

## అధ్యాయం - 04

### రెండు చరరాశుల్లో రేఖీయ సమీకరణాల జత

ముఖ్యాంశాలు:

1.  $ax + by + c = 0$  రూపంలో ఉండి  $a, b, c$  లు వాస్తవ సంఖ్యలు, కనీసం  $a$  లేదా  $b$  సున్నా కానట్టి సమీకరణాన్ని రేఖీయసమీకరణం అంటారు.
2. రేఖీయ సమీకరణం సాధారణ రూపం  $ax + by + c = 0$
3. ప్రతి సమీకరణాన్ని ఉమ్మడిగా తృప్తిపరిచే  $x, y$  చరరాశుల విలువల జత రేఖీయ సమీకరణాల జతకు సాధన అవుతుంది.
4.  $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$  లు రెండు చరరాశుల్లో ఉన్న ఒక జత రేఖీయ సమీకరణాలు.
5. రెండు చరరాశుల్లో గల రేఖీయ సమీకరణానికి గీచిన గ్రాఫ్ ఒక సరళరేఖ
6. రెండు చరరాశులు ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటే వాటికి ఒకే ఒక సాధన ఉంటుంది. అప్పుడు ఆ సమీకరణాలు సంగత సమీకరణాలు.
7. రెండు రేఖలు ఏకీభవిస్తే వాటికి అనంతమైన సాధనలుంటాయి. ఆ రేఖపై ఉండే ప్రతి బిందువు సాధన అవుతుంది. అప్పుడు ఆ సమీకరణాలు పరస్పరాధార సమీకరణాలు.
8. రెండు రేఖలు సమాంతర రేఖలైన, ఆ సమీకరణాల జతకు సాధన లేదు. అప్పుడు ఆ సమీకరణాల జత అసంగత సమీకరణాలు.
9.  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జత సంగత సమీకరణాలు
10.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జత అసంగత సమీకరణాలు
11.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జత పరస్పరాధార సమీకరణాలు.

## ఒక మార్కు ప్రశ్నలు

1. రేఖీయ సమీకరణం అంటే ఏమిటి?

జ.  $ax + by + c = 0$  రూపంలో ఉండి  $a, b, c$  లు వాస్తవ సంఖ్యలు, కనీసం  $a$  లేదా  $b$  సున్నా కానట్టి సమీకరణాన్ని రేఖీయసమీకరణం అంటారు.

2. సంగత సమీకరణాలు అంటే ఏమిటి?

జ. రెండు సరళరేఖలు ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటే వాటి ఒకే ఒక సాధన ఉంటుంది. ఇటువంటి సమీకరణాలను సంగత సమీకరణాలు.

3. రేఖీయ సమీకరణం సాధారణ రూపం ఏమిటి?

జ. రేఖీయ సమీకరణం సాధారణ రూపం  $a^2x + by + c = 0$

4. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 56 దీన్ని సమీకరణం రూపంలో చూపండి.

జ.  $x + y = 50$

5. రెండు సంఖ్యల భేదం 62 దీన్ని సమీకరణం రూపంలో రాయండి.

జ.  $x - y = 62$

6.  $3x + \frac{4}{3}y + 8 = 0$  సమీకరణంలో  $a, b, c$  విలువలను రాయండి.

జ.  $3x + \frac{4}{3}y + 8 = 0$   $a = 3; b = \frac{4}{3}; c = 8.$

7. అసంగత సమీకరణాలు అంటే ఏమిటి?

జ. రెండు రేఖలు సమాంతరాలైతే, వాటికి సాధన ఉండదు. ఇటువంటి సమీకరణాలను అసంగత సమీకరణాలు అంటారు.

8. పరస్పరాధార సమీకరణాలు అంటే ఏమిటి?

జ. రెండు రేఖలు ఏకీభవిస్తే వాటికి అనంతమైన సాధనలు ఉంటాయి. ఆ రేఖపై ఉండే ప్రతి బిందువు సాధన అవుతుంది. ఇలాంటి సమీకరణాలను పరస్పరాధార సమీకరణాలు అంటారు.

9.  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జతను ఏమంటారు?

జ. సంగత సమీకరణాలు

10.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జతను ఏమంటారు?

జ. అసంగత సమీకరణాలు

11.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  అయితే ఆ రేఖీయ సమీకరణాల జతను ఏమంటారు?

జ. పరస్పరాధిత సమీకరణాలు.

## లఘు ప్రశ్నలు

1. ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయాల నిష్పత్తి 9 : 7, వాటి ఖర్చుల నిష్పత్తి 4 : 3 వారు ప్రతి ఒక్కరు రూ. 2000 సొమ్ము ఆదా చేసిన, వారి నెలవారీ ఆదాయాలను కనుగొనండి.

సాధన: ఆదాయంను  $x$ , ఖర్చు  $y$  అనుకొనండి.

$$\text{ఆదాయాల నిష్పత్తి} = 9 : 7$$

$$\text{మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం} = 9x, \text{ మొదటి వ్యక్తి ఖర్చు} = 4y$$

$$\text{రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం} = 7x \text{ రెండవ వ్యక్తి ఖర్చు} = 3y$$

$$\text{ప్రతి ఒక్కరు ఆదా చేసే సొమ్ము} = 2000$$

$$\therefore 9x - 4y = 2000 \rightarrow (1)$$

$$7x - 3y = 20000 \rightarrow (2)$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow 27x - 12y = 6000$$

$$(2) \times 4 \Rightarrow 28x - 12y = 8000$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline -x \quad = -2000 \Rightarrow x = 2000 \end{array}$$

$$\text{మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం} = 9x = 9 \times 2000 = \text{రూ. } 18000$$

$$\text{రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం} = 7x = 7 \times 2000 = \text{రూ. } 14000.$$

2. మేరి తన కూతురితో ఇలా చెప్పింది. 7 సం॥కితం నా వయస్సు అప్పటి నీ వయస్సుకు 7 రెట్లు. అలాగే ఇప్పటి నుంచి 3 సంవత్సరాల తర్వాత వయస్సు నీ వయస్సుకు 3 రెట్లు ఉంటుంది. అయితే మేరి ఆమె కూతురు ప్రస్తుతం వయస్సును కనుగొనండి.

- జ. మేరి ప్రస్తుత వయస్సు  $x$  సం॥, ఆమె కూతురి వయస్సు  $y$  సం॥ అనుకోనండి.

7 సం॥ క్రితం, మేరి వయస్సు =  $(x - 7)$  సం॥, ఆమె కూతురి వయస్సు =  $(y - 7)$  సం.

$$x - 7 = 7(y - 7)$$

$$x - 7 = 7y - 49$$

$$x - 7y + 42 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

3 సం॥ తర్వాత మేరి వయస్సు =  $(x + 3)$  సం. ఆమె కూతురి వయస్సు =  $(y + 3)$  సం.

$$x + 3 = 3(y + 3)$$

$$x + 3 = 3y + 9$$

$$x - 3y - 6 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$x - 7y = -42$$

$$x - 3y = 6$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-4y = -48 \Rightarrow y = 12$$

y విలువను (2) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$x - 3y - 6 = 0$$

$$x - 3(12) - 6 = 0 \Rightarrow x = 42.$$

$\therefore$  మేరి ప్రస్తుత వయస్సు = 42 సం. కూతురి వయస్సు = 12 సం.

3. రుబీనా బ్యాంకు నుంచి రూ. 2000 తీసుకోవాలనుకుంది. ఆమె క్యాషియర్ ను ఆ మొత్తానికి రూ. 50, రూ.100 నోట్లు మాత్రమే ఇవ్వమని కోరింది. మొత్తం ఆమెకు 25 నోట్లు వచ్చిన, ఆమెకు ఎన్ని రూ.50 నోట్లు, ఎన్ని రూ. 100 నోట్లు వచ్చినవో చెప్పండి?

- జ. రూ. 50 నోట్లు సంఖ్యను x, రూ.100 నోట్లు సంఖ్యను y అనుకొనండి.

$$x + y = 25 \dots\dots\dots (1)$$

$$50x + 100y = 2000 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \times 50 \Rightarrow 50x + 50y = 1250$$

$$50x + 100y = 2000$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 50y = + 750 \Rightarrow y = \frac{750}{50} = 15 \end{array}$$

$$y = 15 \text{ ను (1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$x + y = 25 \Rightarrow x + 15 = 25 \Rightarrow x = 10$$

∴ కాబట్టి ఆమె పది రూ. 50 నోట్లను, పదిహేను రూ.100 నోట్లను తీసుకున్నది.

4. ఒక రెండంకెల సంఖ్య, దానిలోని స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తం 66. ఆ సంఖ్యలోని రెండంకెల బేధం 2 అయితే ఆ సంఖ్యను కనుగొనండి. అటువంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉంటాయి?

సాధన: సంఖ్యలోని ఒకట్లు స్థానంను  $x$ , అని, పదుల స్థానంను  $y$  అనుకొనండి.

$$\therefore \text{సంఖ్య} = 10y + x$$

$$\text{స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్య} = 10x + y$$

దత్తాంశం ప్రకారం సంఖ్యల మొత్తం 66

$$10y + x + 10x + y = 66$$

$$11x + 11y = 66 \rightarrow (1)$$

$$x + y = 6$$

సంఖ్యలోని రెండంకెల బేధం 2

$$x - y = 2 \rightarrow (2)$$

$$x + y = 6$$

$$x - y = 2$$

$$\hline 2x = 8$$

$$x = 4$$

$$x = 4 \text{ ను (1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$x + y = 6$$

$$4 + y = 6 \Rightarrow y = 2$$

$$\therefore \text{సంఖ్య} = 10y + x = 10 \cdot 2 + 4 = 24$$

5. రెండు సంపూరక కోణాల్లో పెద్ద కోణం, చిన్న కోణం కన్నా  $18^\circ$  ఎక్కువ. అయితే ఆ కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన: పెద్ద కోణంను  $x^\circ$ , చిన్న కోణంను  $y^\circ$  అనుకొనండి.

పెద్ద కోణం, చిన్న కోణం కన్నా  $18^\circ$  ఎక్కువ

$$x = y + 18 \text{----- (1)}$$

సంపూరక కోణాల మొత్తం =  $90^\circ$

$$x + y = 90$$

$$x - y = 18$$

$$x + y = 90$$

$$2x = 108 \Rightarrow x = 54^\circ$$

$x = 54^\circ$  ను (1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$x + y = 90$$

$$54 + y = 90 \Rightarrow y = 36^\circ.$$

6. ఒక బీజగణిత పాఠ్య పుస్తకంలో మొత్తం 1382 పేజీలు ఉన్నాయి దీనిని రెండు భాగాలు చేసిన రెండువ భాగంలో, మొదటి భాగం కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ ఉన్నాయి. అయితే ప్రతి భాగంలోని పేజీ సంఖ్య కనుగొనండి?

సాధన: మొదటి పేజీని  $x$ , రెండవ పేజీని  $y$  అనుకొనండి.

$$\text{మొత్తం పేజీలు} = 1382$$

$$\Rightarrow x + y = 1382 \rightarrow (1)$$

రెండవ భాగంలో మొదటి భాగంలో కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ.

$$y = x + 64$$

$$-x + y = 64 \rightarrow (2)$$

$$x + y = 1382$$

$$-x + y = 64$$

$$2y = 1446 \Rightarrow y = 723$$

$y = 723$  ను (1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$x + y = 1382$$

$$x + 723 = 1382 \Rightarrow x = 659$$

$\therefore$  ప్రతి భాగంలోని పేజీల సంఖ్య = 659, 723.

7. ఒక రసాయనాలు అమ్మే దుకాణాదారుని దగ్గర రెండు రకాల హైడ్రోక్లోరిక్ ఆమ్లాల ద్రావణాలున్నాయి. ఒకటి 50% ద్రావణం, రెండవది 80% ద్రావణం 100మీ.లీ. 68% ద్రావణం కావాలన్నా ఆ రెండు ద్రావణాలను ఎంత పరిమాణంలో తీసుకోవాలి?

సాధన: మొదటి ద్రావణంను  $x$ , రెండవ ద్రావణంను  $y$  అనుకొనండి.

మొత్తం ద్రావణం = 100 మీ.లీ.

$$x + y = 100 \rightarrow (1)$$

50% మొదటి ద్రావణం + 80% రెండవ ద్రావణం = 68

$$\frac{50}{100}x + \frac{80}{100}y = 68$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}y = 68 \Rightarrow 5x + 8y = 680 \dots (2)$$

$$x + y = 100 \rightarrow (1)$$

$$5x + 8y = 680 \rightarrow (2)$$

$$(1) \times 5 \Rightarrow 5x + 5y = 500$$

$$5x + 8y = 680$$

$$\begin{array}{r} 5x + 5y = 500 \\ 5x + 8y = 680 \\ \hline -3y = -180 \Rightarrow y = 60 \end{array}$$

$y = 60$  ని (1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$x + y = 100$$

$$x + 60 = 100 \Rightarrow x = 40$$

$\therefore$  మొదటి ద్రావణం = 40 మీ.లీ, రెండవ ద్రావణం = 60మీ.లీ.



## వ్యాస రూప ప్రశ్నలు

1. ఒక వ్యక్తి 370 కి.మీ. దూరానికి కొంత దూరం రైలులో, కొంత దూరం కారులో ప్రయాణించాడు. అతను 250 కి.మీ. దూరమును రైలులో మిగిలిన దూరం కారులో ప్రయాణించగా అతనికి 4 గంటలు పట్టినది. అదే అతను 130 కి.మీ. దూరం రైలులో మిగిలిన దూరం కారులో ప్రయాణిస్తే అతనికి 18 నిమిషాల కాలం ఎక్కువ పట్టేది. రైలు, కారుల వేగానికి కనుగొనండి?

- జ. రైలు వేగం  $x$  కి.మీ./గం, కారు వేగం  $y$  కి.మీ./గం. అనుకొనండి. కాలం =  $\frac{\text{దూరం}}{\text{వేగం}}$

$$1\text{వ సందర్భంలో రైలు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{250}{x} \text{ గం.}$$

$$\text{కారు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{120}{y} \text{ గం.}$$

$$\text{మొత్తం కాలం} = \frac{250}{x} + \frac{120}{y}$$

కాని మొత్తం ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం 4 గంటలు కాబట్టి

$$\frac{250}{x} + \frac{120}{y} = 4$$

$$\frac{125}{x} + \frac{60}{y} = 2 \text{ (2 చే భాగించగా) ..... (1)}$$

$$2\text{వ సందర్భంలో, రైలు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{130}{x}$$

$$\text{కారు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{240}{y}$$

కాని మొత్తం ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం = 4 గం./8 నిమిషాలు

$$= 4\frac{18}{60} = 4\frac{3}{10} \text{ గం.}$$

$$= \frac{130}{x} + \frac{240}{y} = \frac{43}{10} \text{ ..... (2)}$$

$$\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b \text{ అనుకుంటే}$$

$$125a + 60b = 2 \longrightarrow (3)$$

$$130a + 240b = \frac{43}{10} \longrightarrow (4)$$

$$(3) \times 4 \Rightarrow 500a + 240b = 8$$

$$130a + 240b = \frac{43}{10}$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ 370a = 8 - \frac{43}{10} = \frac{37}{10} \end{array}$$

$$a = \frac{37}{10} \times \frac{1}{370} = \frac{1}{100}$$

$a = \frac{1}{100}$  ని (3) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$125a + 60b = 2$$

$$125 \times \frac{1}{100} + 60b = 2$$

$$60b = 2 - \frac{5}{4} = \frac{8-5}{4} = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{3}{4} \times \frac{1}{60} = \frac{1}{80}$$

$$a = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{100} \Rightarrow x = 100$$

$$b = \frac{1}{80} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{80} \Rightarrow y = 80$$

రైలు వేగం  $x = 100$  కి.మీ./గం, కారు వేగం  $y = 80$  కి.మీ./గం.

2.  $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$

$\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$  సాధించండి.

సాధన:  $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$ ;  $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$

$\frac{1}{x-1} = a$ ,  $\frac{1}{y-2} = b$  అనుకొనండి.

$$5a + b = 2 \rightarrow (1)$$

$$6a - 3b = 1 \rightarrow (2)$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow 15a + 3b = 6$$

$$\begin{array}{r} 6a - 3b = 1 \\ \hline 21a = 7 \\ \Rightarrow a = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \end{array}$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ ని } (2) \text{ లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$6a - 3b = 1$$

$$6 \cdot \frac{1}{3} - 3b = 1$$

$$2 - 3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow x-1=3 \Rightarrow x=4$$

$$b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{y-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow y-2=3 \Rightarrow y=5$$

$$\therefore x = 4, y = 5.$$

3.  $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2; \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$  ను సాధించండి.

సాధన:  $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2; \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = a; \frac{1}{\sqrt{y}} = b \text{ అనుకొనండి.}$$

$$2a + 3b = 2 \rightarrow (1)$$

$$4a - 9b = -1 \rightarrow (2)$$

$$(1) \times 2 \Rightarrow 4a + 6b = 4$$

$$4a - 9b = -1$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline 15b = 5 \end{array}$$

$$b = \frac{1}{3}$$

$b = \frac{1}{3}$  ని (1)లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$2a + 3b = 2$$

$$2a + 3 \cdot \frac{1}{3} = 2$$

$$2a + 1 = 2 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 \Rightarrow x = 4$$

$$b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{y} = 3 \Rightarrow (\sqrt{y})^2 = 3^2 \Rightarrow y = 9$$

$$x = 4, y = 9.$$

4.  $6x + 3y = 6xy$ ;  $2x + 4y = 5xy$  ను సాధించండి.

Sol:

$$6x + 3y = 6xy; \quad 2x + 4y = 5xy$$

$$6x + 3y = 6xy$$

$$\frac{6x+3y}{xy} = \frac{6xy}{xy} \quad (xy \text{ తో ఇరు వైపుల భాగించగా)}$$

$$\frac{6}{y} + \frac{3}{x} = 6 \rightarrow (1)$$

$$2x + 4y = 5xy$$

$$\frac{2x+4y}{xy} = \frac{5}{xy}$$

$$\frac{2}{y} + \frac{4}{x} = 5 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \text{ అనుకొనండి.}$$

$$3a + 6b = 6 \rightarrow (3)$$

$$4a + 2b = 5 \rightarrow (4)$$

$$3a + 6b = 6$$

$$(4) \times 3 \Rightarrow 12a + 6y = 15$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline -9a = -9 \\ a = 1 \end{array}$$

$a = 1$  ను (3) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$3a + 6y = 6$$

$$3 \cdot 1 + 6y = 6 \Rightarrow 6y = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$a = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = 2$$

$$x = 1, y = 2.$$

$$5. \quad \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2 \text{ ను సాధించండి.}$$

సాధన:  $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4, \quad \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$

$$\frac{1}{x+y} = a; \quad \frac{1}{x-y} = b \text{ అనుకొనండి.}$$

$$10a + 2b = 4 \rightarrow (1)$$

$$15a - 5b = -2 \rightarrow (2)$$

$$(1) \times 5 \Rightarrow 50a + 10b = 20$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow 30a - 10b = -4$$

$$\begin{array}{r} \hline 80a = 16 \end{array}$$

$$a = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

$$a = \frac{1}{5} \text{ ను } (2) \text{ లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$15a - 5b = -2$$

$$15. \frac{1}{5} - 5b = -2$$

$$3 - 5b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$a = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5} \Rightarrow x+y = 5$$

$$3.1 + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore x = 1, y = 1.$$

$$6. \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}; \frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = -\frac{1}{8} \text{ ను సాధించండి.}$$

$$\text{సాధన: } \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}; \frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3x+y} = a; \frac{1}{3x-y} = b \text{ అనుకొనండి.}$$

$$a + b = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = -\frac{1}{8} \Rightarrow a - b = -\frac{1}{4}$$

$$a + b = \frac{3}{4} \rightarrow (1)$$

$$a - b = -\frac{1}{4} \rightarrow (2)$$

$$\begin{array}{r} 2a \\ \hline = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{4} \text{ ను } (1) \text{ లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$a + b = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} + b = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3x+y} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3x+y=4$$

$$b = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3x-y} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x-y=2$$

$$3x + y = 4 \quad \rightarrow (3)$$

$$3x - y = 2 \quad \rightarrow (4)$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = 4 \\ 3x - y = 2 \\ \hline 6x = 6 \end{array}$$

$$x = 1$$

$x = 1$  ను (3) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$3x + y = 4.$$

7. ఇద్దరు స్త్రీలు, 5 గురు పురుషులు ఒక కుట్టు పనిని 4 రోజులలో చేయగా ముగ్గురు స్త్రీలు, 6 గురు పురుషులు దానిని 3 రోజుల్లో చేసెదరు. స్త్రీ ఒక్కరే లేదా పురుషుడు ఒక్కడే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టుకాలంను కనుగొనండి.

సాధన: స్త్రీ ఒక్కరే పనిని చేయుటకు పట్టుకాలం =  $x$  రోజులు

$$\text{స్త్రీ ఒక్కరే ఒకరోజులో కుట్టుపనిని చేయుటకు పట్టుకాలం} = \frac{1}{x} \text{ రోజులు}$$

$$\text{పురుషుడు ఒక్కడే పనిని చేయుటకు పట్టుకాలం} = y \text{ రోజులు}$$

$$\text{పురుషుడు ఒక్కడే ఒకరోజులో పనిని చేయుటకు పట్టుకాలం} = \frac{1}{y} \text{ రోజులు}$$

$$\text{ఇద్దరు స్త్రీలు, 5 మంది పురుషుడు పని చేయుటకు పట్టుకాలం} = 4 \text{ రోజులు}$$

$$\text{ఇద్దరు స్త్రీలు, 5 మంది పురుషుడు పనిచేయుటకు పట్టుకాలం} = \frac{1}{4} \text{ రోజులు}$$

$$\text{ఇద్దరు స్త్రీలు ఒక రోజులు పని చేయుటకు పట్టుకాలం} = 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}.$$

$$5 \text{ మంది పురుషులు ఒక రోజులో పని చేయుటకు పట్టుకాలం} = 5 \times \frac{1}{y} = \frac{5}{y}$$

$$\text{ఇద్దరు స్త్రీలు, 5 మంది పురుషులు ఒక రోజులు చేయు పని} = \frac{2}{x} + \frac{5}{y}$$

$$\therefore \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{అలాగే ముగ్గురు స్త్రీలు, 6 గురు పురుషులు ఒక రోజులు చేయు మొత్తం పని} = \frac{3}{x} + \frac{6}{y}$$

$$= \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b \text{ అనుకొనండి.}$$

$$2a + 5b = \frac{1}{4} \dots\dots\dots(3)$$

$$3a + 6b = \frac{1}{3} \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \times 3 \Rightarrow 6a + 15b = \frac{3}{4}$$

$$(4) \times 2 \Rightarrow 6a + 12b = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ 3b = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{36} \end{array}$$

$$b = \frac{1}{36} \text{ ను (4) లో ప్రతిక్షేపిస్తే}$$

$$3a + 6b = \frac{1}{3}$$

$$3a + 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{18}$$

$$a = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{18} \Rightarrow x = 18$$

$$b = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \Rightarrow y = 36.$$



స్త్రీ ఒక్కరే పనిని చుయుటకు పట్టుకాలం = 18 రోజులు

పురుషుడు ఒక్కడే పనిని చేయుటకు పట్టుకాలం = 36 రోజులు.

$$b=1 \Rightarrow \frac{1}{x-y} = \frac{1}{1} \Rightarrow x+y=1$$

$$x+y=5 \rightarrow (3)$$

$$x-y=1 \rightarrow (4)$$

$$\begin{array}{r} x+y=5 \\ x-y=1 \\ \hline 2x=6 \end{array}$$

$$x=3$$

$x=3$  ను (3) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$x+y=5$$

$$3+y=5 \Rightarrow y=2.$$

$$\therefore x=3, y=2$$

## కింది ఖాళీలను పూరించండి

1. రేఖాయ సమీకరణం సాధారణ రూపం \_\_\_\_\_
2.  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ,  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  లు రెండు చరరాశుల్లో ఉన్న ఒక జత \_\_\_\_\_
3. రెండు చరరాశుల్లో ఉన్న రేఖీయ సమీకరణానికి గీసిన గ్రాఫ్ ఒక \_\_\_\_\_
4. ఒక తలంలో రెండు సరళ రేఖలు గీచినప్పుడు ఆ రెండు రేఖలు ఒక \_\_\_\_\_ వద్ద ఖండించుకొనును
5. రెండు చరరాశుల్లో ఉన్న రేఖీయ సమీకరణాల జతకు \_\_\_\_\_ సాధనలు ఉంటాయి.
6. సంగత సమీకరణాలకు \_\_\_\_\_ సాధనలు ఉంటాయి.
7. సాధన లేని రేఖీయ సమీకరణాల జతను \_\_\_\_\_ అంటారు.  
రెండు సమీకరణాలు తుల్యలు అయితే వాటికి \_\_\_\_\_ సాధనలు ఉంటాయి.
8.  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  రూపంలో ఉంటే అవి \_\_\_\_\_ రేఖలు
9.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  రూపంలో ఉంటే అవి \_\_\_\_\_ రేఖలు
10.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  రూపంలో ఉంటే అవి \_\_\_\_\_ రేఖలు
11.  $ax + by + c = 0$  సమీకరణంలో  $a, b, c$  లు \_\_\_\_\_
12.  $3(7 - 3y) + 4y = 16$  సమీకరణంను తృప్తిపరిచే  $y$  విలువ \_\_\_\_\_
13.  $3(x + 4) = 21$  ను తృప్తిపరిచే  $x$  విలువ \_\_\_\_\_
14. రెండు రేఖలు ఏకీభవిస్తే వాటికి \_\_\_\_\_ సాధనలు ఉంటాయి.

### సమాధానాలు:

- |                       |                     |                                  |                     |
|-----------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|
| (1) $ax + by + c = 0$ | (2) రేఖీయ సమీకరణాలు | (3) సరళరేఖ                       | (4) బిందువు         |
| (5) ఒకటి మాత్రమే      | (6) ఒకే ఒక సాధన     | (7) అసంగత రేఖీయ సమీకరణాలు, అనంతం |                     |
| (8) ఖండన              | (9) ఏకీభవింపే       | (10) సమాంతర                      | (11) వాస్తవ సంఖ్యలు |
| (12) 1                | (13) 3              | (14) అనంతమైన                     |                     |