

సంభావ్యత

1. సంభావ్యత మొట్ట మొదటిసారిగా 1795 లో “పియర్ సిమ్సన్ లోప్లేస్ “ నిర్వచించారు.
2. జీవశాస్త్రం, జెనిటిక్స్, భౌతిక శాస్త్రం, సామాజిక శాస్త్రం, ఆర్థిక శాస్త్రం, లలో సంభావ్యత ప్రముఖ పాత్ర వహించుచున్నది.
3. వాతావరణం హెచ్చరిక, జనాభా విస్తరణ, భూకంపముల గురించి ముందు హెచ్చరికలు, పంటల దిగుబడి, ఎన్నికల ఓటింగ్ తర్వాత ఎగ్జిట్ పోల్ మొదలగు వాటిలో సంభావ్యత ఉపయోగిస్తారు.
4. నిత్య జీవితంలో మనం ఏదైన ఒక విషయం జరిగే అవగాళాలను వ్యక్తీకరించుటకు, అధిక సంభవం, అసంభవం, అల్ప సంభవం లాంటి పదాలు ఉపయోగిస్తాము.
5. యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం: ఒక ప్రయోగంలో ఫలితాలన్ని(ఫలితాలు) ముందే తెలిసినప్పటికీ, ప్రయోగం చేసే సమయంలో ఏ ఫలితం ఏర్పడుతుందో ముందుగానే ఊహించలేము. ఇటువంటి ప్రయోగాలనే “ యాదృచ్ఛిక ప్రయోగాలు “ అంటారు.

ఉదా: నాణెమును ఎగుర వేయటం, పాచికను దొర్లించటం, పేక కట్ట నుండి ముక్క తీయడం.

6. ఒక సాణాన్ని ఎగురవేయునప్పుడు, పాచికను దొర్లించినపుడు నాణాన్ని, పాచికను నిష్పాక్షికమైనవిగా తీసుకుంటాము(అనగా అన్ని ఫలితాలు ఏర్పడుటకు సమాన అవకాశాలు ఉంటాయి.
7. ప్రతిరూప ఆవరణము(శాంపుల్ ఆవరణ): ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో జనించడానికి అవకాశం గల అన్ని ఫలితాల సమితిని యాదృచ్ఛిక ప్రయోగపు శాంపుల్ ఆవరణ అంటారు.

ఉదా: నాణెమును ఎగుర వేసినపుడు శాంపుల్ ఆవరణ=H, T

6 ముఖాలు పాచికను దొర్లించినపుడు శాంపుల్ ఆవరణ=1, 2, 3, 4, 5, 6

8. ఘటన: శాంపుల్ ఆవరణ ఏ ఉపసమితిని అయినా “ఘటన“ అంటాము. ఒక నిష్పాక్షిక పాచికను దొర్లించినపుడు సరి సంఖ్య గల ముఖం రావడం ఒక ఘటన.
9. ప్రాథమిక ఘటన: ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘటనలు సంభవించానికి సమాన అవకాశాలు ఉంటే వాటిని “ సమ సంభవ ఘటనలు “ అంటారు.

ఉదా: సౌష్ఠవమైన నాణెమును ఎగురవేస్తే బొమ్మ లేక బొరుసు పడే సంభవములలో ఏది తక్కువ అనుటకు అవకాశము లేదు. బొమ్మ, బొరుసులను “ సమ సంభవ ఘటనలు “ అంటారు.

పరస్పర వివర్జిత ఘటనలు: ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు ఘటనలలో ఒక ఘటన సంభవాన్ని నిరోధిస్తే వాటిని ‘పరస్పర వివర్జిత ఘటన’ అంటారు.

ఉదా: ఉన్నత పాఠశాలలోని ఏ విద్యార్థి అయినా తీసుకుంటే అతడు 6,7, 8, 9 లేక 10 వ తరగతులలో ఏదో ఒక తరగతికి మాత్రమే చెంది ఉంటాడు. అనగా పరిగణించిన ఘటన ఒక ఫలితం అయితే మిగిలిన ఫలితాలు అన్నీ అసంభవములే. ఇటువంటి సంఘటనలను “ పరస్పర వివర్జిత ఘటన “ అంటారు.

సంభావ్యత: ఒక ఘటన సంభవం ప్రమాణీకరణమును సంఖ్యాత్మకంగా తెలుపుటను “సంభావ్యత“

అంటారు.

ప్రయోగిక సంభావ్యత: ప్రయోగ పూర్వక ఫలితాలను ఆధారం చేసుకొని లెక్కించిన సంభావ్యతను “ప్రయోగిక సంభావ్యత” అంటారు.

‘సైద్ధాంతిక సంభావ్యత’ లేక ‘సాంప్రదాయక సంభావ్యత’

ప్రయోగం చేయకుండానే అన్ని పలితములను బట్టి ఒక ఘటన సంభావ్యతను అంచనా వేయవచ్చును. దీనినే “సైద్ధాంతిక సంభావ్యత” లేక “సాంప్రదాయక సంభావ్యత” అంటారు.

$$\text{ఘటన 'E' సంభావ్యత } P(E) = \frac{\text{ఘటన E కు అనుకూల ఫలితాలసంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం ఫలితాలసంఖ్య}}$$

ఉదా: ఒక నిష్పాక్షిక నాణెమును ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ పడే సంభావ్యత = 1/2

ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో అన్ని ప్రాథమిక ఘటనల సంభావ్యతల మొత్తం ‘1’ అవుతుంది.

ఉదా: ఒక నిష్పాక్షిక నాణెమును ఎగురవేస్తే బొమ్మ పడే ఘటన ‘A’ బొరుసు పడే ఘటన ‘B’ అనుకుంటే ఇవి రెండు ప్రాథమిక ఘటనలు.

$$\text{ఈ రెండు ప్రాథమిక ఘటనల సంభావ్యత మొత్తం} = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

పూరక ఘటన : ఒక ఘటన E సంభవించక పోతే, E పూరకం సంభవం అంటారు. దీనిని ... తో సూచిస్తారు.

ఒక పాచికను దొర్లించినప్పుడు సరిసంఖ్య వచ్చే ఘటన, బేసి సంఖ్య వచ్చే ఘటనలు పూరక ఘటనలు.

E ఘటన సంభావ్యత P(E) అయితే E పూరక ఘటన సంభావ్యత

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

అంటే

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

పూర్ణ ఘటనలు: ఒక ప్రయోగంలోని అన్ని ఘటనల సమ్మేళనము శాంపుల్ ఆవరణం (ప్రతిరూప ఆవరణం) అయిన వానిని పూర్ణ ఘటనలు అంటారు.

ఖచ్చిత ఘటన: ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన సంభవము ఖచ్చితం మరియు సంభావ్యత ‘1’ అయిన దానిని ఖచ్చిత లేక దృఢ ఘటన అంటారు.

అసాధ్య ఘటన: ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన ఎప్పుడూ సాధ్య పడక పోతే దానిని “అసాధ్య ఘటన” అంటారు.

ఘటన E సంభావ్యత P(E) సంఖ్యాత్మకం మరియు $0 \leq P(E) \leq 1$

పేక ముక్కలు: ఒక పేక కట్టలో మొత్తం 52 కార్డులు ఉంటాయి. వాటిలో ఒక్కొక్కటి 13 కార్డులు గల విభాగాలు ఉంటాయి. ఆ విభాగాల గుర్తులు నలుపు స్పేడ్లు(♠), నలుపు కళావరులు(♣), ఎరుపు

ఆరీనులు(♥), ఎరుపు డైమండులు(♦) మరలా ఒక్కొక్క విభాగంలో ఆస్, రాజు, రాణి, జాకి, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, గుర్తించబడిన 13 కార్డులు ఉంటాయి. రాజు, రాణి, జాకి బొమ్మలున్న కార్డులను ముఖ కార్డులు అంటారు.

1 మార్కు ప్రశ్నలు

1. ఒక పాచికను ఒకసారి దొర్లించినపుడు ఏర్పడే పర్యవసానములలో సరి ప్రధాన సంఖ్య అయ్యే సంభావ్యతను కనుగొనుము?

సాధన: మొత్తము పర్యవసానాలు = $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

మొత్తము పర్యవసానాలు (సంఖ్య) $n(S) = 6$

ఇందులో సరి ప్రధానాంకము = 2

∴ సరిసంఖ్య అగుటకు గల పర్యవసానాలు సంఖ్య $n(E) = 1$

సరిసంఖ్య ప్రధానసంఖ్య అగుటకు గల సంభావ్యత

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(E) = \frac{1}{6}$$

2. ఒక నాణేమును ఒకసారి ఎగురవేసినచో బొరుసు పడుటకు గల సంభావ్యత ఎంత?

సాధన: మొత్తము పర్యవసానాలు $S = \{బొమ్మ, బొరుసు\}$

మొత్తము పర్యవసానాలు (సంఖ్య) $n(S) = 2$

ఇందులో బొరుసు పడుట = $E = 1$

బొరుసు పడుటకు గల పర్యవసానాలు సంఖ్య $n(E) = 1$

బొరుసు పడుటకు గల సంభావ్యత

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

3. ఒక సంఘటన యొక్క సంభావ్యత -1 ఇది అసత్యము వివరింపుము?

సాధన : అసత్యము, ఏదేని ఘటన యొక్క సంభావ్యత ఋణాత్మకము కాదు. ఎల్లప్పుడు 0 మరియు 1 ల మధ్య ఉండును.

4. ఒక సంచిలో 3 ఎరుపు మరియు 2 నీలం రంగు గోళీలు కలము. యాదృచ్ఛికంగా ఒక గోళీని బయటకు తీసినారు. అయినచో అది నీలం రంగు ఆగుటకు గల సంభావ్యత ఎంత?

సాధన: సంచిలో మొత్తం గోళీలను 5 రకాలుగా తీయవచ్చు.

మొత్తం ప్రాథమిక ఘటనలు $n(S) = 5$

సంచీల రెండు నీలి రంగు గోళీలు కలవు. వీటిని 2 విధాలుగా తీయుము $E = 2$

$n(E) = 2$

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E) = 2$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{5}$$

5. పూర్ణఘటనలు అనగానేమి?

సాధన: ఒక ప్రయోగములో అన్ని ఘటనల సమ్మేళనము ప్రతిరూప ఆవరణము అయిన దానిని పూర్ణ ఘటనలు అందురు.

6. ఏదేని ఒక ఘటన యొక్క అన్ని సంభావ్యతల మొత్తము ఎంత?

సాధన: ప్రాథమిక ఘటనల యొక్క అన్ని పర్యవసానముల యొక్క సంభావ్యతల మొత్తము 1.

7. అసంభవ ఘటనకు ఉదాహరణ రాయండి?

సాధన: ఒక పాచికను విసిరినప్పుడు ముఖముపై 8 వచ్చుటకు గల ఘటన.

8. మీ దగ్గర ఒక కట్ట పేకాట కార్డులు కలుపబడి ఉన్నాయి అనుకొనండి. వాటి నుండి యాదృచ్ఛికముగా తీసిన కార్డు, రాణి అగుటకు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన: ఒక కట్టలో '4' రాణులు కలిగిన కార్డులుండును. తీసుకున్న కార్డు రాణి అనే ఘటన 'E' అయితే 'E' కు

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 4

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = 52

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

9. ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $7/2$ ఉంటుందా? వివరించండి.

సాధన: ఔక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $P(E)$ అనుకుంటే, $P(E)$ విలువ ఎల్లప్పుడూ 1 కన్నా తక్కువ లేక సమానంగా ఉండును. ఇక్కడ $7/2 = 3.5 > 1$ కావున ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $7/2$ ఉండదు.

10. ఒక పేకముక్కల కట్ట నుండి ఎరుపు రంగు రాజును తీయు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన: పేకముక్కల కట్టలో 52 కార్డులుంటాయి. ఎరుపురంగు రాజు గల కార్డులు 2 ఉంటాయి. కావున

$$P(E) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

11. $P(E) = 0.05$ అయిన 'E కాదు' యొక్క సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన: 'E' కాదు, ... అని అంటాము(చూపుతాము) సాధారణంగా, E ఏదైనా ఒక ఘటన అయితే

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$P(E) = 0.05$ అని ఇచ్చెను. టట

$$P(\bar{E}) = 1 - 0.05 = 0.95$$

12. $P(E) = 1/13$ అయిన 'E కాదు' యొక్క సంభావ్యత ఎంత?

సాధన: $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ అని తెలుసు

అప్పుడు

$$\frac{1}{13} + P(\bar{E}) = 1$$

$$P(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{13-1}{13} = \frac{12}{13}$$

13. 'పూరక ఘటన' అనగా ఏమి?

సాధన: "పూరక ఘటన" ఒక ప్రయోగములో ఒక ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానములు కాని, ప్రతి రూప ఆవరణములోని మిగిలిన అన్ని పర్యవసానములు గల ఘటనను మొదటి దాని యొక్క "పూరక ఘటన" అంటారు.

14. సంగీత, రేష్యూలు టెన్నీస్ ఆటను ఆడుతున్నారు. సంగీత గెలిచే సంభావ్యత 0.62 అయినపుడు రేష్యూ గెలిచే సంభావ్యత కనుగొనండి?

సాధన: సంగీత, రేష్యూలు ఆటను గెలిచే ఘటనలను S, R లు సూచిస్తున్నాయి అనుకొనుము.

సంగీత గెలిచే సంభావ్యత $= P(S) = 0.62$ (దత్తాంశం)

రేష్యూ గెలిచే సంభావ్యత $= P(R) = 1 - P(S) = 1 - 0.62 = 0.38$

2 మార్కులు

1. ఒక సంచిలో 5 ఎరుపు, 8 తెలుపు బంతులు గలవు. ఆ సంచి నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక బంతిని తీస్తే అది (1) తెలుపు బంతి అయ్యే (2) తెలుపు బంతి కాకుండా వుండే సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: ఎరుపు బంతుల సంఖ్య $n(R) = 5$

తెలుపు బంతుల సంఖ్య $n(W) = 8$

మొత్తం బంతుల సంఖ్య $n(S) = 5$ ఎరుపు + 8 తెలుపు = 13

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య $n(S) = 13$

తెలుపు బంతులు అగుటకు గల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 8

తెలుపు బంతులు అగుటకు గల సంభావ్యత

$$P(W) = \frac{\text{అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}} = \frac{n(W)}{n(S)} = \frac{8}{13}$$

తెలుపు కాని బంతుల సంఖ్య $n(W) = 13 - 8 = 5$

తెలుపు కాని బంతి అగుటకు గల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(\bar{W}) = 5$

$$P(\bar{W}) = \frac{5}{13}$$

2. ఒక పాప వద్ద గల పాచిక ముఖాలపై A, B, C, D, E, F అని ముద్రించబడి యున్నది. ఆ పాచికను దొర్లించినపుడు i) A ii) D పడే సంభావ్యతలను లెక్కించండి?

జవాబు: పాచిక ముఖాలపై A, B, C, D, E, F అని ముద్రించబడి ఉన్నవి.

కావున మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=6

i) పాచిక దొర్లించినపుడు A పడే ఘటన E అనుకుంటే E అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య =1

'A' పడే సంభావ్యత $P(E) = \frac{1}{6}$

ii) అదే విధంగా, D పడే ఘటన 'E' అనుకుంటే 'E' అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=1

D పడే సంభావ్యత $P(E) = \frac{1}{6}$

3. శారద, హామిద్ మంచి స్నేహితులు. వారిద్దరి పుట్టిన రోజు పండుగలు సంవత్సరంలో (లీపు సంవత్సరం రాదు)

i) వేరు వేరు రోజు రావడానికి?

ii) ఒకే రోజు రావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి.

జవాబు: సంవత్సరంలో 365 రోజులు ఇద్దరిలో ఎవరి పుట్టినరోజు అయినా ఏ రోజు అయినా రావచ్చును.

కావున మొత్తం 365 పర్యవసానాలు సమసంభవములని పరిగణించాలి.

i) శారదా, రేపూల రోజులు వేరు వేరు రోజులు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాలు = $365-1=364$

..P(వేరు వేరు పుట్టిన రోజులు) = $364/365$

ii) P(ఒకే రోజు పుట్టిన రోజు) = $1-P(\text{వేరు వేరు పుట్టిన రోజులు})$

$$1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365}$$

4. బాగుగ కలుపబడిన పేకాట కార్డుల కట్టలో 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో అది (i) ఏస్ అగుటకు (ii) ఏస్ కాకపోవుటకు సంభావ్యతను లెక్కించండి.

జవాబు: కార్డులు బాగుగా కలుపబడ్డాయి. కావున పర్యవసానాలన్నీ సమ సంభవములుగా పరిగణించాలి.

i) ఒక కట్టలో 4 ఏస్లు ఉంటాయి.

తీసుకొన్న కార్డు ఏస్ అనడం అనే ఘటన E అయితే E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=4

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=52

కార్డు ఏస్ అగుటకు సంభావ్యత $P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

ii) తీసుకున్న కార్డు ఏస్ కాదు అనే ఘటన F అయితే F కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=52-4=48(ఏస్ కార్డులు 4 తీసివేయగా మిగిలిన కార్డులు)

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=52

కార్డు ఏస్ అగుటకు సంభావ్యత $P(F) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

5. ఒక సంచిలో 3 ఎరుపు, 5 నలుపు బంతులు కలవు. సంచి నుంచి యాదృచ్ఛికంగా ఒక బంతిని తీస్తే అది (i) ఎరుపుదై ఉండుటకు (ii) ఎరుపుది కాకపోవుటకు సంభావ్యత ఎంతెంత?

జవాబు: సంచిలోని మొత్తం బంతుల సంఖ్య= 3 ఎరుపు + 5 నలుపు = 8 బంతులు

ఎరుపు బంతి అగుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(R)=3$

ఎరుపు బంతి పొందుటకు గల సంభావ్యత $P(E)=$ అనుకూల పర్యవసానాలు/మొత్తం పర్యవసానాలు= $3/8$

$P(\bar{E})$ అనునది పరస్పర ఘటన అయిన

$$P(\bar{E}) + P(E) = 1$$

$$P(\bar{E}) = 1 - \frac{3}{8}$$

$$P(\bar{E}) = \frac{5}{8}$$

ఎరుపు బంది కాకపోవుటకు సంభావ్యత $P(\bar{E}) = \frac{5}{8}$

6. గోపి ఆక్వేరియం నుండి ఒక చేపను కొన్నాడు. ఆక్వేరియాలో 5 మగ చేపలు, 8 ఆడ చేపలు ఉంచినప్పుడు, వ్యాపారి యాదృచ్ఛికముగా ఒక చేపను తీసి ఇచ్చి ఉంటే, ఆ చేపను తీసి ఇచ్చి ఉంటే, ఆ చేప మగ చేప అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: మగ చేపల సంఖ్య=5

ఆడ చేపల సంఖ్య=8

మొత్తం చేపల సంఖ్య= 5 మగ+ 8 ఆడ=13 చేపలు

ఒక చేపను బయటకు యాదృచ్ఛికంగా తాయుటకు గల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(S)=13$

మొత్తం మగ చేపల సంఖ్య $n(m)=5$ అయిన

మగ చేపను పొందుటకు గల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య =5

మగ చేపను పొందుటకు గల సంభావ్యత $P(E) = 5/13$

7. ఒక పేకముక్కల కట్ట నుండి ఎరుపు రంగు రాజును తీయు సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: ఎరుపు రంగు రాజు కాగల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=52

ఎరుపు రాజు కార్డు పొందుటకు సంభావ్యత $P(\text{ఎరుపు రాజు})$

=అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య/మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య= $2/52=1/26$

8. ఒక పాచికను ఒకసారి దొర్లించినపుడు (i) 4 కన్నా ఎక్కువపడు ఘటన సంభావ్యత (ii) 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ పడు ఘటన సంభావ్యతను కనుగొనండి?

జవాబు: ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు ప్రతిరూప ఆవరణము $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

మొత్తము పర్యవసానములు $n(S)=6$

4 కన్నా ఎక్కువ అను ఘటనకు అనుకూల పర్యవసానాలు $E = \{5, 6\}$

E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E) = 2$

∴ ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $P(E)=2/6=1/3$

F అనే గటన 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ పడుట అయిన ప్రతిరూప ఆవరణము $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ మొత్తం పర్యవసానములు $n(S) =6$

F కు అనుకూల పర్యవసానాలు $F=\{1, 2, 3, 4\}$

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(F)=4$

∴ ఘటన F యొక్క సంభావ్యత $P(F)=4/6=2/3$

9. ఒక సంచిలో నిమ్మ వాసన గల చాక్లెట్లు ఉన్నాయి. మాలిని చూడకుండా సంచి నుండి ఒక చాకొలేట్ తీస్తే అది (i) నారింజ వాసన గలది అనడానికి (ii) సంభావ్యతలు లెక్కించండి?

జవాబు: సంచిలో నిమ్మవాసన గల చాక్లెట్లు కలవు.

i) ఆ సంచి నుండి నారింజ వాసన గల చాక్లెట్లు అగుట అసంబంధం కనుక దాని సంభావ్యత '0'.

ii) నిమ్మవాసన గల చాక్లెట్లను ఆ సంచి నుండి యాదృచ్ఛికంగా బయటకు తాయుట ఒక ఖచ్చిత ఘటన.

కావున దాని సంభావ్యత 1.

10. నిర్వచించుము: i) సమసంభవ ఘటనలు ii) పరస్పర వర్జిత ఘటనలు

జవాబు: సమసంభవ ఘటనలు: ఒక ప్రయోగంలో రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘటనలు సంభవించడానికి సమాన అవకాశము ఉంటే వాటిని సమసంభవ ఘటనలు అంటారు.

ఉదా: నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ లేదా బొరుసు పడే సంభావ్యత పరస్పర వర్జిత ఘటనలు: ఒక ప్రయోగంలోని రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘటనలలో ఒక ఘటన యొక్క సంభవము ని ఘటనల సంభవమును నిరోధిస్తే ఆ ఘటనలను పరస్పర వర్జిత ఘటనలు అంటారు.

ఉదా: నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ లేదా బొరుసు పడే సంభావ్యత.

11. ఒక నాణెమును ఒక సారి ఎగురవేసినప్పుడు బొమ్మ పడే సంభావ్యతను బొరుసు పడే సంభావ్యతను లెక్కించండి?

జవాబు: నాణెమును ఒకసారి ఎగురవేసినప్పుడు సాధ్యపడు పర్యవసానాలు రెండు, బొమ్మ (H) లేక బొరుసు (T). బొమ్మ రడుట అనే ఘటన E అయితే అనుకూల పర్యవసానములు 1.

$P(E) = P(H) = E$ కు అనుకూల పర్యవసానములు సంఖ్య/సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = $1/2$

ఇదే విధంగా బొరుసు పడు అనే ఘటన F అయిన

$P(E)=P(T)=1/2$

12. హార్ఫీట్ రెండు నాణెములను (₹ 1 నుండి ₹2) ఒకేసారి ఎగురవేసినాడు కనాసం ఒక బొమ్మ పడుటకు సంభావ్యత కనుగొనండి?

జవాబు: బొమ్మను H లో. బొరుసును T తో సూచిస్తే, రెండు నాణెములు ఎగురవేసినప్పుడు ఏర్పడు అన్ని పర్యవసానములు (H, H), (H, T), (T, H), (T, T) ఇవి అన్నీ సమసంభవాలే. ఇందు (H, H) అనగా

మొదటి నాణెం(₹1) బొమ్మ, రెండవ నాణెం (₹2) బొమ్మ అని అర్థం. అట్లే (H,T) అనగా మొదటి నాణెం బొమ్మ, రెండవ నాణెం బొరుసు అని అర్థం. అట్లే మిగిలిన పర్యవసానాలు. కనీసం ఒక బొమ్మకు అముకూల పర్యవసానాలు $E=\{(H, H), (H, T), (T, H)\}$

E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య $n(E)=3$

$$\therefore P(E)=3/4$$

అనగా హార్పీత్ కనీసం ఒక బొమ్మ పొందే సంభావ్యత $=3/4$

13. లోపాలు గల 12 పెన్నులు పొరపాటుగా 132 మంచి పెన్నులతో కలిసిపోయాయి. చూడగానే పెన్నులోని లోపాన్ని గుర్తించలేము. అయితే యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును ఎన్నుకొంటే అది మంచి పెన్ను అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: మంచి పెన్నుల సంఖ్య 132

లోపాలు గల పెన్ను సంఖ్య=12

మొత్తం పెన్నుల సంఖ్య=132+12=144

యాదృచ్ఛికంగా లభించగల మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=144

144 పెన్నుల నుండి ఒక మంచి పెన్ను యాదృచ్ఛికంగా ఎంచుకొనడగు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=132

..ఒక మంచి పెన్ను పొందగల సంభావ్యత = అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య/మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య

$$P(E)=132/144=11/12$$

14. రహీమ్ ఒక పేకాట గార్డల కట్టలోని అన్ని హృదయపు గుర్తు గల కార్డలను తొలగించారు. ఇప్పుడు

i) ఒక కార్డును ఎన్నుకొంటే అది ఏస్(Ace) అయ్యే సంభావ్యత ఎంత ?

ii) డైమండును ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: ఒక పేకాట కట్టలోని కార్డల సంఖ్య =52

అందులో హృదయపు గుర్తు గల కార్డల సంఖ్య=13

రహీమ్, హృదయపు గుర్తుగల కార్డలను తొలగించాడు. కావున మిగిలిన కట్టలోని కార్డల సంఖ్య= 52-13=39

i) మిగిలిన కట్టలో ఏస్లు 3 ఉన్నాయి.

తీసుకున్న కార్డు ఏస్ అయ్యే సంభావ్యత $=3/39=1/13$

ii) మిగిలిన కట్టలో డైమండ్ గుర్తుగల కార్డులు 13 ఉంటాయి.

కావున డైమండ్ ఎన్నుకొనే సంభావ్యత $=13/39=1/3$

15. ఒక పెట్టెలోని 100 చొక్కాలలో 88 సరిగ్గా ఉన్నవి. 8 చొక్కాలు కొద్ది లోపాలను, 4 చొక్కాలు ఎక్కువ లోపాలను కలిగా ఉన్నాయి. జానీ అనే వ్యాపారి మంచి చొక్కాలను మాత్రమే కొంటాడు. సుజాత అను మరొక వ్యాపారి ఎక్కువ లోపాలున్న చొక్కాలను మాత్రమే నిరాకరిస్తుంది(కొనదు) పెట్టెలో నుండి

యాదృచ్ఛికంగా ఒక చొక్కాను తీస్తే ఎవరు కొనే సంభావ్యత ఎంత?

i) జానీ ii) సుజాత

జవాబు: పెట్టెలోని 100 చొక్కాలలో నుండి 1 చొక్కా యాదృచ్ఛికంగా తీయబడినది అనగా పర్యవసానములన్నీ సమసంభవాలు.

i) జానీ చొక్కా కొనుటకు అనుకూల పర్యవసానాలు=88

$$P(\text{జానీ చొక్కాను కొనుట})=88/100=0.88$$

ii) సుజాత చొక్కా కొనుటకు అనుకూల పర్యవసానాలు=88+8=96

$$\therefore P(\text{సుజాత చొక్కాను కొనుట})=96/100=0.96$$

16. ఒక పెట్టెలో 3 నీలం, 2 తెలుపు, 4 ఎరుపు గోళీలు కలవు. యాదృచ్ఛికంగా పెట్టె నుండి ఒక గోళీను తీసుకొంటే అది (i) తెలుపు (ii) నీలం (iii) ఎరుపు రంగు గోళీ అగుటకు సంభావ్యతలు గమనించండి.

జవాబు: యాదృచ్ఛికంగా గోళీను తీసుకొనుట అనగా అన్ని పర్యవసానాలు సమసంభవాలు.

ప్రతి రూప ఆవరణలోని పర్యవసానాల సంఖ్య=3+2+4=9

తెల్లని గోళీ తీయు ఘటనను W చే, గోళీ తీయు ఘటనను B చే, ఎరుపు గోళీ తీయు ఘటనను R చే గుర్తిస్తే

ii) W అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=2

$$P(W) = 2/9$$

ఇదే విధంగా, ii) $P(B)=3/9=1/3$,

iii) $P(R)=4/9$

17. శ్యాం, రాం లు ఒకే వారంలో (మంగళవారం నుంచి శనివారం) దుకాణాన్ని సందర్శిస్తారు. వారు ఒకే రోజు లేదా వేర్వేరు రోజుల్లో దుకాణానికి వేళ్ళవచ్చు. అయితే ఇరువురు ఒకే రోజు వెళ్ళే సంభావ్యత కనుక్కోండి.

జవాబు: మంగళవారం నుంచి శనివారం వరకు 5 రోజులుండును. కావున ఒక్కొక్కరు 5 సార్లు దుకాణానికి వెళ్తారు.

ఇరువురు దుకాణానికి వెళ్ళే సంఘటనల సంఖ్య= $5 \times 5 = 25$

ఒక వేళ వారు ఒకే రోజు దుకాణానికి అనగా (మంగళ, మంగళ), (బుధ,బుధ), (గురు, గురు), (శుక్ర, శుక్ర), (శని, శని) రోజుల్లో వెళ్ళిన్నట్లయితే.

సంభావ్యత $P(E) = 5/25=1/5$

18. 40 మంది విద్యార్థులు కల తరగతిలో 25 మంది బాలికలు, 15 మంది బాలురు ఉన్నారు. తరగతి ప్రతినిధిని నియమించటకై, వారి ఉపాధ్యాయురాలు అందరి పేర్లను విడివిడి కార్డుల పై వ్రాసి, ఒక పెట్టెలో వేసి, బాగా కలిపి, ఒక కార్డును తీసారు. ఆ కార్డుపై పేరు i) అమ్మాయి లేక ii) అబ్బాయిది కావడానికి సంభావ్యతను లెక్కించండి?

జవాబు: కార్డులన్నీ సమానం అయితే 40 మందిలో ఎవరి పేరు కార్డు అయినా రావచ్చును.

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=40

i) తీసిన కార్డు పై అమ్మాయి పేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=25

$$\therefore P(\text{అమ్మాయి పేరు గల కార్డు})=P(\text{అమ్మాయి})=25/40=5/8$$

ii) తీసిన కార్డుపై అబ్బాయి పేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య=15

$$P(\text{అబ్బాయి పేరు గల కార్డు})=P(\text{అబ్బాయి})=15/40=3/8$$

(లేదా)

$$P(\text{అబ్బాయి})=1-P(\text{అబ్బాయి కానిది})=1-P(\text{అమ్మాయి})=1-5/8=3/8$$

4 మార్కులు

1. ఒక పెట్టెలో 5 ఎరుపు, 8 తెలుపు, 4 ఆకుపచ్చ గోళీలు కలవు. పెట్టెనుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక గోళీని తీస్తే అది i) ఎరుపు ii) తెలుపు iii) ఆకుపచ్చ కానిది అగుటకు సంభావ్యత కనుగొనండి.

జవాబు: పెట్టెలోని మొత్తం గోళీల సంఖ్య= 5 ఎరుపు+8 తెలుపు+ 4 ఆకుపచ్చ=n(S)=17

పెట్టెనుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక గోళీని తీస్తే అది

(i) ఎరుపు రంగు గోళి అగుటకు పర్యవసానాలు (E) =5=n(E)=5

$$\text{ఎరుపు రంగు గోళి అగుటకు సంభావ్యత } P(E)=n(E)/n(S)=5/17$$

(ii) తెలుపు గోళి అగుటకు పర్యవసానాలు (E) =8

$$\text{తెలుపు గోళి అగుటకు సంభావ్యత } P(E)=n(E)/n(S)=8/17$$

(iii) ఆకుపచ్చ గోళి అగుటకు పర్యవసానాలు (E) =4

$$\text{ఆకుపచ్చ గోళి అగుటకు సంభావ్యత } P(E)=n(E)/n(S)=4/17$$

$$\text{ఆకుపచ్చ గోళి కానివి అగుటకు సంభావ్యత } P(E)=1-P(E)=1-(4/17)$$

$$\frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$$

2. పర్యవసానాలన్నీ సమ సంభవాలైన 5 ఘటనలను, సమసంభవాలు కాని 5 ఘటనలు పేర్కొనండి?

జవాబు:

సమసంభవాలైన 5 ఘటనలు:

i) జట్లకు టాస్ గెలిచే అవకాశం.

ii) సహజ సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్యను ఎన్నుకున్న అది సరి లేదా బేసి సంఖ్యను సూచించుట.

iii) ఎరులు, తెలుపు బంతులున్న సంచి నుండి ఎరుపు బంతిని ఎన్నుకొనుట.

iv) తప్పు-ఒప్పు ప్రశ్నకు సమాధానం వ్రాసినపుడు అది సరికావచ్చు కాక పోవచ్చు

v) పేక ముక్కల కట్ట నుండి తీసిన కార్డు డైమండ్ ఏస్ లేదా స్పేడ్ ఏస్ అగుట.

పర్యవసానాలు సమ సంభవాలు కాని ఘటనలకు ఉదాహరణలు:

- i) పాచకను దొర్లించినపుడు 6 కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యను సూచించుట
- ii) 5 ఎరువు బంతులు, 3 నలుపు బంతులు, 2 తెలుపు బంతులు గల సంచి నుంచి ఒక బంతిని తీయుచ
- iii) 5 యొక్క మొదటి పది గుణిజాలల్లోని ప్రతి సంఖ్య చివరి అంకె బేసి సంఖ్య వచ్చుట.
- iv) గాంధీజీ పుట్టినరోజు అక్టోబర్ 2 ఆదివారం అగుట.
- v) క్రికెట్ జట్టు గెలిచే మ్యాచ్లు.

3. పరస్పరం పూరక ఘటనలయ్యే జతలకు 5 ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.?

జవాబు:

- 1) పాచికను విసిరినప్పుడు అది
 - i) సరి సంఖ్యలను ii) సరి సంఖ్యలు కాని సంఖ్యలను సూచించు సంభావ్యత
- 2) పేక ముక్కల కట్టనుండి ఒక కార్డును ఎన్నుకొనిన అది
 - i) డైమండ్ 10 కావడానికి ii) డైమండ్ 10 కాకపోవడానికి గల సంభావ్యత
- 3) 16 మంది విద్యార్థులు, 10 మంది విద్యార్థులునున్న ఒక తరగతిలో కార్డుపై ఒకరి పేరు రాసిన ఆ పేరు
 - i) అమ్మాయిది అగుటకు ii) అమ్మాయిది కాకపోవుటకు గల సంభావ్యత.
- 4) A, B అను ఇద్దరు క్రీడాకారులు ఆడుతున్నప్పుడు A గెలిచే సంభావ్యత A ఓడిపోయే సంభావ్యత
- 5) ఒక తరగతిలో విద్యార్థుల పుట్టిన రోజు
 - i) ఆగస్టు 15 న అగుటకు ii) ఆగస్టు 15 కాకపోవుటకు సంభావ్యత

4) బాగుగా కలుపబడిన పేక ముక్కలు (52) కట్టనుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును తీస్తే అది కార్డు అగుటకు సంభావ్యతలు లెక్కించండి.

- i) ఎరువు రాజు ii) ముఖ కార్డు iii) ఎరువు ముఖ కార్డు iv) హృదయం గుర్తు గల జాకీ v) స్పేడు vi) డైమండ్ గుర్తుగల రాణి

జవాబు: మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=52

i) కట్టలో ఎరువురాజులు అయ్యే పర్యవసానాలు (E)=2

$$n(E)=2$$

ఎరువు రాజు అగుటకు సంభావ్యత $P(E) = n(E)/n(S) = 2/52 = 1/26$

ii) కట్ట నుండి ముఖ కార్డులు అయ్యే పర్యవసానాలు=12

$$n(E)=12$$

∴ ముఖ కార్డులు అయ్యే సంభావ్యత $P(E) = n(E)/n(S) = 12/52 = 3/13$

iii) కట్ట నుండి ఎరువు ముఖ కార్డులు అయ్యే పర్యవసానాలు E =6

$$n(E)=6$$

∴ ఎరువు ముఖ కార్డులు అయ్యే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=6/52=3/26$

iv) హృదయం గుర్తుగల జాకీ అయ్యే పర్యవసానాలు $E = 1$

$$n(E)=1$$

హృదయం గుర్తుగల జాకీ అయ్యే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=1/52$

v) స్పేడు కార్డు అయ్యే పర్యవసానాలు $E = 13$

$$n(E)=13$$

స్పేడు కార్డు అయ్యే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=13/52=1/4$

vi) డైమండ్ గుర్తుగల రాగి అయ్యే పర్యవసానాలు $(E)=1$

డైమండ్ గుర్తుగల రాగి అయ్యే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=1/52$

- 5) పెట్టెలో ఉన్న 20 బల్బులలో 4 బల్బులు లోపాలు కలిగి ఉన్నవి. పెట్టె నుండి యాదృచ్ఛికంగా తీసినబల్బు లోపాలు కలిగి ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత? ఒక వేళ అది మంచి బల్బు అయి ఉండి దానిని పెట్టెలో పెట్టకుండా రెండవ బల్బును తీసుకుంటే అది కుంటే మంచిదై ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: పెట్టెలో ఉన్న విద్యుత్ బల్బుల సంఖ్య=మంచివి+లోపాలు కలవి=20

$$n(S)=20$$

లోపాలు కలిగిన బల్బు తీయుటకు పర్యవసానాలు $(E)=4$

$$n(E)=4$$

లోపాలు కలిగిన బల్బు తీయుటకు సంభావ్యత $=P(E)=n(E)/n(S)=4/20=1/5$

మంచి బల్బు ఒకటి పెట్టెలో పెట్టనట్లయితే మిగిలిన మొత్తం బల్బుల సంఖ్య=19

మంచి బల్బు అగు పర్యవసానాలు $(E)=$ మిగిలిన మొత్తం బల్బులు-లోపాలు కలవి
 $=19-4$

$$n(E)=15$$

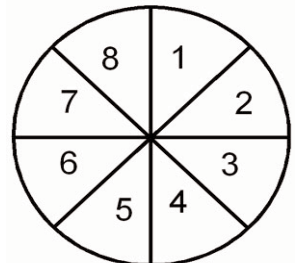
మంచి బల్బు అగుటకు సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=15/19$.

- 6) ఒక ఆటనందు వేగంగా త్రిప్పడిన బాణపు గుర్తు పటంలో చూపబడినట్లు 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 లేక 8 ని సూచిస్తూ ఆగుతుంది. అన్ని పర్యవసానములు సమసంభవము లైతే క్రింది ఘటనల సంభావ్యతలు లెక్కించండి. బాణపు గుర్తు సూచించేది. i) 8, ii) ఒక బేసి సంఖ్య, iii) 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్య, iv) 9 కన్నా చిన్న సంఖ్య.

జవాబు: ఆటనందు గల పర్యవసానములు = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

ఆటనందు గల మొత్తం పర్యవసానములు $n(S)=8$

i) బాణపు గుర్తు 8 ని సూచించే పర్యవసానం $(E) = 1$



$$n(E)=1$$

బాణపు గుర్తు 8 ని సూచించే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=1/8$

ii) బేసి సంఖ్య అయ్యే పర్యవసానాములు =1, 3, 5, 7

బేసి సంఖ్య అయ్యే పర్యవసానాముల సంఖ్య $n(E) =4$

∴ బాణపు గుర్తు బేసి సంఖ్యను సూచించే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=4/8=1/2$

iii) 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్య అయ్యే పర్యవసానాములు $E=3, 4, 5, 6, 7, 8$

2 కన్నా పెద్ద సంఖ్య అయ్యే మొత్తం పర్యవసానాముల సంఖ్య $n(E)=6$

బాణపు గుర్తు 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్యను సూచించే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=6/8=3/4$

iv) 9 కన్నా చిన్నవి అయ్యే పర్యవసానాములు =8

9 కన్నా చిన్నవి అయ్యే మొత్తం పర్యవసానాములు = $E=1$

బాణపు గుర్తు 9 కన్నా చిన్నది అయ్యే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=8/8=1$

- 7) ఒక పెట్టె నందు 1 నుండి 90 వరకు వ్రాయబడి ఉన్న 90 ఫలకాలు ఉన్నాయి. వాటి నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక ఫలకాన్ని ఎన్నుకుంటే క్రింది సంఖ్యలు ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత? i) రెండంకెల సంఖ్య ii) ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య iii) 5 చే భాగించబడు సంఖ్య.

జవాబు: 1 నుండి 90 వరకు వ్రాయబడి ఉన్న ఫలకాల సంఖ్య =90

i) రెండంకెల సంఖ్యలు అగుటకు పర్యవసానాములు $(E)=90-$ ఒక అంకెవి

$$=90-9=81$$

$$n(E)=81$$

రెండంకెల సంఖ్యలు అగుటకు సంభావ్యత $P(E) =n(E)/n(S)=81/90=9/10$

ii) 1 నుంచి 90 వరకు ఖచ్చిత వర్గాల ఫలకాలు అగుటకు పర్యవసానాలు=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 $n(E) =9$

∴ ఖచ్చిత వర్గాలు కల ఫలకాల సంభావ్యత $P(E) =n(E)/n(S)=9/90=1/10$.

iii) 1 నుంచి 90 వరకు గల ఫలకాలలో 5 చే భాగించబడు ఫలకాల

పర్యవసానాలు= 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90

$$n(E)=18$$

∴ 5 చే భాగించబడు ఫలకాల సంభావ్యత $P(E) =n(E)/n(S)=18/90=1/5$

- 8) ఒక వ్యాపారి వద్ద 144 పెన్నులు ఉన్నాయి. అందులో 20 లోపాలు కలిగి ఉన్నాయి. సుధ పెన్ను కొనడానికి వస్తే వ్యాపారి యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్ను ఇస్తే దానిని (i) సుధ కొనుటకు (ii) కొనలేక పోవుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత?

జవాబు: మొత్తం పెన్నుల సంఖ్య=144 $n(S)=144$

లోపాలు కలవి=20

మంచి పెన్నులు =మొత్తం -లోపాలు కలవి
=144-20=124

(i) సుధ కొనుటకు పర్యవసానాలు (E)=మంచి పెన్నులు

$$n(E)=124$$

సుధ పెన్ను కొనే సంభావ్యత $P(E)=n(E)/n(S)=124/144=31/36$

(ii) సుధ కొనలేక పోవుటకు పర్యవసానాలు (E)= లోపాలు కలవి=20

$$n(E)=20$$

సుధ కొనలేక పోవుటకు సంభావ్యతలు $P(E)=n(E)/n(S)=20/144=5/36$

రెండవ పద్ధతి:

$$P(E)+P(\bar{E})=1$$

$$P(\bar{E})=1-P(E)$$

$$P(\bar{E})=1-\frac{31}{36}$$

$$P(\bar{E})=\frac{36-31}{36} \quad P(\bar{E})=\frac{5}{36}$$

9) ఒక పాచికను రెండుసార్లు దొర్లించారు. రెండు సార్లు వరుసగా (i) 5 పాచికపై కనిపించడానికి (ii) 5 పాచిక పై కనిపించక పోవడానికి సంభావ్యత ఎంతెంత?

జవాబు: ఒక పాచికను n సార్లు దొర్లించిన లభించదగు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=6n

ఒక పాచికను 2 సార్లు దొర్లించిన లభించదగు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య=6²=36

$$n(S)=36$$

మొదటి పాచిక పైని అంకె

రెండవ పాచిక పైని అంకె

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

- i) రెండు పాచికలపై '5' కనీసం ఒక అంకెగా వచ్చు పర్యవసానాలు (E) = (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)

$$n(E)=11$$

5 పాచికపై కనిపించడానికి సంభావ్యత $P(E) = n(E)/n(S) = 11/36$

- ii) పాచికపై 5 కనిపించకపోవడానికి సంభావ్యత $P(\bar{E})$ అనుకుంటే

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

$$P(\bar{E}) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{36-11}{36} = \frac{25}{36}$$

- 10) ఒకే సారి రెండు పాచికలను దొర్లించి వాటిపై సంఖ్యలను కూడినచో వచ్చు

- i) మొత్తాల సంభావ్యతను తెలుపు ఈ కింది పట్టికను పూరించుము.

రెండు పాచికలపై	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
మొత్తం ఘటన											

సంభావ్యత

- ii) ఒక ప్రయోగంలో 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, అనే 11 పర్యవసానాలు ఉన్నవి. కావున ఒక్కొక్క పర్యవసానం సంభావ్యత $1/11$ అన్నారు. ఈ సమాధానంతో ఏకీభవిస్తున్నావా? వివరించండి.

జవాబు: రెండు పాచికలను విసిరినపుడు వాటిపై వచ్చు సంఖ్యల పర్యవసానాలు కింది విధంగా ఉండును.

మొదటి పాచిక పైని అంకె

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

రెండవ పాచిక పైని అంకె

పై పట్టిక నుంచి మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య $n(S) = 6 \times 6 = 36$

పాచికపై ఘటనల మొత్తం	అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య	మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య	సంభావ్యత $= \frac{\text{అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$
2	(1, 1)	1	1/36
3	(1, 2), (2, 1)	2	2/36=1/18
4	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	3	3/36=1/12
5	(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)	4	4/36=1/9
6	(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	5	5/36
7	(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)	6	6/36=1/6
8	(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)	5	5/36
9	(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	4	4/36=1/9
10	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	3	3/36=1/12
11	(5, 6), (6, 5)	2	2/36=1/18
12	(6, 6)	1	1/36

ii) ఇచ్చిన పట్టిక నుండి విద్యార్థి యొక్క వివరణ తప్పు. ఇచ్చట ప్రతిదాని సంభావ్యత 1/11 గా లేదు ఎందుకనగా 2, 3, 4,, 12ల యొక్క మొత్తం ఒకే విధంగా లేదు.

11. -2, -1, 0, 1, 2 అను సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్యను యాదృచ్ఛికంగా x అనే సంఖ్యను తీసుకుంటే $x^2 < 2$ అగుటకు గల సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: దత్తాంశ విలువలలో తీసుకునే విలువ = x అనుకొనుము

\therefore ప్రాథమిక పర్యవసానాల మొత్తం = 5, $n(S) = 5$

$x^2 < 2$ ను తృప్తిపరిచే x విలువలు -1, 0, 1

\therefore అనుకూల పర్యవసానాలు = -1, 0, 1

$n(E) = 3$

$\therefore P(x^2 < 2) = n(E)/n(S) = 3/5$

12. రహీమ్ ఒక పేకాట కార్డుల కట్టలోని అన్ని హృదయపు గుర్తుగల కార్డులను తొలగించారు. అప్పుడు (i) ఒక కార్డును ఎన్నుకుంటే అది ఏస్ (Ace) అయ్యే సంభావ్యత ఎంత? (ii) డైమండ్‌ను ఎన్నుకునే సంభావ్యత ఎంత?

జవాబు: మొత్తం కార్డుల సంఖ్య (ఒక కట్టలో) = 52

హృదయపు గుర్తు గల కార్డుల సంఖ్య = 13

రహీమ్ హృదయపు గుర్తుగల కార్డులను తొలగించాడు. కావున మిగిలిన కట్టలోని కార్డుల సంఖ్య = 52 - 13 = 39

$$n(S) = 39$$

(i) మిగిలిన కట్టలోని ఏస్ సంఖ్య = 3

$$n(E) = 3$$

ఏస్ కార్డు తీసే సంభావ్యత = $n(E)/n(S) = 3/39 = 1/13$

(ii) మిగిలిన కట్టలో డైమండ్ గుర్తు గల కార్డుల సంఖ్య = 13

$$n(E) = 13$$

∴ డైమండ్ కార్డు అయ్యే సంభావ్యత $P(E) = n(E)/n(S) = 13/39 = 1/3$

13. ఒక రూపాయి నాణెమును 3 సార్లు ఎగుర వేసి బొమ్మ బొరుసులను పరిశీలించాలనుకొన్నారు. అవి మూడు బొమ్మలు బొరుసులు అయితే హానీష్ గెలుస్తాడు. హానీష్ ఓడి పోవడానికి సంభావ్యత కనుగొనండి?

జవాబు. ఒక నాణెమును 3 సార్లు ఎగురవేసినపుడు వచ్చు పర్యవసానాలు

$$n(S) = 2^n = 2^3 = 8$$

8 పర్యవసానాలు

T	T	T
T	T	H
T	H	T
H	T	T
H	H	T
H	T	H
T	H	H
H	H	H

మూడు బొమ్మలు, మూడు బొరుసులు అయ్యే పర్యవసానాలు = 2

$$n(E) = 2$$

హానీష్ గెలుచుటకు సంభావ్యత $P(E) = n(E)/n(S) = 2/8 = 1/4$

హానీష్ ఓడిపోవడానికి సంభావ్యత $P(E) = 1 - P(E) = 1 - (1/4) = (4-1)/4 = 3/4$

బిట్స్

1. ఒక పేకలో నుండి తీసిన ముక్క రాజు (లేదా) రాణి కావడానికి సంభావ్యత ()
A)1/52 B)1/13 C)45 D)28
2. 1, 2, 3, -----, 15 వరకు గల సంఖ్యలో ఒక సంఖ్యను యాదృచ్ఛికంగా ఎన్నుకొన్నప్పుడు అది 4 యొక్క గుణిజము అయ్యే సంభావ్యత
A)4/15 B)2/15 C)1/5 D)3/5
3. గీత అసంభవ ఘటనల సంభావ్యత 1 అని, ప్రవల్లిక కచ్చిత ఘటనల సంభావ్యత 0 అని, అలియా ఏదేని ఘటన సంభావ్యత 0, 1 ల మధ్య వుంటుందని చేప్పారు.
నీవు ఎవరితో ఏకీభవిస్తావు?
A)గీత B)ప్రవల్లిక C)అలియా D)పై ముగ్గురు
4. కచ్చిత ఘటన యొక్క సంభావ్యత.....
A) -1 B) 1 C) 2 D) 3
5. ఒక పాచికను ఒకసారి దొర్లించినచో సరిసంఖ్య వచ్చుటకు గల సంభావ్యత.....
A) -1 B) 1 C) 2 D)1/2
6. $P(E) = 0.2$ అయిన $P(\dots) =$ ()
A) 2.7 B) 8.1 C) 0.008 D) 0.8
7. పేక ముక్కల కట్టలో ఉండే పేకల సంఖ్య ()
A) 52 B) 25 C) 18 D) 110
8. రెండు పాచికలు ఒకేసారి దొర్లించినచో, రెండు వేరు సంఖ్యలు పైన వచ్చుటకు గల సంభావ్యత
A) 1/6 B) 5/6 C) 2 D) ఏది కాదు
9. 52 ఉండే పేకముక్కల కట్ట నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును తీసినచో అది క్లబ్ అగుటకు సంభావ్యత
A) -1/2 B) 3 C) 1/4 D) 1
10. క్రింది వానిలో ఏదేని ఘటన యొక్క సంభావ్యత కానిది ఏది? ()
A) 2.3 B) -1.5 C) 15.. D) A మరియు B
11. $P(x)+P(\dots) =$
A) 0 B) 1 C) -1 D) 2
12. $P(E) = 1/2$ అయిన $P(E \text{ కానిది}) \dots\dots\dots$ ()
A) -1/2 B) 1/2 C) -1 D) 1
13. రెండు పాచికలు ఒకేసారి దొర్లించినపుడు రెండు ముఖాల పై ఒకే సంఖ్యలు అగుటకు గల సంభావ్యత ()
A) 1/2 B) 1/3 C) 1/6 D) 5/6
14. మూడు నాణెములు వరుసగా ఎగురవేసినపుడు కనీసం బొరుసులు వచ్చుటకు గల సంభావ్యత.....

()

A) 1 B) 1/2 C) 3/2 D) 4

15. లీపు సంవత్సరంలో 53 సోమవారాలు వచ్చుటకు గల సంభావ్యత..... ()

A) 1/4 B) 2/7 C) 1/7 D) 5/7

16. $P(E)+P(\dots)$ ()

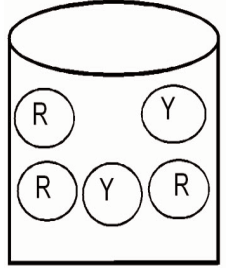
A) 0 B) -1 C) 8 D) 1

17. 1 నుండి 25 సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్యను తీసుకొనెను అయిన ఆ సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్య అగుటకు గల సంభావ్యత..... ()

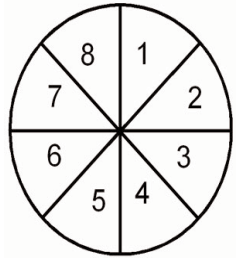
A) 1/10 B) 4/25 C) 1/2 D) 1/3

ఖాళీలు

1. పక్క పటం నుండి Y ను పొందగల సంభావ్యత _____
..... R = ఎరుపు బంతి, Y = పసుపు పచ్చ బంతి



2. ఒక ఆటయందు వేగంగా త్రిప్పబడిన గుర్తు పటంలో చూపబడినట్లు 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, లేక 8 ని సూచిస్తూ ఆగుతుంది. అన్ని పర్యవసానాలు సమసంభవమైతే బాణం గుర్తు 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్యను సూచించు సంభావ్యత _____



3. E అనే ఏదేని ఘటనకు $P(E)+P(\dots)=$ _____

4. ఒక పాచికను ఒకనారి దొర్లించినచో ఏర్పడు మొత్తము పర్యవసానముల సంఖ్య _____

5. ఏదేని ఘటన యొక్క సంభావ్యత _____ మరియు _____ ల మధ్య ఉండును.

6. ఒక ప్రయోగంలో రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘటనలు సంభవంచటానికి సమాన అవకాశములు ఉంటే వానిని _____ అంటారు.

7. 'ది బుక్ ఆఫ్ గేమ్స్ ఆఫ్ ఛాన్స్ (The book of games of chance)' గ్రంథకర్త _____

8. $P(E)=1/3$ అయిన $P(\dots)=$ _____

9. ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు 7 వచ్చుటకు గల సంభావ్యత అనేది _____ ఘటన

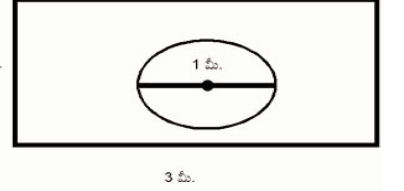
10. పుట్టబోయే బిడ్డ ఆడ (లేక) మగ అగుటకు గల సంభావ్యత _____

11. ఒక పాచికను ఎగురవేసినపుడు 6 లేక అంతకన్నా తక్కువ వచ్చు ఘటనను _____ అంటారు.

12. ఒక పేకముక్కల కట్ట నుండి ఒక కార్డు తీసినచో అది రాజు అగుటకు గల సంభావ్యత _____

13. అసంభవ ఘటన యొక్క సంభావ్యత _____

14. ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత -1.5. ఇది సత్యమా/అసత్యమా _____
15. రెండంకెల సంఖ్యలో ఒక దనిని తీసుకున్నప్పుడు అది 3 యొక్క గుణిజము అగుటకు సంభావ్యత _____
16. 3, 5, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 9 సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్యను యాదృచ్ఛికంగా తీసుకుంటే అది సగటు సంఖ్య అగుటకు గల సంభావ్యత _____
17. 1, 2, 3 సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్య X ను మరియు 1, 4, 9 సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్య Y ను తీసుకొనినచో $P(xy < 9)$ _____
18. 52 కార్డులు గల ఒక పేకముక్కల కట్టనుండి ఒక కార్డును తీసుకొనినచో అది ఏస్ అగుటకు గల సంభావ్యత _____
19. ద్విరచతురస్రాకార పలకపై 1 మీ.. వ్యాసం గల వృత్తం గీటబడి ఉన్నది. ఒక పాచికను ఈ పలకపై జారవిడిస్తే అది వృత్తంలో పడుటకు సంభావ్యత _____
20. ఒక ప్రయోగంలోని అన్ని ఘటనల సమ్మేళనము ప్రతిరూప ఆవరణము అయిన, వానిని _____ ఘటనలు అంటారు.



జవాబులు:

1. బి 2. సి 3. సి 4. బి 5. డి 6. డి 7. ఎ 8. బి 9. సి
 10. డి 11. బి 12. బి 13. సి 14. బి 15. బి 16. డి
 17. బి

ఖాళీలు

1. 2/5 2. 3/4 3. 1 4. 6
 5. 0 మరియు 1 6. సమసంభవ ఘటన 7. J.కార్డాన్ 8. 2/3
 9. అసంభవ 10. 1/2 11. ఖచ్చిత ఘటన 12. 1/13
 13. 0 14. అసత్యం 15. 1/3 16. 3/10
 17. 5/6 18. 1/13 19. 11/84 20. పూర్ణ