

సాంఖ్యక శాస్త్రం (STATISTICS)

- సగటు, బాహుళకం, మధ్యగతాలను “కేంద్ర స్థాన విలువలు” అంటారు.
అవగీకృత దత్తాంశ సగటు:

$$\text{సగటు} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

- x_1, x_2, \dots, x_n రాశుల పోనిపున్యాలు వరుసగా f_1, f_2, \dots, f_n

$$\text{అయితే సగటు } (\bar{x}) = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

వగీకృత దత్తాంశ సగటు:

(i) ప్రత్యక్ష పద్ధతి:

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$f_i = i$ వ తరగతి పోనిపున్యం

$x_i = i$ వ తరగతి మధ్య విలువ

$\sum f_i = \text{పోనిపున్యాల మొత్తం}$

(ii) విచలన పద్ధతి (లేదా) ఊహించిన సగటు పద్ధతి:

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

తరగతి మధ్య విలువలు x_i ల్లో ఒక దాని విలువను “ఊహించిన సగటు”గా ఎన్నుకుంటాం. దీన్ని ‘a’

చే సూచిస్తాం.

విచలనం = $d_i = x_i - a$

$$\sum f_i = \text{పొనః పున్యల మొత్తం}$$

(iii) సంక్లిష్ట విచలన పద్ధతి లేదా సోపాన విచలన పద్ధతి:

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \times h$$

a = ఊహించిన సగటు = తరగతి మధ్య విలువలు x_i ల్లో ఎన్నుకున్న ఒక విలువ.

$$u_i = \frac{x_i - a}{h}, \quad h = \text{తరగతి అంతరం పొడవు}.$$

$$\sum f_i = \text{పొనఃపున్యల మొత్తం}.$$

గమనిక:

- (i) పై మూడు పద్ధతుల ద్వారా కనుగొనబడే సగటు విలువ ఒకటే.
- (ii) ఊహించిన సగటు పద్ధతి, సోపాన విచలన పద్ధతులు అనేవి ప్రత్యేక పద్ధతిని సులభతరం చేసే పద్ధతులు.
- (iii) ఒకవేళ d_i లకు ఉమ్మడి కారణాంకాలు ఉంటే సోపాన విచలన పద్ధతి అనేది వినియోగించడానికి అకూలమైనది.
- (iv) ఒక వేళ x_i, f_i లు చాలినంత చిన్నగా ఉంటే అప్పుడు ప్రత్యేక పద్ధతి ఎన్నుకోవడం అనుకూలమైనది.
- (v) ఒకవేళ x_i, f_i విలువలు పెద్ద సంఖ్యలు అయినపుడు విచలన పద్ధతి సరియైన పద్ధతి.

బాహుళకం:

అవగీకృత దత్తాంశంలో ఎక్కువ సార్లు పునరావృతం అయ్యే రాళిని బాహుళకం అంటారు.

ఉదా: 4, 9, 7, 6, 7, 9, 6, 7, 5 రాశుల బాహుళకం = 7

$$\text{వగీకృత దత్తాంశం బాహుళకం } I = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

గరిష్ట పొనఃపున్యం ఉన్న తరగతిని బాహుళక తరగతి అంటారు.

I = తరగతి దిగువ హద్దు

h = బాహుళకం తరగతి పొడవు

f_1 = బాహుళక తరగతి పొనఃపున్యం.

f_0 = బాహుళక తరగతి ముందున్న తరగతి పోనఃపున్యం

f_1 = బాహుళక తరగతి తర్వాతి తరగతి పోనఃపున్యం.

గమనిక: వేరువేరు తరగతి అంతరాలు ఉన్న దత్తాంశానికి బాహుళకం కనుగొనలేం.

మధ్యగతం:

దత్తాంశంలోని విలువలను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చుకోవాలి.

- రాశుల సంఖ్య 'n' బేసి సంఖ్య అయితే $\frac{n+1}{2}$ వ రాశి మధ్యగతం అవుతుంది.
- రాశుల సంఖ్య 'n' సరిసంఖ్య అయితే $\frac{n}{2}$ వరాశి, $\frac{n}{2} + 1$ వ రాశుల సరాసరి మధ్యగతం అవుతుంది.

$$\text{వరీకృత దత్తాంశం మధ్యగతం } M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

l = మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు

n = దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య

cf = మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పోనఃపున్యం

f = మధ్యగత తరగతి పోనఃపున్యం

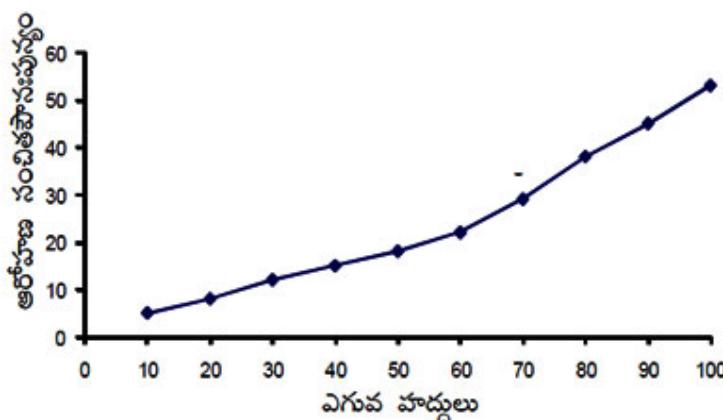
h = మధ్యగత తరగతి పొడవు

- అంకమధ్యమం లేదా సగటు దత్తాంశంలోని అన్నిరాశుల విలువలను (అత్యల్ప, అత్యధిక విలువలు కూడా) పరిగణనలోనికి తీసుకుంటుంది. కాబట్టి సగటును అత్యంత విశ్వసీయమైన కేంద్రీయ స్థాన విలువ అంటారు. దీన్ని ఉపయోగించే రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ రాశులు లేక విభాజనములను సులభంగా పోల్చవచ్చు. ఉదాహరణకు రెండు పారశాలల్లోని విద్యార్థుల పరీక్షా ఫలితాల సరాసరులు కనుగొని పోల్చడం ద్వారా ఏ పారశాల సమర్థవంతంగా పనిచేస్తుందో చెప్పవచ్చు.
- దత్తాంశంలోని విడివిడి రాశులు, ప్రత్యేకంగా అంత్యమ రాశుల విలువలకు, ప్రాముఖ్యత లేనపుడు దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్య విలువను కనుగొననవలసి వచ్చినప్పుడు “మధ్యగతం” అనువైన కేంద్రీయ స్థాన

విలువ. పలుమార్గు పునరావృతమయ్యే, బహుషాముఖ్యం గల రాశులను గుర్తించవలసిన సందర్భాల్లో బాహుళకాన్ని కేంద్రీయ స్థాన విలువగా పరిగణిస్తారు.

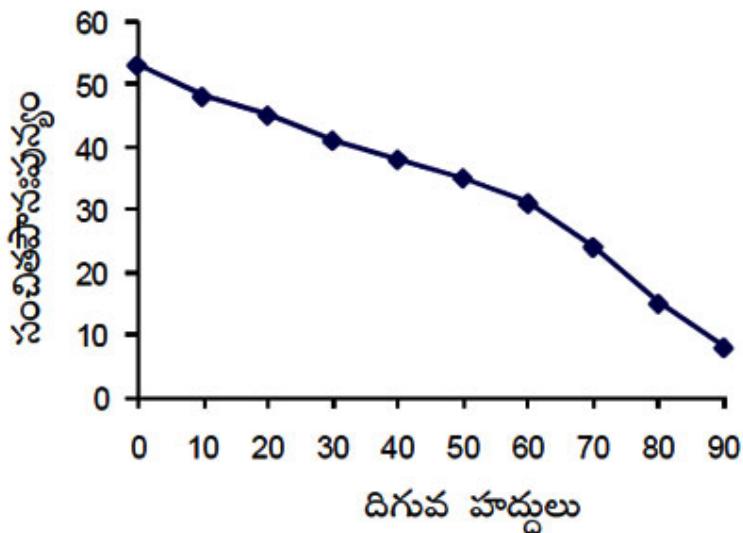
- ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం: ఒక పొనఃపున్య విభాజనంలో మొదటి నుంచి ఒక తరగతి యదార్థ ఎగువ హద్దు వరకు ఉండే పొనఃపున్యాల మొత్తాన్ని ‘ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం’ అంటారు.
- అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం: ఒక పొనఃపున్య విభాజనంలో చివరి నుంచి ఒక తరగతి దిగువ హద్దు వరకు ఉండే పొనఃపున్యాల మొత్తాన్ని ‘అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం’ అంటారు.
- ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం లేదా ఓజీవ్ వక్రం:

అనువైన స్క్రూలుకు దత్తాంశంలోని వరుస తరగతుల ఎగువ హద్దులను x- అక్షం పై ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం విలువలను y- అక్షం పై తీసుకొని బిందువులను గుర్తించి, సరళ వక్రంతో కలిపితే ఏర్పడే వక్రాన్ని “అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం” లేదా “ఓజీవ్ వక్రం” అంటారు.



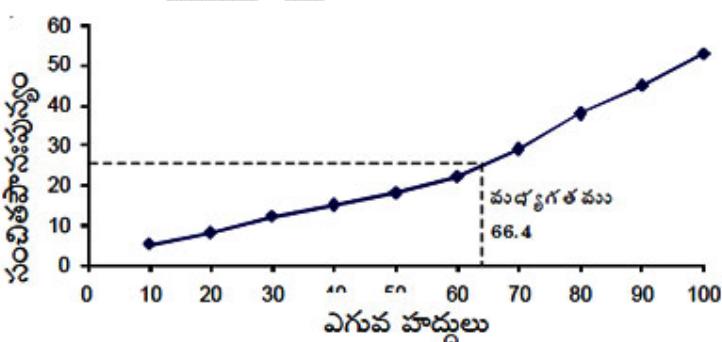
- అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం లేదా ఓజీవ్ వక్రం:

అనువైన స్క్రూలుకు దత్తాంశంలోని తరగతుల దిగువ హద్దులు X అక్షం పై, అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం వక్రాలు y- అక్షం పై తీసుకొని బిందువులను గుర్తించి, సరళ వక్రంతో కలిపితే ఏర్పడే వక్రాన్ని “అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం” లేదా “ఓజీవ్ వక్రం” అంటారు.

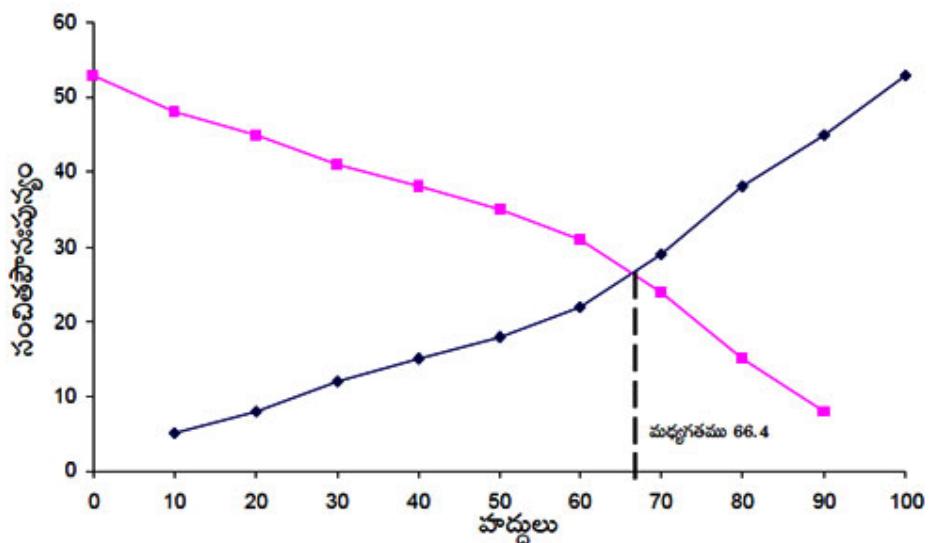


ఓజీవ్ వక్రం నుంచి మధ్యగతం కనుగొనుట:

- (i) ఆరోహణ లేక అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం y -అక్షంపై $\frac{n}{2}$ వరాళిని సూచించు బిందువును గుర్తించాలి. ఈ బిందువు నుంచి x - అక్షానికి సమాంతరంగా ఒక రేఖ గీసి అది వక్రాన్ని ఖండించే బిందువును గుర్తించాలి. ఈ బిందువు నుంచి x - అక్షం మీదకు ఒక లంబాన్ని గీసినపుడు, ఆ లంబపొదం మధ్యగతాన్ని సూచిస్తుంది.



- (ii) ఇచ్చిన దత్తాంశం ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పొనుసువులను నిర్మించి, రెండు ఉజ్జీవ వక్రాల ఖండన బిందువు నుంచి x- అక్షం మీదకు ఒక లంబాన్ని గేసినపుడు, ఆ లంబపొదం దత్తాంశానికి మధ్యగతాన్ని సూచిస్తుంది.



1 Mark Questions

1. సగటు కనుగొనడానికి మూడు సూత్రాలు రాయండి.

సాధన: సగటు కనుగొనడానికి మూడు సూత్రాలు:

$$1) \text{ ప్రత్యక్ష పద్ధతి: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$2) \text{ విచలన పద్ధతి: } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$3) \text{ సంకీర్ణ విచలన పద్ధతి: } \bar{x} = a + \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right] \times h$$

2. మొదటి 100 సహజ సంఖ్యల సగటు కనుగొనండి.

సాధన: మొదటి 100 సహజ సంఖ్యల సంఖ్యలు = 1, 2, 3,100

$$\text{మొదటి } n \text{ సహజ సంఖ్యల మొత్తం} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{మొదటి } 100 \text{ సహజ సంఖ్యల మొత్తం} = \frac{100(100+1)}{2}$$

$$= \frac{100(101)}{2} = 50 \times 101$$

$$\therefore \text{మొదటి } 100 \text{ సహజ సంఖ్యల సగటు} = \frac{\text{రాశల మొత్తం}}{\text{రాశల సంఖ్య}} = \frac{50 \times 101}{100} = 50.5$$

3. $\sum f_i u_i = 1860$, $\sum f_i = 30$ అయితే సగటు కనుకోండి?

సాధన: $\sum f_i u_i = 1860$, $\sum f_i = 30$

$$\text{సగటు} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{1860}{30} = 62$$

4. $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}$ ల సగటు కనుక్కొండి.

సాధన: రాశులు = $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}$

రాశుల సంఖ్య = 5

$$\begin{array}{r} 3|3,4,6,2,12 \\ 2|1,4,2,2,4 \\ \hline 1,2,1,1,2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{రాశుల మొత్తం} &= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{7}{12} \\ &= \frac{12 + 27 + 30 + 18 + 21}{24} = \frac{108}{24} = \frac{9}{2} = 4.5 = 4.5 \end{aligned}$$

5. $a = 47.5, \sum f_i d_i = 435, \sum f_i = 30$ అయితే సగటును కనుక్కొండి.

సాధన: $a = 47.5$

$$\sum f_i d_i = 435$$

$$\sum f_i = 30$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$\begin{aligned} &= 47.5 + \frac{435}{30} \\ &= 47.5 + \frac{145}{10} = 47.5 + 14.5 = 62 \end{aligned}$$

6. మొదటి n సహజ సంఖ్యల బాహుళకం కనుక్కొండి.

సాధన: మొదటి n సహజ సంఖ్యలు = 1, 2, 3, 4, ..., n.

ఇందులో ఏ సంఖ్య కూడ మరలా రాలేదు. కాబట్టి వీటికి బాహుళకం ఉండదు.

(గమనిక: బాహుళకం ఈ లెక్కకి ఉండదు అని అంటాం. ఉండదు అన్నప్పుడు బాహుళకం '0' అని రాయకూడదు).

7. 10 క్రికెట్ మ్యాచ్‌లో ఒక బొలర్ తీసిన వికెట్లు కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2, 6, 4, 5, 0, 2, 1, 3, 2, 3

ఈ దత్తాంశానికి బాహుళకం కనుకోండి.

సాధన: దత్తాంశం : 2, 6, 4, 5, 0, 2, 1, 3, 2, 3.

ఆరోహణ క్రమం 0, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6.

ఎక్కువ మ్యాచ్‌లో బొలర్ తీసిన వికెట్లు 2 కనుక

\therefore బాహుళకం = 2.

8. 5, 6, 9, 10, 6, 12, 3, 6, 11, 10, 4, 6, 7 బాహుళకం కనుకోండి.

సాధన: దత్తాంశం = 5, 6, 9, 10, 6, 12, 3, 6, 11, 10, 4, 6, 7

\therefore ఆరోహణ క్రమం = 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 9, 10, 10, 11, 12

\therefore బాహుళకం= 6.

9. 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6 బాహుళకం కనుకోండి.

సాధన: సాధన లేదు.

10. వరీకృత దత్తాంశానికి మధ్యగతం కనుకోండి సూత్రం రాయండి.

సాధన: మధ్యగతం $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$

11. $l = 60, cf = 22, f = 7, h = 10, \frac{n}{2} = 26.5$ అయితే మధ్యగతం కనుకోండి.

సాధన: $l = 60$

$Cf = 22$

$f = 7$

$h = 10$

$$\frac{n}{2} = 26.5$$

$$\begin{aligned}\text{మధ్యగతం} &= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h \\ &= 60 + \left[\frac{26.5 - 22}{7} \right] \times 10 \\ &= 60 + \left[\frac{4.5}{7} \right] \times 10 = 60 + \frac{45}{70} \times 10 = 60 + \frac{45}{7} = 60 + 6.4 = 66.4\end{aligned}$$

12. ఓజివ్ వక్రం అంటే ఏమిటి?

సాధన: ఓజివ్ వక్రాలు గీసేటపుడు x- ఆక్షంపై హద్దులను, y- ఆక్షంపై సంచిత పొనఃపున్యాలను తీసుకోవాలి.

రెండు ఆక్షాలపై సేక్కలు సమానంగా ఉండనవసరం లేదు.

ఒకే దత్తాంశానికి సంబంధించిన రెండు ఓజివ్ వక్రాలు పరస్పరం ఖండించుకున్న బిందువు నుంచి

x- ఆక్షం మీదికి గీసిన లంబపాదం ఆ దత్తాంశ మధ్యగతాన్ని తెలుపుతుంది.

2 Mark Questions

1. ఒక పారశాలలోని 10వ తరగతికి చెందిన 30 మంది విద్యార్థులు గణితంలో పొందిన మార్కులు పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. విద్యార్థులు పొందిన మార్కుల సగటు కనుక్కోండి.

పొందిన మార్కులు (x_i)	10	20	36	40	50	56	60	70	72	80	88	92	95
విద్యార్థుల సంఖ్య (f_i)	1	1	3	4	3	2	4	4	1	1	2	3	1

సాధన: పై దత్తాంశాన్ని కింది చూపిన పట్టికలో తిరిగి రాయగా

పొందిన మార్కులు (x_i)	విద్యార్థుల సంఖ్య (f_i)	$f_i x_i$
10	1	10
20	1	20
36	3	108
40	4	160
50	3	150
56	2	112
60	4	240
70	4	280
72	1	72
80	1	80
88	2	176
92	3	276
95	1	95
మొత్తం	$\sum f_i = 30$	$\sum f_i x_i = 1779$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1779}{30} = 59.3$$

\therefore మార్గుల సగటు 59.3.

2. అంకగణిత సగటుకు సూత్రం రాశి, ప్రతి పదాన్ని వివరించండి.

సాధన: సగటు $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

x_i = తరగతి మధ్య విలువ

a = ఊహించిన సగటు విలువ

f_i = పోనఃపున్యం

h = తరగతి అంతరం

$$u_i = \text{విచలనం} = \frac{x_i - a}{h}$$

$\sum f_i = \text{పోనఃపున్యాల మొత్తం}$.

2. ఒక గ్రామంలో కొంతమంది విద్యార్థుల జిట్టు “పర్యావరణ పరిరక్షణ - అవగాహన” అనే కార్బూకమంలో భాగంగా, 20 ఇళ్ళలో సర్వే నిర్వహించి మొక్కలు నాటిన సమాచారాన్ని సేకరించి, ఈ కింది పట్టికలో నమోదు చేశారు. సగటున ఒక ఇంటికి ఎన్ని మొక్కలు నాటారో కనుక్కొండి.

మొక్కల సంఖ్య	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
ఇళ్ళ సంఖ్య	1	2	1	5	6	2	3

సాధన:

మొక్కల సంఖ్య	ఇళ్ళ సంఖ్య	తరగతి మధ్య విలువ x_i	$f_i x_i$
0 – 2	1	1	1
2 – 4	2	3	6
4 – 6	1	5	5
6 – 8	5	7	35
8 – 10	6	9	54
10 – 12	2	11	22
12 – 14	3	13	39
	$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 162$

$$\text{సగటు} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{162}{20} = 8.1$$

\therefore సగటున ఒక ఇంటికి 8 చెట్లు నాటారు.

4. ఒక పట్టణంలోని 30 నివాస ప్రాంతాల్లో, గాలిలో ఉన్న SO_2 గాఢత (in parts per million, i.e., ppm), ను ఈ కింది పట్టికలో క్రోడీకరించవేస్తాం. గాలిలో ఉన్న సగటు గాఢతను కనుకోండి.

SO_2 గాఢత	0.00–0.04	0.04 – 0.08	0.08 – 0.12	0.12 – 0.16	0.16 – 0.20	0.20 – 0.24
పొనఃపున్యం f_i	4	9	9	2	4	2

సాధన:

SO_2 గాఢత	పొనఃపున్యం f_i	మధ్య విలువలు x_i	$f_i x_i$
0.00 – 0.04	4	0.02	0.08
0.04 – 0.08	9	0.06	0.54
0.08 – 0.12	9	0.10	0.90
0.12 – 0.16	2	0.14	0.28
0.16 – 0.20	4	0.18	0.78
0.20 – 0.24	2	0.22	0.44
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 2.96$

$$\text{సగటు} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{2.96}{30} = \frac{0.296}{3} = 0.099$$

\therefore సగటు గాఢత = 0.099 ppm.

5. మధ్యగతం కనుకోవడానికి సూత్రం రాసి, అందులో అక్షరాలను వివరించండి.

సాధన: వరీకృత దత్తాంశం మధ్యగతం (**Median**):

మధ్యగతం అనేది కేంద్రస్థాన విలువలు (Measure of central tendency) లో ఒకటి, ఇది ఇచ్చిన దత్తాంశంలోని

రాశలు లేదా పరిశీలనాంశాల మధ్యవిలువను ఇస్తుంది. అవరీకృత దత్తాంశానికి మధ్యగతంను కనుకోవడానికి, ముందుగా దత్తాంశంలోని రాశలను లేదా పరిశీలనాంశాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చుకోవాలి.

అప్పడు, ఒకవేళ రాశలనంఖ్య 'n' బేసి సంఖ్య అయితే, మధ్యగతం $\left(\frac{n+1}{2} \right)$ వ రాశి లేదా పరిశీలనాంశం అవుతుంది.

ఒక వేళ 'n' సరిసంఖ్య అయితే మధ్యగతం $\left(\frac{n}{2} \right)$ వ రాశి, $\left(\frac{n}{2} + 1 \right)$ వ రాశల సరాసరి అవుతుంది.

ఇచ్చిన దత్తాంశం మధ్యగతాన్ని కింది సూత్రం ఉపయోగించి కనుక్కుంటాం.

$$\text{మధ్యగతం } M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

ఇందులో

l = మధ్యతరగతి దిగువహాద్దు

n = దత్తాంశంలోని రాశల సంఖ్య

cf = మధ్యగత తరగతికి ముందు తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం

f = మధ్యగత తరగతి పౌనఃపున్యం

h = మధ్యగత తరగతి పొడవు

6. కింది విభాజనానికి సగటు 53 అయితే **P** విలువ కనుకోండి.

తరగతి	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
పొనఃపున్యం	12	15	32	P	13

సాధన:

తరగతి	తరగతి విలువలు	f_i	$f_i x_i$
0 – 20	10	12	120
20 – 40	30	15	450
40 – 60	50	32	1600
60 – 80	70	P	70p
80 – 100	90	13	1170
		$\sum f_i = 72 + p$	$\sum f_i x_i = 3340 + 70p$

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \Rightarrow 53 = \frac{3340 + 70p}{72 + p}$$

$$3340 + 70p = 53(72 + p)$$

$$3340 + 70p = 3816 + 53p$$

$$70p - 53p = 3816 - 3340$$

$$17p = 476$$

$$p = \frac{476}{17}$$

$$\therefore P = 28.$$

7. కింది పట్టికలో అంశాలు a, b, c, d లు, పొనః పున్యం విభాజనంలో ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల ఎత్తును సూచిస్తే వాటి విలువలు కనుకోండి.

ఎత్తు (సెం.మీ) ల్లో	పొనఃపున్యం	సంచిత పొనఃపున్యం
150 – 155	12	12
155 – 160	a	25
160 – 165	10	b
165 – 170	c	43
170 – 175	5	48
175 – 80	2	d

సాధన:

ఎత్తు (సెం.మీ) ల్లో	పొనఃపున్యం	సంచిత పొనఃపున్యం
150 – 155	12	12
155 – 160	a	25
160 – 165	10	b
165 – 170	c	43
170 – 175	5	48
175 – 80	2	d

$$a = 25 - 12 = 13$$

$$b = 25 + 10 = 35$$

$$c = 43 - 35 = 8$$

$$d = 48 + 2 = 50$$

8. వరీకృత దత్తాంశంలో బాహుళకం కనుకోవడానికి సూత్రం రాసి, అందులో అక్షరాలను వివరించండి.

సాధన: వరీకృత పొనఃపున్య విభాజనాకి బాహుళక సూత్రం

$$\text{బాహుళక} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

l = బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు

h = బాహుళక తరగతి పొడవు

f_1 = బాహుళక తరగతి పొనః పున్యం

f_0 = బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి పొనఃపున్యం

f_2 = బాహుళక తరగతి తర్వాత ఉన్న తరగతి పొనఃపున్యం

9. కింది దత్తాంశానికి సంచిత పొనఃపున్యం (అవరోహణ) పట్టికను నిర్మించండి.

తరగతి అంతరం	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
పొనః పున్యం	4	45	20	13	9	7	2

తరగతి అంతరం	పొనఃపున్యం	దిగువ హద్దులు	అవరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం
5 – 10	4	5	$4 + 45 + 20 + 13 + 9 + 7 + 2 = 100$
10 – 15	45	10	$45 + 20 + 13 + 9 + 7 + 2 = 96$
15 – 20	20	15	$20 + 13 + 9 + 7 + 2 = 51$
20 – 25	13	20	$13 + 9 + 7 + 2 = 31$
25 – 30	9	25	$9 + 7 + 2 = 18$

30 - 35	7	30	$7 + 2 = 9$
35 - 40	2	35	$2=2$

10. ఒక దత్తాంశం $7, 10, 15, x, y, 27, 30$ లమధ్యగతం 17. ఒక రాళి 50 ను ఈ దత్తాంశానికి కలిపిన మధ్యగతం 18 అయినది. అయితే x, y లను కనుకోండి.

సాధన: ఇచ్చిన దత్తాంశం $7, 10, 15, x, y, 27, 30$

మధ్యగతం = x , కానీ దత్తాంశం ప్రకారం మధ్యగతం = 17

$$\therefore x = 17$$

ఒక రాళి 50 ను ఇచ్చిన దత్తాంశానికి కలిపితే, అవి $7, 10, 15, x, y, 27, 30$ అయ్యాయి.

$$\text{ఇక్కడ దత్తాంశం మధ్యగతం} = \frac{x+y}{2}$$

కానీ, లెక్క ప్రకారం మధ్యగతం = 18

$$\frac{x+y}{2} = 18$$

$$x+y = 18 \times 2$$

$$x+y = 36$$

$$17+y = 36$$

$$y = 36 - 17 = 19$$

$$\therefore x = 17, y = 19.$$

4 Mark Questions

1. ఒక కర్మగారంలోని 50 మంది కార్పుకుల దినసరి భత్యం ఈ కింది పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో

ఇప్పుడినది.

దినసరి భత్యం	250 – 300	300 – 350	350 – 400	400 – 450	450 – 500
కార్పుకుల సంఖ్య	12	14	8	6	10

సరైన పద్ధతిని ఎంచుకొని ఆ కర్మగారంలోని కార్పుకుల సగటు భత్యం కనుకోగ్గాండి (ఓజివ్ వక్రం గీయండి)

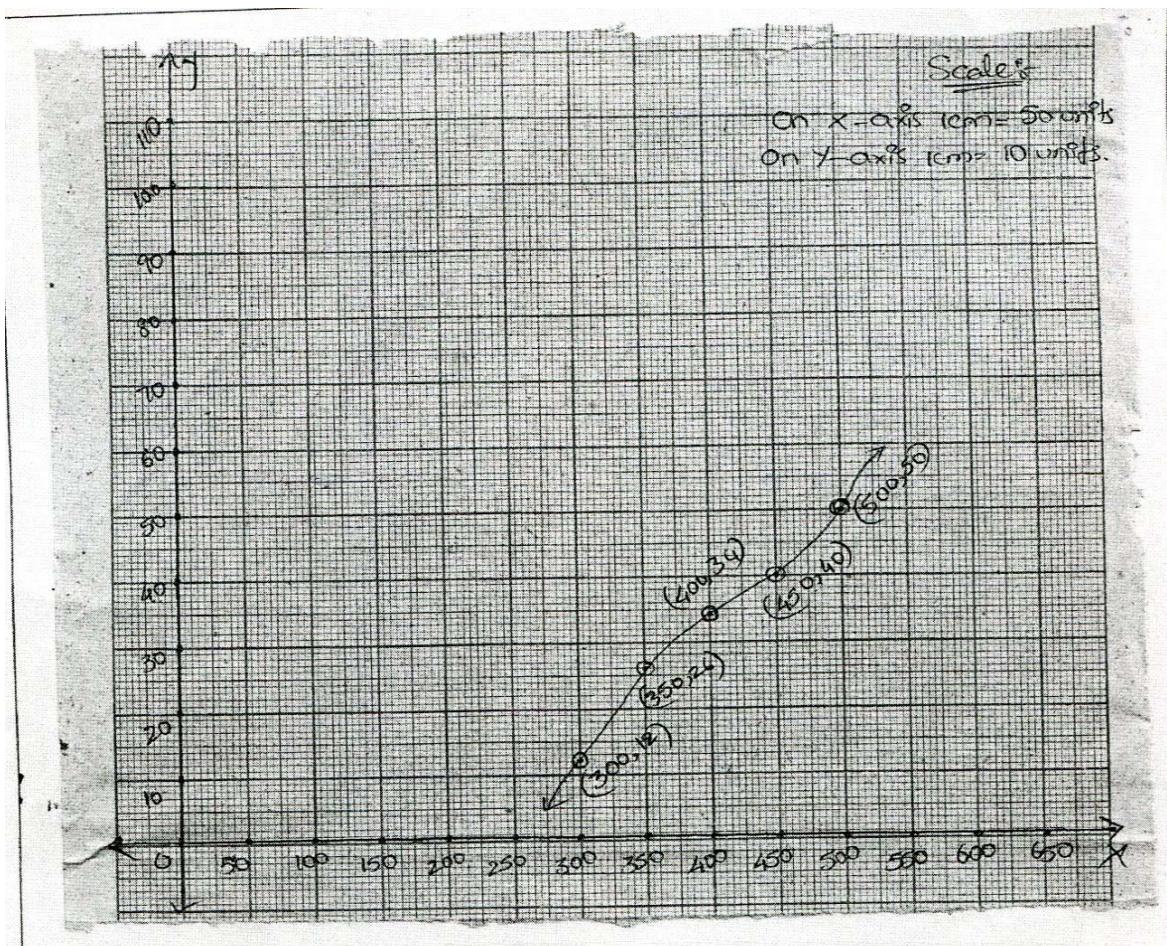
సాధన: ఇది ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం ఓజివ్ వక్రం

ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం పట్టిక

దినసరి రూ.ల్లో	త్రామికుల సంఖ్య	తరగతుల ఎగువ హద్దులు	ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం
250 – 300	12	300	12
300 – 350	14	350	26
350 – 400	8	400	34
400 – 450	6	450	40
450 – 500	10	500	50

(300, 12), (350, 26), (400, 34), (450, 40), (500, 50) అనే బిందువులను గ్రాఫ్ పేపర్లో గుర్తించి సరళ

వక్రంతో కలిపితే ఓజివ్ వక్రం ఏర్పడుతుంది.



2. ఒక ఆవాన ప్రాంతంలో ఉండే పిల్లల రోజువారీ చేతి ఖర్చుల వివరాలను ఈ కింది పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో ఇచ్చారు. పిల్లల సగటు చేతి ఖర్చు రూ. 18 అయితే, కింది పట్టికలో లోపించిన పొనఃపున్యం (**f**)ను కనుకోగ్గాండి.

పిల్లల రోజువారి చేతి ఖర్చులు	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
పిల్లల సంఖ్య	7	6	9	13	f	5	4
పిల్లల రోజువారి చేతి ఖర్చులు	పిల్లల సంఖ్య	మర్యాదలు			-f _i u _i		
11 – 13	7		12		84		
13 – 15	6		14		84		
15 – 17	9		16		144		
17 – 19	13		18		234		
19 – 21	f		20		20 f		
21 – 23	5		22		110		
23 – 25	4		24		96		
	$\sum f_i u_i = f + 44$				$\sum f_i u_i = 752 + 20f$		

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

దత్తాంశం నుంచి సగటు $\bar{x} = 18$

$$\sum f_i u_i = 752 + 20f$$

$$\sum f_i = 44 + f$$

$$\frac{18}{1} = \frac{752 + 20f}{44 + f}$$

అడ్డ గుణకారం చేయగా

$$752 + 20f = 18(44 + f)$$

$$752 + 20f = 792 + 18f$$

$$20f - 18f = 792 - 752$$

$$2f = 40$$

$$f = \frac{40}{2} \quad \therefore f = 20.$$

3. ఒక వైద్యశాలలో 30 మంది ప్రీలకు వైద్య పరీక్షలు నిర్వహించి వారి హృదయ స్పందనాలను పట్టికలో క్రోణికరించారు. సరైన పద్ధతిని ఎంచుకొని వారి హృదయ స్పందనల సరాసరి (ఒక నిమిషానికి) కనుకోండి.

హృదయ స్పందనల సంఖ్య / నిమిషం	65 - 68	68 - 71	71 - 74	74 - 77	77 - 80	80 - 83	83 - 86
ప్రీల సంఖ్య	2	4	3	8	7	4	2

హృదయ స్పందనల సంఖ్య	ప్రీల సంఖ్య (f_i)	(x_i)	విచలనం	$f_i u_i$
65 - 68	2	66.5	-3	-6
68 - 71	4	69.5	-2	-8
71 - 74	3	72.5	-1	-3
74 - 77	8	(75.5)a	0	0
77 - 80	7	78.5	1	7
80 - 83	4	81.5	2	8
83 - 86	2	84.5	3	6
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i u_i = -17 + 21 = 4$

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h$$

డిఫీంచిన సగటు (a) = 75.5

$$\sum f_i u_i = 4$$

$$\sum f_i = 30$$

తరగతి అంతరం(h) = 3

$$\therefore \text{మృదు స్వందనల సగటు } \bar{x} = 75.5 + \frac{4}{30} \times 3$$

$$= 75.5 + 0.4$$

$$= 75.9$$

4. పండ్ల మార్కెటలో పండ్ల వ్యాపారులు నారింజ పండ్లను పెట్టిలో ఉంచి అమ్ముతారు. ఒకొక్క పెట్టిలో ఉండే నారింజ పండ్ల సంఖ్య వేర్చేరుగా ఉంటుంది. పెట్టిలోని నారింజ పండ్ల పంపకాన్ని ఈ కింది పట్టికలో చూపునాన్నది.

నారింజ పండ్ల సంఖ్య	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34
పెట్టిల సంఖ్య	15	110	135	115	25

ఒకొక్క పెట్టిలో ఉండే నారింజ పండ్ల సగటు కనుకోండి. సగటు కనుకోవడానికి కనుగొనుటకు ఏ పద్ధతి ఎంచుకుంటారో తెల్పుండి.

నారింజ పండ్ల సంఖ్య	పెట్టెల సంఖ్య (f _i)	x _i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
10 -14	15	12	-2	-30
15 – 19	110	17	-1	-110
20 – 24	135	(22)a	0	0
25 – 29	115	27	1	115
30 – 34	25	32	2	50
	$\sum f_i = 400$			$\sum f_i u_i = 25$

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right] \times h$$

ఊహించిన సగటు(a) = 22

$$\sum f_i u_i = -140 + 165 = 25$$

$$\sum f_i = 400$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right] \times h$$

$$= 22 + \frac{25}{400} \times 5 = 22 + \frac{5}{16} = 22 + 0.31 = 22.31.$$

5. 35 పట్టణాలకు సంబంధించి అక్కరాస్యత రేటు (శాతాల్లో) ఈ కింది పట్టికలో ఇవ్వడమైనది. సగటు అక్కరాస్యత రేటును కనుకోండి.

అక్కరాస్యత రేటు(%)	45 – 55	55 – 65	65 – 75	75 – 85	85 – 95
పట్టణాల సంఖ్య	3	10	11	8	3

అక్కరాస్యత రేటు(%)	పట్టణాల సంఖ్య (f_i)	(x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45 – 55	3	50	-2	-6
55 – 65	10	60	-1	-10
65 – 75	11	(70)a	0	0
75 – 85	8	80	1	8
85 – 95	3	90	2	6
	$\sum f_i = 35$			$\sum f_i u_i = -16 + 14 = -2$

$$\text{సగటు } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$$

ఊహించిన సగటు(a) = 70

$$\sum f_i u_i = -16 + 14 = -2$$

$$\sum f_i = 35$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{సగటు అక్కరాస్యత రేటు } \bar{x} = 70 + \frac{-2}{35} \times 10 = 70 - \frac{4}{7} = 70 - 0.57 = 69.43\%$$

6. ఈ కింది పట్టికలో 225 విద్యుత్ పరికరాల జీవిత కాల వివరాలు (గంటల్లో) ఇవ్వబడినాయి. వాటి జీవితకాల బాహుళకాన్ని కనుక్కొండి?

జీవితకాలం (గంటల్లో)	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
పొనఃపున్యం	10	35	52	61	38	29

జీవిత కాలం (గంటల్లో)	పొనఃపున్యం
0 – 20	10
20 – 40	35
40 – 60	$52 f_0$
60 – 80	$61 f_1$
80 – 100	$38 f_2$
100 – 120	29

$$l = 50$$

$$f_0 = 52$$

$$f_1 = 61$$

$$f_2 = 38$$

$$h = 20$$

$$\therefore \text{విద్యుత్ పరికరాల జీవితకాల బాహుళకం} = l + \frac{(f_1 - f_0)}{2f_1 - (f_0 + f_2)} \times h$$

$$= 60 + \left[\frac{61 - 52}{2 \times (61) - (52 + 38)} \right] \times 20$$

$$= 60 + \left[\frac{9}{122 - 90} \right] \times 20$$

$$= 60 + \frac{9}{32} \times 20 = 60 + \frac{45}{8} = 60 + 5.625 = 65.625 \text{ గం.}$$

7. వన్నే క్రికెట్ మ్యాచ్‌ల్లో ప్రపంచంలో అత్యున్నత శ్రేణి బ్యాట్స్‌మెన్లు సాధించిన పరుగుల వివరాలను కింది పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో ఇవ్వడమైనది. అయితే

పరుగులు	3000 – 4000	4000 – 5000	5000 - 6000	6000 – 7000	7000 – 8000	8000 – 9000	9000 – 10000	10000 – 11000
బ్యాట్స్‌మెన్ల సంఖ్య	4	18	9	7	6	3	1	1

పై దత్తాంశానికి బాహుళకాన్ని కనుగొనండి.

పరుగులు	బ్యాట్స్‌మెన్ల సంఖ్య
3000 – 4000	4 (f_0)
4000 – 5000	18 (f_1)
5000 – 6000	9 (f_2)
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10.000 – 11000	1

$$l = 4000$$

$$f_0 = 4$$

$$f_1 = 18$$

$$f_2 = 9$$

$$h = 1000$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{బాహుళకం} &= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{(f_1 - f_0) + (f_1 - f_2)} \right] \times h \\
 &= 4000 + \frac{18 - 4}{2 \times 18 - (9 + 4)} \times 1000 \\
 &= 4000 + \frac{14}{36 - 13} \times 1000 = 4000 + \frac{14000}{23} = 4000 + 608.69 \\
 &= 4608.69
 \end{aligned}$$

$\therefore \text{బాహుళకం} = 4608.7$ పరుగులు.

8. కింది పట్టికలో ఇచ్చిన 60 రాపుల మధ్యగతం 28.5 అయితే x, y విలువ కనుకోగ్గాండి.

తరగతి అంతరం	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
పొనఃపున్యం	5	x	20	15	y	5

తరగతి అంతరం	పొనఃపున్యం	సంచిత పొనఃపున్యం
0 – 10	5	5
10 – 20	x	$5 + x$
20 – 30	20	$25 + x$
30 – 40	15	$40 + x$
40 – 50	y	$40 + x + y$
50 – 60	5	$45 + x + y$
	$n = 45 + x + y = 60$	

దత్తాంశ ప్రకారం

$$\text{మధ్యగతం} = 28.5$$

$$\text{మధ్యగతం} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$l = 20, n = 60,$$

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30 \quad cf = 5 + x, f = 20, h = 10$$

$$\Rightarrow 20 + \frac{30 - (5 + x)}{20} \times 10 = 28.5$$

$$\Rightarrow 20 + \frac{25 - x}{2} = 28.5$$

$$\Rightarrow \frac{25 - x}{2} = 28.5 - 20$$

$$\Rightarrow \frac{25 - x}{2} = 8.5$$

$$25 - x = 8.5 \times 2$$

$$26 - x = 17$$

$$-x = 17 - 25$$

$$-x = -8$$

$$\therefore x = 8$$

$$\Rightarrow n = 45 + x + y$$

$$60 = 45 + x + y$$

$$60 - 45 = x + y$$

$$15 = x + y$$

$$x + y = 15$$

$$8 + y = 15$$

$$y = 15 - 8$$

$$y = 7$$

$$\therefore x = 8$$

$$y = 7.$$

9. ఒక పరిశీలనలో 400 నియాన్ బల్బుల జీవిత కాలం కింది విభాజనంలో ఇవ్వబడ్డాయి.

బల్బుల జీవిత కాలానికి మధ్యగతం కనుకోండి.

జీవిత కాలం (గంటల్లో)	1500 – 2000	2000 – 2500	2500 – 3000	3000 - 3500	3500 – 4000	4000 – 4500	4500 – 5000
బల్బుల సంఖ్య	14	56	60	86	74	62	48

జీవిత కాలం (గంటల్లో)	బల్బుల సంఖ్య	సంచిత పొనుఃపున్యం
1500 – 2000	14	14
2000 – 2500	56	70
2500 – 3000	60	130 cf
3000 – 3500	86(f)	216
3500 – 4000	74	290
4000 – 4500	62	352
4500 – 5000	48	400
	n = 400	

$$l = 3000$$

$$n = 400$$

$$\frac{n}{2} = \frac{400}{2} = 200$$

$$cf = 130$$

$$f = 86$$

$$h = 500$$

$$\text{మధ్యగతం} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$= 3000 + \frac{(200 - 130)}{86} \times 500 = 3000 + \frac{70 \times 500}{86}$$

$$= 3000 + \frac{35000}{86}$$

$$= 3000 + 406.97$$

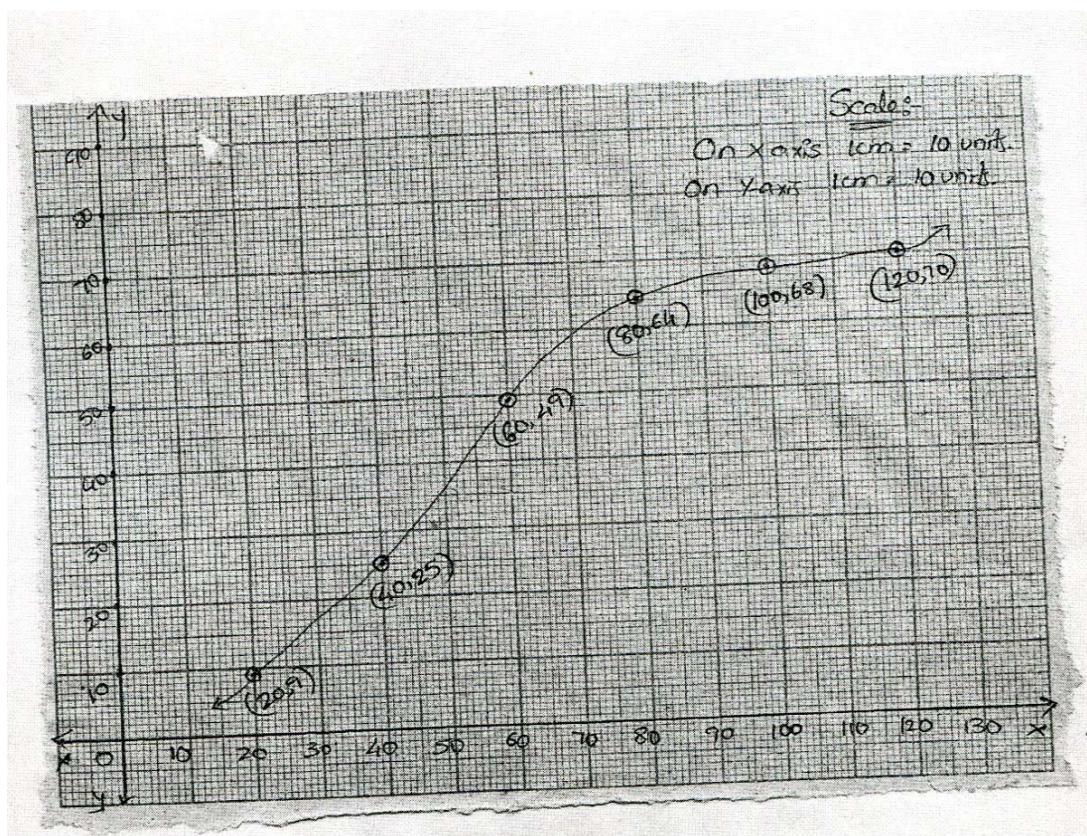
$$= 3406.98$$

బల్యుల మధ్యగత జీవితకాలం = 3406.98గం.

10. ఈ కింది పొనఃపున్యం విభాజనానికి ఉజ్జివ వక్రం గేయండి.

తరగతులు	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
పొనఃపున్యం	9	16	24	15	4	2

తరగతులు	పొనఃపున్యం	ఆరోహణ సంచిత	ఎగువ హద్దు
		పొనఃపున్యం	
0 – 20	9	9	20
20 – 40	16	9 + 16 = 25	40
40 – 60	24	25 + 24 = 49	60
60 – 80	15	49 + 15 = 64	80
80 – 100	4	64 + 4 = 68	100
100 – 120	2	68 + 2 = 70	120



పై పట్టికలోని ఎగువ హద్దును X- అక్కంపై, సంచిత శౌనఃపున్యమును Y- అక్కంపై గుర్తించాలి. రేఖా చిత్రంలో $(20, 9)$, $(40, 25)$, $(60, 49)$, $(80, 64)$, $(100, 68)$, $(120, 70)$ బిందువులు గుర్తించి ఓజివ్ వక్రం గీయాలి.

11. ఒక పారశాలలో జరిగిన వైద్య పరీక్షలో తరగతిలోని 35 మంది విద్యార్థులు బరువులు కింది పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి.

బరువు (కి, గ్రా)	విద్యార్థులసంఖ్య
38 కన్నా తక్కువ	0
40 కన్నా తక్కువ	3
42 కన్నా తక్కువ	5
44 కన్నా తక్కువ	9

46 కన్నా తక్కువ	14
48 కన్నా తక్కువ	28
50 కన్నా తక్కువ	32
52 కన్నా తక్కువ	35

ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్య వక్రం గీసి దాని నుంచి మధ్యగతాన్ని గుర్తించండి. ఈ దత్తాంశానికి సూత్ర సహాయంతో మధ్యగతం కనుగొని రెండు విలువలు సరిచూడండి.

తరగతులు	బరువు (కి, గ్రాలలో)	విద్యార్థులసంఖ్య	తరగతి పొనఃపున్యాలు
36 – 38	38 కన్నా తక్కువ	0	0
38 – 40	40 కన్నా తక్కువ	3	3
40 – 42	42 కన్నా తక్కువ	5	2
42 – 44	44 కన్నా తక్కువ	9	4
44 – 46	46 కన్నా తక్కువ	14	5
46 – 48	48 కన్నా తక్కువ	28	f
48 – 50	50 కన్నా తక్కువ	32	4
50 – 52	52 కన్నా తక్కువ	35	3
			$n = 35$

$$\frac{n}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$

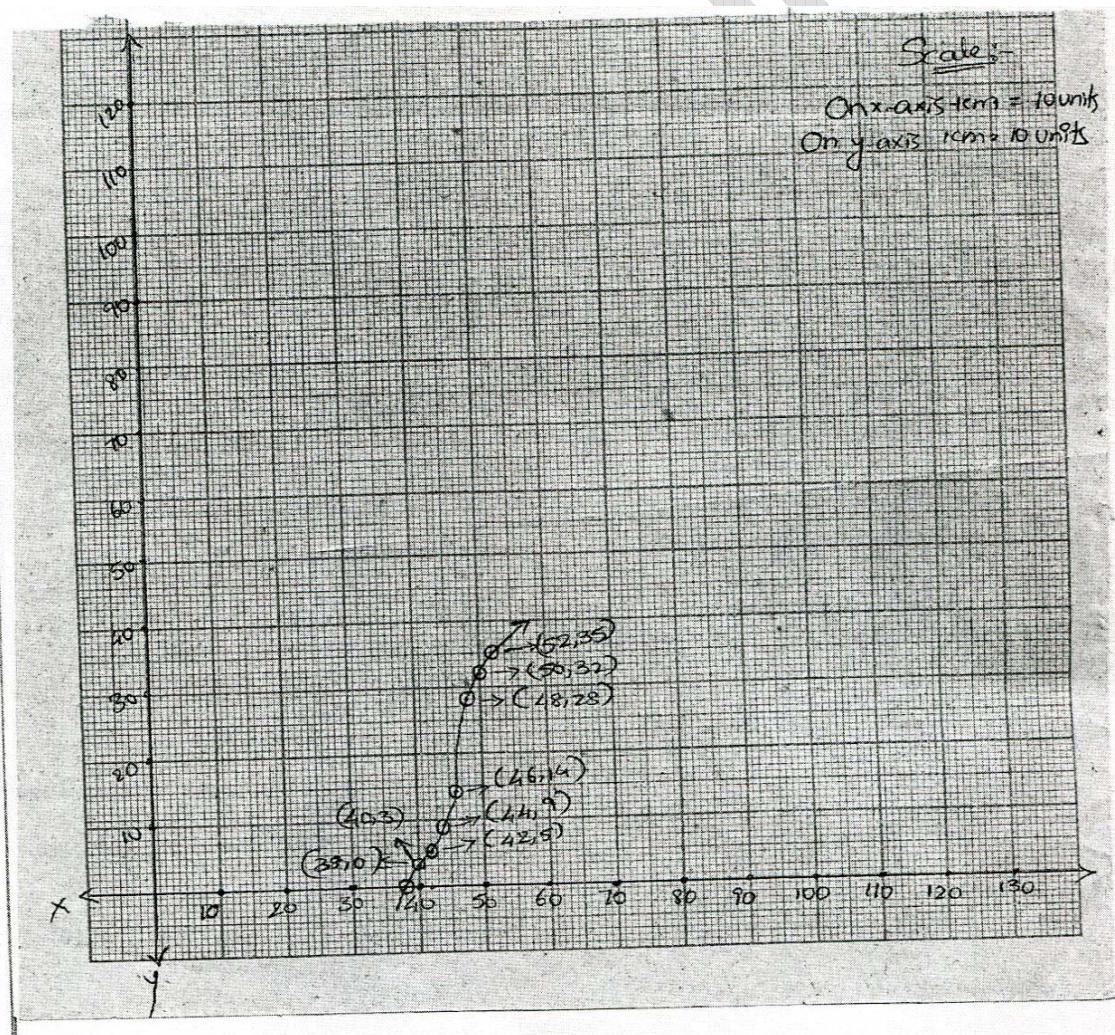
$$\therefore \text{మధ్యగతం} = l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf \right)}{f} \times h$$

$$l = 46, \frac{n}{2} = 17.5, cf = 14, f = 14, h = 2$$

$$\therefore \text{మధ్యగతం} = 46 + \frac{17.5 - 14}{14} \times 2$$

$$= 46 + \frac{7}{14} = 46 + 0.5 = 46.5 \text{ ₽.}$$

∴ ఉపాధికరించిన వ్యక్తిగతి ప్రాణి విద్యార్థుల బిలువుల మధ్యగతం 465 కి.గ్రా. గా సరిచూడటమైనది.



బహుశైఖిక ప్రశ్నలు

1. బాహుళకం సూత్రం $z = l + \left[\frac{f - f_0}{2f - f_0 - f_1} \right] \times h$ అయితే h సూచించునది. []
 A) వోనఃపున్యం B) తరగతి పొడవు C) దిగువ హద్దు D) బాహుళకం

2. $23, 24, 24, 22, 22$ ల సగటు _____ []
 A) 22.6 B) 16.2 C) 18.9 D) 20.3

3. 30 మంది విద్యార్థుల సగటు 42. వారిలో ఇద్దరికి 0 మార్గులు వచ్చిన మిగిలిన విద్యార్థుల సగటు _____ []
 A) 40 B) 42 C) 45 D) 28

4. $\sum f_i x_i = 1390, \sum f_i = 35$ అయితే సగటు $\bar{x} =$ _____ []
 A) 39.71 B) 49.23 C) 81.45 D) ఏదీకాదు

5. అన్ని అంశాలపై ఆధారపడు కేంద్రీయ స్థానపు కొలత _____ []
 A) మధ్యగతం B) సగటు C) బాహుళకం D) ఏదీ కాదు

6. మధ్య విలువలు _____ ను కనుక్కోవడంలో వాడతారు. []
 A) A.M B) మధ్యగతం C) బాహుళకం D) ఏదీ కాదు

7. కింది దత్తాంశ బాహుళకం 7 అయితే $6, 3, 5, 6, 7, 5, 8, 7, 6, 4k + 1, 9, 7, 13$ ల్లో $k =$ []
 A) 7 B) 8 C) 3 D) ఏదీకాదు

8. ఒక దత్తాంశంలో అంశాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్ఖగా 25 అంశాలు వచ్చాయి. అయితే మధ్యగతం

_____ అంశం

[]

A) 12వ

B) 13వ

C) 14వ

D) 15వ

9. $6, -4, \frac{2}{3}, 1\frac{1}{4}, \frac{-7}{6}$ ల అంకగణిత సగటు _____

[]

A) 8.1

B) 5.3

C) 3.5

D) 0.55

10. $17, 31, 12, 27, 15, 19, 23$ ల మధ్యగతం _____

[]

A) 16

B) 20

C) 19

D) ఎదీకాదు

11. $1, 2, 3, \dots, 10$ ల A.M = _____

[]

A) 3.2

B) 6.1

C) 3.5

D) 5.3

12. $1, 2, 3, 4, \dots, n$ ల వ్యాప్తి = _____

[]

A) n

B) n - 1

C) n²

D) $\frac{n}{2}$

13. ఒక దత్తాంశానికి ఆరోహణ, అవరోహణ ఓజివ్లు 50 అంశాలపై ఉన్నాయి. అవి (15, 5, 20) వద్ద ఖండించుకుంటున్నాయి. అయితే దత్తాంశానికి మధ్యగతం _____

[]

A) 11.5

B) 14.5

C) 15.5

D) 12

14. మొదటి n బేసి సంఖ్యల సగటు $\frac{n^2}{81}$ అయితే n = _____

[]

A) 81

B) 18

C) 27

D) 54

15. $1, 2, 3, \dots, n$ ల A.M = _____

[]

A) $\frac{n}{2}$

B) $\frac{n+1}{2}$

C) $\frac{n-1}{2}$

D) ఎదీకాదు

16. 6, 7, x, 8, y, 14 ల సగటు 9 అయితే _____ []

- A) $x + y = 21$ B) $x + y = 19$ C) $x - y = 19$ D) $x - y = 21$

17. $d = x_i - a$ సూత్రంలో, a అంటే _____ []

- A) విచలనం B) పొనఃపున్యం C) ఊహించిన సగటు D) తరగతి మధ్య విలువ

18. 5 రాశుల సగటు 12. దీనికి మరొక రాశి కలుపగా 13 అయినది కాగా కలిపిన రాశి []

- A) 14 B) 15 C) 12 D) 18

19. 13 రాశుల సగటు 8. ఆ రాశుల్లో ఒక రాశి 20 తొలగించిన మిగిలిన రాశుల సగటు []

- A) 7 B) 5 C) 21 D) 12

20. బాహుళక్కం $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f - f_0 - f_2} \times h$ సూత్రంలో f_0 సూచించునది. []

- A) బాహుళక తరగతి ముందున్న తరగతి పొనఃపున్యం

- B) బాహుళక తరగతి తర్వాత తరగతి పొనఃపున్యం

- C) బాహుళక తరగతి పొనఃపున్యం

- D) బాహుళక తరగతి మధ్యవిలువ

సమాధానాలు

- | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1) B; | 2) A; | 3) C; | 4) A; | 5) B; | 6) A; | 7) C; |
| 8) B; | 9) D; | 10) C; | 11) D; | 12) B; | 13) C; | 14) A; |
| 15) B; | 16) B; | 17) C; | 18) D; | 19) A; | 20) A. | |

1.

మార్గలు	10	20	30
పొనఃపున్యం	5	9	3

పై దత్తాంశానికి మధ్యగతం విలువ _____

2. $1 - 10$ తరగతి అంతరం _____

3. దత్తాంశానికి ఒకే బాహుళకం ఉంటే దాన్ని _____ అంటారు.

4. $0, 1, 2, 3, \dots, 98$ ల వ్యాప్తి = _____

5. $1, 2, 3, \dots, n$ ల A.M = _____

6. అంకగణిత సగటు నుంచి తీసివేసిన ఆన్ని విచలనాల మొత్తం _____

7. A, B, C, D, ..., Z ల బాహుళకం _____

8. మొదటి 5 ప్రధాన సంఖ్యల సగటు = _____

9. ఒక అవరీకృత దత్తాంశ అంశాల ఆరోహణ క్రమం $12, 15, x, 19, 25$, మధ్యగతం 18 అయితే $x =$ _____

10. $a - 2, a, a + 2$ ల AM = _____

11. $1, 2, 4, 5$ ల మధ్యగతం _____

12. $x - y$ తరగతి మధ్య విలువ _____

13. ఆరోహణ సంచిత పొనఃపున్యం వక్రానికి _____, సంబంధిత సంచిత పొనఃపున్యాలతో గీయవలెను.

14. కింది పట్టికలో బాహుళక తరగతి _____

x	10 కన్న తక్కువ	20 కన్న తక్కువ	30 కన్న తక్కువ	40 కన్న తక్కువ	50 కన్న తక్కువ	60 కన్న తక్కువ
f	3	12	27	57	75	80

15. $x, x+3, x+6, x+9, x+12$ ల సగటు 10 అయితే $x =$ _____

16. 30, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40 ల నుంచి 35 ను తీసివేస్తే మధ్యగతం _____

17. మొదటి 10 పూర్ణ సంఖ్యల వ్యాప్తి _____

18. సంచిత పౌనఃపున్యాలను _____ ను కనుకోవడంలో ఉపయోగిస్తారు.

19. విచలన పద్ధతి ద్వారా సగటుకు సూత్రం _____

20. కింది పట్టిక నుంచి మధ్యగతం విలువ _____

మార్గులు	20	25	28	29	33	38	42	43
విద్యుత్తులు సంఖ్య	6	20	24	28	15	4	2	1

21. తరగతుల మధ్య విలువను _____ ను గణించుటలో ఉపయోగిస్తారు.

22. అవరోహణ ఓజివ్ వక్రం నిర్మించేటపుడు X- అక్షంపై తరగతి _____ విలువలను తీసుకోవాలి.

23. మొదటి 5 సహజ సంఖ్యల బాహుళకం = _____

24. 16, 17, 15, 11, 18, 23, 10, 9, 10 ల వ్యాప్తి = _____

25. వరీకృత దత్తాంశ మధ్యగతానికి సూత్రం _____

26. $47 - 50$ తరగతి మధ్య విలువ = _____

27. మొదటి 5 ప్రథాన సంఖ్యల సరాసరి _____

సమాధానాలు

1) 90;

2) 10;

3) ఏక బాహుళక్కం;

4) 98;

5) $\frac{n+1}{2}$;

6) 0;

7) ఉండదు;

8) 5.6;

9) 18;

10) a;

11) 3;

12) $\frac{x+y}{2}$;

13) ఎగువ హద్దులు;

14) 30 – 40;

15) 4;

16) 0.5;

17) 9;

18) మధ్యగతం;

19) $a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h$; 20) 28.5;

21) సగటు;

22) దిగువ హద్దులు;

23) వ్యవస్థితం కాదు; 24) 14;

25) $l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$; 26) 48.5;

27) 5.6