడియారం ముఖంపై 12 గంట భాగాలుంటాయి.

$$\text{అలాగే ఒక నిమిషంలో చేసే కోణం} = \frac{30^\circ}{60} = \frac{1^\circ}{2} = 0.5^\circ$$

అలాగే 1 గంట భాగం (30°) = 5 నిమిషపు భాగాలు

నిమిషాల, గంటల ముళ్లుల మధ్య పోలిక:

నిమిషాల ముళ్లు వేగం = 12 × గంటల ముళ్లు వేగం

ఒక నిర్దిష్ట కాలవ్యవధిలో నిమిషాల ముళ్లు తిరిగే కోణం = 12 × గంటల ముళ్లు తిరిగే కోణం

రెండు ముళ్లుల మధ్య సాపేక్ష వేగం:

నిమిషాల ముళ్లు వేగం = నిమిషానికి 6°

గంటల ముళ్లు వేగం = నిమిషానికి $1/2^\circ$

రెండు ముళ్లులు ఒకే దిశలో తిరుగుతాయి కాబట్టి ఈ రెండు ముళ్లుల మధ్య సాపేక్షవేగం నిమిషానికి 5.5° .

లేదా

ఒక నిమిషంలో చిన్నముళ్లు కంటే పెద్దముళ్లు అధికంగా తిరిగే కోణం 5.5° .

చిన్నముళ్లు కంటే పెద్ద ముళ్లు θ° అధికంగా తిరగడానికి పట్టే సమయం $T = \frac{2\theta}{11}$ నిమిషాలు.

ఉదాహరణలు

1. ఒక ప్రామాణిక గడియారంలో సమయం ఉదయం 8 గంటల నుంచి మధ్యాహ్నం 2 గంటలు అయ్యేసరికి గంటల ముల్లు ఎంతకోణం చేస్తుంది?

- ఎ) 120° బి) 145° సి) 150° డి) 180°

జ: 8 నుంచి 2 గంటల వరకు కాలవ్యవధి = 6 గంటలు

6 గంటల్లో గంటల ముల్లు చేసే కోణం = $6 \times 30^\circ = 180^\circ$ ($\because 1$ గంట = 30°)

సమాధానం : డి

2. ఒక గడియారం 12 గంటలకు పని చేయడం ప్రారంభించింది. ఆ గడియారం లో సమయం 12 గంటల 40 నిమిషాలు అయ్యేసరికి పెద్ద ముల్లు, చిన్నముల్లులు చేసే కోణాలు ఎంత?

- ఎ) $240^\circ, 40^\circ$ బి) $240^\circ, 20^\circ$ సి) $300^\circ, 24^\circ$ డి) $300^\circ, 4^\circ$

జ: దత్తాంశంలోని కాలవ్యవధి = 40 నిమిషాలు

40 నిమిషాల్లో పెద్ద ముల్లు చేసే కోణం = $40^\circ \times 6^\circ = 240^\circ$

40 నిమిషాల్లో చిన్న ముల్లు చేసే కోణం = $40 \times \frac{1}{2} = 20^\circ$

సమాధానం : బి

గమనిక: 12 గంటలను 0 గంటలుగా భావించాలి.

3. సమయం 3 గంటల 20 నిమిషాలు అయినప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం ఎంత?

జ: దత్తాంశం ప్రకారం $H = 3, M = 20$

\therefore రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం = $\frac{11}{2} \times 20 - 30 \times 3 = 110 - 90 = 20^\circ$

ఈ సూత్రాన్ని ఉపయోగించడంతో పాటు ప్రాథమిక భావనలపై పట్టు సాధిస్తే ఈ సమస్యను ఇంకా సులువుగా సాధించొచ్చు.

20 నిమిషాల్లో గంటల ముల్లు చేసే కోణం = $20 \times \frac{1}{2} = 10^\circ$

\therefore కావలసిన కోణం = $30^\circ - 10^\circ = 20^\circ$

4. సమయం 7 గంటల 30 నిమిషాలు అయినప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం ఎంత? (గ్రూప్-2, 2008)

జ: సమయం 7:30 అయినప్పుడు పెద్దముల్లు 6 వద్ద ఉంటుంది.

రెండు ముళ్ల మధ్య కోణం = చిన్న ముల్లు గంటన్నరలో చేసే కోణం

= చిన్న ముల్లు గంటలో చేసే కోణం + 30 నిమిషాల్లో చేసే కోణం = $30^\circ + 30 \times \left(\frac{1}{2}\right)^\circ = 30^\circ + 15^\circ$

\therefore కావలసిన కోణం = 45°

నోట్: సూత్రానుపయోగించి కూడా చేయొచ్చు.

ఇచ్చిన సమయంలో రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం: సమయం H గంటల M నిమిషాలు అయినప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య

కోణం = $\left(\frac{11}{2} \times M - 30 \times H \right)^\circ$

5. సమయం 4 గంటల 20 నిమిషాలు అయినప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం ఎంత?

జ: 4 గంటల 20 నిమిషాలు అయితే పెద్దముల్లు 4 వద్ద ఉంటుంది. అప్పుడు

రెండు ముళ్ల మధ్య కోణం = 20 నిమిషాల్లో చిన్న ముల్లు చేసే కోణం = $\left(20 \times \frac{1}{2}\right)^\circ = 10^\circ$
 \therefore సమాధానం = 10°

6. సమయం 12 గం||లు 25 ని||లు అయినపుడు గడియారంలోని రెండు ముల్లల మధ్య కోణం ఎంత?

జ: H = 0, M = 25

$$\text{కోణం} = \frac{11}{2} \times 25 - 30 \times 0 = \frac{275}{2} = 137.5^\circ$$

12 గంటల కాలవ్యవధికి సంబంధించి:

- రెండు ముల్లల మధ్య 0° కోణం ఉండడం లేదా రెండు ముల్లులు ఏకీభవించుకోవడం లేదా రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై కలిసి ఉండడం అనేది 11 పర్యాయాలు జరుగుతుంది. (12 గంటలు అనేది ఉమ్మడి స్థానం)
- రెండు ముల్లల మధ్య 180° కోణం ఉండటం లేదా రెండు ముల్లులు వ్యతిరేక దిశలో/అభిముఖంగా ఉండడం లేదా రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై ఉంటాయి కాని కలిసి ఉండవు అనేది కూడా 11 సార్లు జరుగుతుంది. (6 గంటలు అనేది ఉమ్మడి స్థానం)
- రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై ఉండడం అనేది 22 సార్లు జరుగుతుంది.
- రెండు ముల్లల మధ్య 0° లేదా 180° కాకుండా ఏ ఇతరకోణమైనా 22 సార్లు జరుగుతుంది.
- రెండు ముల్లల మధ్య 90° కోణం లేదా రెండు ముల్లులు పరస్పరం లంబంగా ఉండడం అనేది కూడా 22 సార్లు జరుగుతుంది. సాధారణంగా 90° ప్రతి గంటకూ రెండుసార్లు వస్తుంది. కానీ 3 గంటలు, 9 గంటలు అనేవి 2 ఉమ్మడి స్థానాలు కాబట్టి 90° అనేది 12 గంటల కాలవ్యవధిలో $12 \times 2 = 22$ సార్లు వస్తుంది.

7. 12 గంటల తర్వాత వెంటనే ఎంత సమయానికి రెండు ముల్లల మధ్య 44° కోణం ఉంటుంది?

జ: 12 గంటలకు రెండు ముల్లల మధ్య కోణం = 0°

$$\begin{aligned} \text{చిన్నముల్లు కంటే పెద్ద ముల్లు } 44^\circ \text{ అధి కంగా తిరగాలంటే పట్టే సమయం } T &= \frac{2\theta}{11} \text{ నిమిషాలు} \\ &= \frac{2 \times 44}{11} = 8 \text{ నిమిషాలు} \end{aligned}$$

8. ఒక ప్రామాణిక గడియారంలో రెండు ముల్లులు ఒకసారి కలిసిన తర్వాత మళ్లీ వెంటనే ఎంత సమయానికి కలుస్తాయి?

- ఎ) 60 ని||లు బి) 65 ని||లు సి) 66 ని||లు డి) $65\frac{5}{11}$ ని||లు

జ: రెండు ముల్లులు కలిసినపుడు వాటి మధ్య కోణం = 0°

మళ్లీ అవి వెంటనే కలవాలంటే పెద్ద ముల్లు చిన్నముల్లుకంటే 360° అధికంగా తిరగాలి. ఇందుకు పట్టే సమయం

$$T = \frac{2\theta}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

$$= \frac{2 \times 360}{11} = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

\therefore సమాధానం : డి

రెండు ముల్లులు ఏకీభవించుకునే సమయం

సమయం H గం||లు, H+1 గంటల మధ్య గడియారంలోని రెండు ముల్లులు ఏకీభవించే సమయం

$$= H \text{ గంటల } \frac{60 \times H}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

నోట్: 12 గంటలు, 1 గంట మధ్య అడిగినప్పుడు $H = 0$ భావించాలి.

9. 2, 3 గంటలమధ్య ఏ సమయంలో రెండు ముల్లులు ఏకీభవిస్తాయి.

ఎ) 2 గం. 10 ని. బి) 2 గం. 11 ని. సి) 2 గం. 10 1/2 ని. డి) 2 గం. 10 10/11 ని.

జ: దత్తాంశం నుంచి $H = 2$

$$\text{సమాధానం} = 2 \text{ గం. } \frac{60 \times 2}{11} \text{ ని.}$$

$$= 2 \text{ గం. } 10 \frac{10}{11} \text{ ని.}$$

∴ సమాధానం : డి

10. 8,9 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై కలిసి ఉంటాయి?

జ: దత్తాంశం నుంచి $H = 8$

$$\therefore \text{సమాధానం} = 8 \text{ గం. } \frac{60 \times 8}{11} \text{ ని.} = 8 \text{ గం. } 43 \frac{7}{11} \text{ ని.}$$

అంటే సమయం 8 గం|| 43 7/11 ని||లు అయినప్పుడు రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై కలిసి ఉంటాయి.

11. ఒక గోడ గడియారం 12 గంటలు కొట్టడానికి 22 సెకన్లు పడితే 8 గంటలు కొట్టడానికి ఎన్ని సెకన్లు పడుతుంది?

ఎ) 16 బి) 14 సి) 12 డి) 18

జ: 12 గంటలు కొట్టడంలో 11 కాలాంతరాలు ఉంటాయి.

$$\Rightarrow \text{ఒక కాలాంతరానికి పట్టే కాలం} = \frac{22}{11} = 2 \text{ సెకన్లు}$$

8 గంటలు కొట్టడంలో 7 కాలాంతరాలు ఉంటాయి.

$$\Rightarrow 8 \text{ గంటలు కొట్టడానికి పట్టే సమయం} = 7 \times 2 = 14 \text{ సెకన్లు}$$

సమాధానం : బి

అద్దంలో ప్రతిబింబంలో సమయం:

ఒక గడియారంలోని వాస్తవ సమయం తెలిసి నప్పుడు, అద్దంలో ఆ గడియారపు ప్రతిబింబంలోని సమయం

= 12 గంటలు - వాస్తవ సమయం

నోట్: 12 గంటలను 11 గం|| 60 నిమిషాలు అనుకుంటే గణన సులువుగా చేయవచ్చు. అలాగే ఉదాహరణకు వాస్తవ సమయం 12 గంటల 35 ని||లు అయితే దీనిని 0 గంటల 35 ని||లుగా భావించాలి.

12. ఒక గడియారంలో సమయం 7 గం|| 25 ని||లు అయితే అద్దంలోని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత?

జ: ప్రతిబింబంలోని సమయం = 12 గం||లు - 7 గం|| 25 ని||లు

$$\Rightarrow 11 \text{ గం||ల } 60 \text{ ని||లు} - 7 \text{ గం||ల } 25 \text{ ని||లు} = 4 \text{ గం||ల } 35 \text{ ని||లు}$$

∴ సమాధానం = 4 గం||ల 35 ని||లు

13. అద్దంలో ఒక గడియారపు ప్రతిబింబం 12 గం||ల 15 ని||లు అయితే ఆ గడియారంలోని వాస్తవ సమయం ఎంత?

జ: వాస్తవ సమయం

$$= 12 \text{ గం||లు} - \text{ప్రతిబింబంలోని సమయం}$$

11 గంటల 60 నిమిషాలు

- 0 గంటల 15 నిమిషాలు

11 గంటల 45 నిమిషాలు

∴ వాస్తవ సమయం = 11 గం. 45 ని.

మాదిరి ప్రశ్నలు

- ఒక గడియారం ఉదయం 8 గంటలు చూపింది. మధ్యాహ్నం 2 గంటలు చూపినప్పుడు గంటల ముల్లు ఎన్ని డిగ్రీలు తిరిగింది?
a) 144° b) 150° c) 168° d) 180°
- కచ్చితంగా తిరిగే గడియారం 8 a.m. సూచించింది. 2 p.m. కు అది సూచించినప్పటికీ ఎంత కోణం చిన్నముల్లు తిరిగింది?
a) 144° b) 150° c) 168° d) 180°
- సమయం 3.40 అయినప్పుడు, గం.లు నిమిషాల్లో సూచించే రెండు ముల్లుల మధ్య ఏర్పడే కోణం -
a) 120° b) 125° c) 130° d) 135°
- సమయం 8.30 అయినప్పుడు గం.లు నిమిషాలు సూచించే ముల్లుల మధ్య ఏర్పడే కోణం -
a) 80° b) 75° c) 60° d) 105°
- సమయం 4.20 అయినప్పుడు నిమిషాలు, గంటలు సూచించే ముల్లుల మధ్య కోణం -
a) 0° b) 10° c) 5° d) 20°
- సమయం 5.15 అయినప్పుడు గడియారంలోని ముల్లుల మధ్య కోణం -
a) 0° b) 10° c) 5° d) 20°
- సమయం 10.25 అయినప్పుడు గడియారం ముల్లుల మధ్య ఉన్న పరావర్తన కోణం -
a) 180° b) $192\frac{1}{2}^\circ$ c) 195° d) $197\frac{1}{2}^\circ$
- ఒక రోజులో గడియారంలోని ముల్లులు ఒకదానిలో ఒకటి ఎన్నిసార్లు ఏకీభవిస్తాయి?
a) 20 b) 21 c) 22 d) 24
- ఒక రోజులో గడియారంలోని ముల్లులు ఎన్నిసార్లు ఒకే సరళరేఖలో ఉంటాయి?
a) 22 b) 24 c) 44 d) 48
- ఒక రోజులో గడియారంలోని ముల్లులు ఎన్నిసార్లు లంబంగా ఉంటాయి?
a) 22 b) 24 c) 44 d) 48

11. ఒక రోజులో గడియారంలోని ముల్లులు అభిముఖంగా ఒకే సరళరేఖపై ఎన్నిసార్లు ఉంటాయి?
a) 20 b) 22 c) 24 d) 48
12. ప్రతి 64 నిమిషాలకు ముల్లులు ఏకీభవిస్తే రోజులో ఎంత ఆలస్యంగా గడియారం నడుస్తుంది?
a) $32\frac{8}{11}$ min. b) $36\frac{5}{11}$ min. c) 90 min. d) 96 min.
13. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు ఒకటిన్నర గంటల ఎన్ని డిగ్రీల కోణం తిరుగుతుంది?
a) 180° b) 360° c) 540° d) 450°
14. అద్దంలో గడియారపు ప్రతిబింబం 10 గంటల సమయాన్ని సూచిస్తుంది. అయితే అసలు సమయం ఎంత?
a) 10 గంటలు b) 2 గంటలు c) 4 గంటలు d) 6 గంటలు
15. ఒక వేళ గడియారం ప్రతి గంటకి 5 నిమిషాల పెరుగుదలను పొందితే, 1 నిమిషం సమయంలో సెకన్లను చూపే ముల్లు ఏ కోణంలో ఉంటుంది?
a) 390° b) 360° c) 360.5° d) 380°

జవాబులు

- 1) d 2) d 3) c 4) b 5) b 6) c 7) d 8) c 9) c
10) c 11) b 12) a 13) c 14) b 15) b