

www.sakshieducation.com
అధ్యాయము-2, సమితులు
కీలక భావనలు

1. ఒక “సామాన్య ధర్మాన్ని” లేదా “నియమాన్ని” పాటించే వస్తువుల సముదాయం “ఒక సమితి” (Set) అవుతుంది. ఒక సమితిలోని వస్తువులను “మూలకాలు” (elements) అంటారు.
2. సమితులలోని మూలకాలను కామా (,) లతో వేరు చేసి, { } (Curly bracket) లలో రాశ్టాము. మరియు సామాన్య ధర్మం ఆధారంగానే సమితిలోని మూలకాలు నిర్ణయించబడుతాయి.
3. సమితులను సాధారణంగా అంగ్ర పెద్ద అక్షరాలలో A,B,C, లగా సూచిస్తారు.
4. సమితులకు ఉదా:-
 - 1) మొదటి ఐదు ధనఫూర్ణ సంఖ్యల సమితి
 - 2) 100 కంటే ఎక్కువ 125 కంటే తక్కువైన 5 యొక్క గణిజాల సమితి.
 - 3) మొదటి 5 ఘన సంఖ్యల సమితి.
 - 4) రామానుజన్ సంఖ్యలోని అంకెల సమితి.
5. సునిర్వచిత వస్తువుల సముదాయాన్ని సమితి అంటారు. సునిర్వచిత మనగా
 i) సమితిలో ఉన్న వస్తువులన్నీ ఒకే లక్షణం లేదా ధర్మాన్నే కల్గివుంటాయి. మరియు
 ii) ఏదైనా ఒక వస్తువు సమితికి చెందుతుందో లేదా అని నిర్ధారించవచ్చు.
6. సమితిలోని వస్తువులను మూలకాలు అని అంటాం. ‘చెందుతుంది’ అని సూచించటానికి ∈ అనే గుర్తుని ఉపయోగిస్తాం.
7. సమితులను రోస్టర్ రూపంలో రాయవచ్చ). సమితిలోని మూలకాలన్నింటిని రాసి కామా (Commas) లతో వేరే చేసి, { } (ష్టార్) బ్రాకెట్లలో ఉంచాలి.
8. ఒక సమితిలో మూలకాలు లేకుండా ఉండటే ఆ సమితిని శూన్య సమితి అంటాం. శూన్య సమితిని φ చే సూచిస్తారు.
 ఉదా:- $A = \{ \}$
9. ఒక సమితిలోని మూలకాలను లెక్కించగలిగితే ఆ సమితిని పరిమిత సమితి అంటాం.
 ఉదా:- $A = \{1,2,3,4\}$
10. పరిమిత సమితి కానటువంటి సమితులను అపరిమిత సమితులు అని అంటారు.
 ఉదా:- $A = \{1,2,3,4,.....\}$
11. ఒక సమితిలో గల మూలకాల సంఖ్యను ఆ సమితి యొక్క ‘కార్డినల్’ సంఖ్య లేక ‘సమితి ప్రధానాంకము’ అని అంటాం.
12. విశ్వసమితిని ' μ ' తో సూచిస్తాం. విశ్వసమితిని సాధారణంగా దీర్ఘచతురప్రాలలో సూచిస్తాము.
13. సమితి A, B సమితికి ఉపసమితి ఎప్పుడు తుందంటే ‘a’, సమితి A లో మూలకం అయివుండి, సమితి B లో గూడా మూలకం అయితే సమితి A, B సమితికి ఉపసమితి అవుతుంది. దీన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాశ్టాం. $a \in A \Rightarrow a \in B$ అయితే $A \subset B$ (A, B లు రెండు సమితులు)
14. రెండు సమితులు A మరియు B సమాసం కావాలంటే A లోని ప్రతి మూలకం B ఉండాలి మరియు B లోనే ప్రతి మూలకం కూడా A లో ఉండాలి.

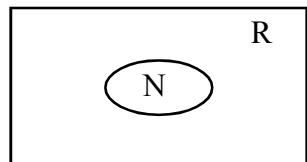
15. A, B సమితుల సమ్మేళనాన్ని $A \cup B$ అని రాయవచ్చు. $A \cup B = \{x : x \in A \text{ లేక } x \in B\}$
16. A, B సమితుల ఛేదనాన్ని $A \cap B$ అని రాయొచ్చు $A \cap B = \{x : x \in A \text{ మరియు } x \in B\}$
17. A, B సమితుల భేదాన్ని $A - B$ లేదా $B - A$ లచే సూచిస్తాము.
18. రామానుజన్ సంఖ్యలోని అంకెల సమితిని రాయగా అది $\{1, 7, 2, 9\}$ సమితి అవుతుంది. దీనిని గమనిస్తే ఒక సమితిలోని మూలకాల క్రమానికి ఒక ప్రాధాన్యత లేదని అర్థమౌతుంది.
19. ఒక సమితిలోని మూలకాలు పునరావృతం కాకూడదు. ఉదాహరణకు “SCHOOL” అనే పదంలోని అక్షరాల సమితిని రాయాలనుకొంటే దానిని $\{S, C, H, O, L\}$ గా రాయాలి. కానీ $\{S, C, H, O, O, L\}$ గా రాయకూడదు. ఎందుకంటే సమితి అనేది విభిన్న మూలకాల సముదాయం.
20. ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన కొన్ని సమితులకు వాటి యొక్క జాబితా రూపాలు మరియు సమితి నిర్మాణ రూపాలను గమనిధ్యం.

జాబితా రూపం (రోస్టర్ రూపం)	సమితి నిర్మాణ రూపం
$V = \{a, e, i, o, u\}$	$V = \{x : x \text{ అంగ్ అక్షరములోని అచ్చు}\}$
$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	$A = \{x : -2 \leq x \leq 2, x \in Z\}$
$B = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$	$B = \{x : x = \frac{1}{n}, n \in N, n \leq 5\}$
$C = \{2, 5, 10, 17\}$	$C = \{x : x = n^2 + 1, n \in N, n \leq 4\}$

21. ఒక సమితిలోని ఎలాంటి మూలకాలు లేకుంటే అటువంటి సమితులను శూన్య సమితులంటాము. శూన్య సమితిని \emptyset లేదా $\{\}$ తో సూచిస్తాం.
కింద మరికొన్ని శూన్య సమితులకు ఉదాహరణలు ఇవ్వబడినవి.
 - $A = \{x : 1 < x < 2, x \text{ ఒక సహజ సంఖ్య}\}$
 - $B = \{x : x^2 - 2 = 0 \text{ మరియు } x \text{ ఒక అకరణీయ సంఖ్య}\}$
 - $D = \{x : x^2 = 4, x \text{ ఒక బేసి సంఖ్య}\}$
22. \emptyset మరియు $\{0\}$ రెండు కూడా వేర్వేరు సమితులు. సమితి $\{0\}$ లో ఒకే ఒక మూలకం 0 (సున్న) ఉంది. $\{\}$ శూన్య సమితి.
23. సమితి A యొక్క మూలకాలలో కొన్ని లేదా అన్ని మూలకాలు సమితి B లోని అన్ని మూలకాలు అయితే B ని A యొక్క ఉపసమితి అంటాం. దీన్ని $B \subseteq A$ చే సూచిస్తాం.
24. సమితి B లోని ప్రతీ మూలకం సమితి A లో ఉన్నప్పుడే (*if and only if*) $B \subseteq A$ అవుతుంది.
కాబట్టి ఏవేని రెండు సమితులు A, B లకు $B \subseteq A \Leftrightarrow a \in B \Rightarrow a \in A$
25. శూన్య సమితి \emptyset ప్రతి సమితికి ఉపసమితి అవుతుంది. వాస్తవ సంఖ్య సమితి R కి చాలా ఉపసమితులు ఉన్నాయి. ఉదాహరణకు సహజ సంఖ్య సమితి $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

పూర్ణాంకాల సమితి $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

పూర్ణ సంఖ్య సమితి $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$



అకరణీయ సంఖ్యలు కాని వాస్తవ సంఖ్యలన్ని కరణీయ సంఖ్య సమితి Q' అవుతాయి.

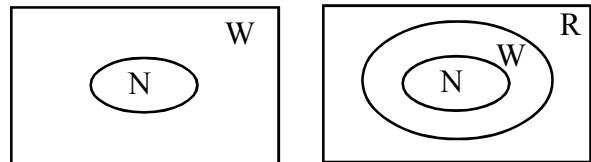
కరణీయ సంఖ్యల సమితి $Q' = \{x : x \in R \text{ మరియు } x \notin Q\}$

26. అకరణీయ సంఖ్యలు కాని అన్ని వాస్తవ సంఖ్యలు. ఉదా: $\sqrt{2}, \sqrt{5}$.

27. సహజ సంఖ్య సమితి, N అనేది పూర్ణాంకాల సమితి W కి ఉపసమితి అవుతుంది. దీన్ని $N \subseteq W$ అని రాస్తాం. మరియు W, R కి ఉపసమితి.

i.e., $N \subseteq W$ మరియు $W \subseteq R$

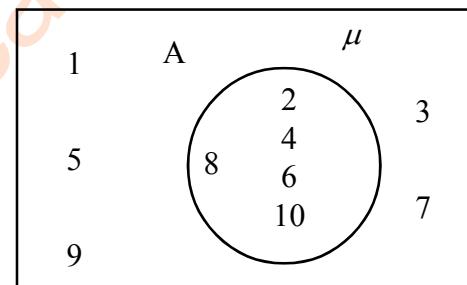
$$\Rightarrow N \subseteq W \subseteq R$$



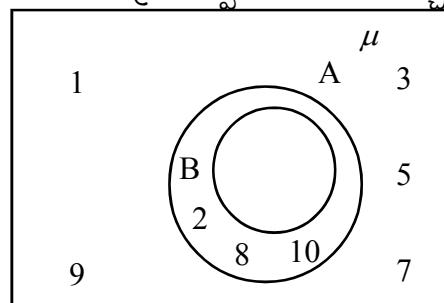
28. సమితి V లో ఉన్న ప్రతి మూలకం A కి కూడా మూలకంగా ఉంది. కాని సమితి A ఉన్న ప్రతి మూలకం సమితి V లో లేదు. అందువలన సమితి V సమితి A కు ఉపసమితి లేక $V \subset A$, అనగా $a \in V$ అయినపుడు $a \in A$ అవుతుంది.

29. సమితుల మధ్య సంబంధాలను సూచించటానికి ఆయిలర్ లేదా వెన్ చిత్రాలను మనం ఉపయోగిస్తాం. ఈ చిత్రాలలో దీర్ఘచతురస్రాలు మరియు సంవృత వక్రాలు (సాధారణంగా వృత్తాలు) ఉంటాయి.

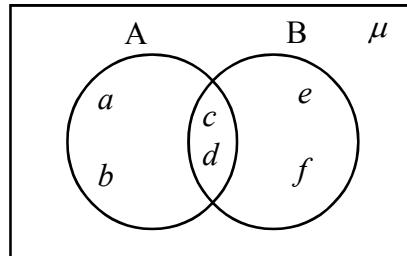
30. $\mu = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ విశ్వసమితి అని అంటే $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ సమితి విశ్వసమితికి ఉపసమితి అవుతుంది. దీన్ని వెన్ చిత్రాలలో చూపవచ్చు.



31. $\mu = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ విశ్వసమితి $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ మరియు $B = \{4, 6\}$ లు ఉపసమితులు మరియు $B \subset A$ అయిన మనం వెన్ చిత్రం ద్వారా సూచించవచ్చు.



32. $A = \{a, b, c, d\}$ మరియు $B = \{c, d, e, f\}$ మనం ఈ సమితులని వెన్ చిత్రాలలో పక్క విధంగా సూచించవచ్చు.



33. వియుక్త సమితులు: A మరియు B సమితులలో ఉమ్మడి మూలకాలు లేకుంటే ఆ సమితులను వియుక్త సమితులు అంటారు.
34. మూలకాలు సమితి A కు మాత్రం చెంది, B సమితికి చెందకుండా ఉండే మూలకాలని A,B సమితుల భేదం అని అంటారు.
- $A-B = \{x : x \in A \text{ మరియు } x \notin B\}$
35. ఒక సమితిలోని మూలకాల సంఖ్యని తెలిపే దానిని ఆ సమితికి ‘కార్డినల్ సంఖ్య’ లేదా ‘ప్రధానాంకము’ అని అంటాం.
- ఉదా:- $A = \{1, 2, 3\}$ అయితే $n(A) = 3$
36. ఒక సమితి యొక్క కార్డినల్ సంఖ్య పూర్ణాంకమైతే ఆసమితి పరిమిత సమితి అవుతుంది.
37. శూన్య సమితిలో మూలకాలు ఉండవుల. శూన్య సమితి యొక్క కార్డినల్ సంఖ్య ‘0’ (సున్న) అవుతుంది. $\therefore n(\emptyset) = 0$
38. ఉపయోగించిన గుర్తులు.

గుర్తు	చదివే విధానము
i) \in	belongs to
ii) \notin	does not belongs to
iii) ϕ	phi
iv) \subset	Subset
v) $\not\subset$	Not a subset
vi) \Rightarrow	implies
vii) \Leftrightarrow	if and only if (iff)
viii) \cup	Union
ix) \cap	Intersection

అభ్యాసం

1. క్రింది వాటిలో ఏవి సమితులు? మీ సమాధానాన్ని సహాతుకంగా సమర్థించండి. (అనుసంధానం)
- i) “J” అనే అక్షరంతో ప్రారంభమయ్యే ఒక సంవత్సరంలో గల అన్ని నెలల సమూహాలు.
- సాధన. సమితి
- ఒక సంవత్సరంలో “J” అనే అక్షరంతో ప్రారంభమయ్యే అన్ని నెలల సమూహం జనవరి, జూన్, జూలై = {జనవరి, జూన్, జూలై}.
- ii) భారతదేశంలో గత అత్యంత ప్రతిభావంతులైన 10 మంది రచయితల సమూహం.
- సాధన. సమితి కాదు.
- ప్రశ్నలో రచయిత అని ఇవ్వబడినది కానీ ఏ అంశానికి చెందిందీ, ఏ భాషకు చెందిన రచయిత అని తెలిపే సామాన్య పోలిక యివ్వబడలేదు. కావున సమితి కాదు.
- iii) ప్రపంచంలో గల 11 మంది బాగా క్రికెట్ ఆడేటటువంటి “బ్యాట్స్‌మెన్”ల టీమ్.
- సాధన. సమితి కాదు.

ప్రపంచంలో క్రికెట్ ఆడే దేశాలలో చాలా మంది బ్యాట్స్‌మెన్ ఉంటారు. వారిలో టెస్ట్‌లు ఆడే బ్యాట్స్‌మెన్ ఉంటారు. ఏరిలో ఏ అంశంలోని వారిని తీసుకోవాలో చెప్పలేదు కావున సమితి కాదు.

- iv) నీ తరగతిలో గల అందరు బాలుర సముదాయం.

సాధన. సమితి

- v) అన్ని సరి పూర్ణ సంఖ్యల సముదాయం.

సాధన. సమితి

- 2) $A = \{0, 2, 4, 6\}$, $B = \{3, 5, 7\}$ and $C = \{p, q, r\}$ అయిన క్రింది ఖాళీలలో \in లేదా \notin సరైన గుర్తును పూరించండి.

$$\text{i) } 0 \dots \text{A} \quad \text{ii) } 3 \dots \text{C} \quad \text{iii) } 4 \dots \text{B}$$

$$\text{iv) } 8 \dots \text{A} \quad \text{v) } p \dots \text{C} \quad \text{vi) } 7 \dots \text{B}$$

సాధన. i) \in ii) \notin iii) \notin iv) \notin
 v) \in vi) \in

3. క్రింది వాక్యాలను గుర్తులనుపయోగించి వ్యక్తపరచండి.

- i) ‘x’ అనే మూలకం ‘A’. కు చెందదు.

సాధన. $x \notin A$

- ii) ‘d’ అనేది ‘B’ సమితి యొక్క ఒక మూలకం.

సాధన. $B = \{ d \}$

- iii) ‘1’ అనేది సహజ సంఖ్య సమితి N కు చెందుతుంది.

సాధన. $1 \in N$

- iv) ‘8’ అనేది P అనే ప్రధాన సంఖ్య సమితికి చెందదు.

సాధన. $8 \notin P$

4. క్రింది వాక్యాలు సత్యమూ? అసత్యమూ? తెలపండి. (అనుసంధానం)

- i) $5 \notin \text{ప్రధాన సంఖ్యల సమితి.}$

సాధన. అసత్యము

- ii) $S = \{5, 6, 7\} \Rightarrow 8 \in S.$

సాధన. అసత్యము.

- iii) $-5 \notin W$, ‘W’ సమితి పూర్ణాంకాల సమితి.

సాధన. సత్యము.

- iv) $\frac{8}{11} \in Z$, ‘Z’ సమితి పూర్ణ సంఖ్యల సమితి.

సాధన. అసత్యము

5. క్రింది సమితులను రోస్టర్ రూపంలో రాయండి.

- i) $B = \{ x : x \text{ అనేది } 6 \text{ కంటే తక్కువైన సహజ సంఖ్య} \}$

సాధన. $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ii) $C = \{x : x \text{ అనేది ఒక రెండంకెల సహజసంఖ్య మరియు రెండంకెల మొత్తం 8\}$.

సాధన. $C = \{17, 26, 35, 44, 53, 62, 71\}$

iii) $D = \{x : x \text{ అనేది } 60 \text{ ని భాగించగల ఒక ప్రధాన సంఖ్య\}$

సాధన. $D = \{3, 5\}$

iv) $E = \{\text{BETTER అనే పదంలోని మొత్తం అక్షరాలు.\}$

సాధన. $E = \{B, E, T, R\}$

6. క్రింది సమితులను సమితి నిర్మాణ రూపంలో రాయండి.

i) $\{3, 6, 9, 12\}$

సాధన. $A = \{x : x \text{ అనేది } 3 \text{ యొక్క గుణిజం మరియు } x < 13\}$

ii) $\{2, 4, 8, 16, 32\}$

సాధన. $B = \{x : x = 2^x ; x \text{ అనేది } 6 \text{ కంటే తక్కువైన సహజ సంఖ్య\}$

iii) $\{5, 25, 125, 625\}$

సాధన. $C = \{x : x = 5^x ; x \text{ అనేది } 5 \text{ కంటే తక్కువైన సహజ సంఖ్య\}$

iv) $\{1, 4, 9, 25, \dots, 100\}$

సాధన. $D = \{x : \text{అనేది ఒక వర్గ సంఖ్య మరియు } x < 10\}$

7. క్రింది సమితులను సమితి నిర్మాణ రూపంలో రాయండి.

i) $A = \{x : x \text{ అనేది } 50 \text{ కంటే ఎక్కువ, } 100 \text{ కంటే తక్కువ అయిన సహజ సంఖ్య\}$

సాధన. $A = \{51, 52, 53, 54, \dots, 97, 98, 99\}$

ii) $B \{x : x \text{ ఒక పూర్ణ సంఖ్య మరియు } x^2 = 4\}$

సాధన. $B = \{+2, -2\}$

iii) $D = \{x : x \text{ అనేది "LOYAL" అనే పదంలోని ఒక అక్షరం\}$

సాధన. $D = \{L, O, Y, A\}$

8. రోష్టర్ రూపం నుండి సమితి నిర్మాణ రూపానికి జతపరచండి.

i) $\{1, 2, 3, 6\} \quad (\text{c}) \quad \text{a) } \{x : x \text{ అనేది ప్రధాన సంఖ్య మరియు } 6 \text{ని భాగిస్తుంది\}$

ii) $\{2, 3\} \quad (\text{a}) \quad \text{b) } \{x : x \text{ అనేది } 10 \text{ కంటే తక్కువైన బేసి సహజ సంఖ్య\}$

iii) $\{M, A, T, H, E, I, C, S\} \quad (\text{d}) \quad \text{c) } \{x : x \text{ అనేది సహజ సంఖ్య మరియు } 6 \text{ని భాగిస్తుంది\}$

iv) $\{1, 3, 5, 7, 9\} \quad (\text{d}) \quad \text{d) } \{x : x \text{ అనేది MATHEMATICS అనే పదంలో ఒక అక్షరం\}$

9. $A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ అయిన $A \cap B$ మరియు $B \cap A$. కనుగొనండి? రెండు సమానమా?

సాధన. A, B సమితులలో ఉమ్మడి మూలకాలు $1, 2, 3$

$$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

B, A సమితులలో ఉమ్మడి మూలకాలు $1, 2, 3$

$$\therefore B \cap A = \{1, 2, 3\}$$

$$\therefore A \cap B = B \cap A$$

$A \cap B, B \cap A$ లు రెండూ సమానమే.

10. $A = \{0, 2, 4\}$, $A \cap \phi$ మరియు $A \cap A$. కనుగొనుము. వ్యాఖ్యానించండి.

సాధన. $A = \{0, 2, 4\}$

$$A \cap \phi = \{0, 2, 4\} \cap \{\} = \{\}$$

$$\therefore A \cap \phi = \phi$$

$$A \cap A = \{0, 2, 4\}$$

11. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ మరియు $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, అయిన $A - B$ మరియు $B - A$ లను కనుగొనుము.

సాధన. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ మరియు $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ అని ఇవ్వబడినది.

A సమితికి మాత్రమే చెంది, సమితి B కి చెందని మూలకాలను మాత్రమే తీసికోవాలి.

$$\therefore A - B = \{2, 4, 8, 10\}; \therefore$$

$B - A$ అంటే, B సమితిలో ఉన్న మూలకాలను మాత్రమే తీసికోవాలి.

$$\therefore B - A = \{3, 9, 12, 15\}$$

12. A మరియు B లు రెండు సమితులు. $A \subset B$ అయిన $A \cup B$ ఎంత?

సాధన $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A \cup B = B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\therefore A \cup B = B$$

13. If $A = \{x : x$ ఒక సహజ సంఖ్య $\}$

$$B = \{x : x$$
 ఒక సరి సంఖ్య $\}$

$$C = \{x : x$$
 ఒక బేసి సంఖ్య $\}$

$D = \{x : x$ ఒక ప్రధాన సంఖ్య $\}$ అయిన క్రింది వాటిని కనుగొనండి.

$$A \cap B, A \cap C, A \cap D, B \cap C, B \cap D, C \cap D.$$

సాధన. $A = \{x : x$ ఒక సహజ సంఖ్య $\}$

$$= \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$B = \{x : x$$
 ఒక సరి సహజ సంఖ్య $\}$

$$= \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$C = \{x : x$$
 ఒక బేసి సహజ సంఖ్య $\}$

$$= \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$D = \{x : x$$
 ఒక ప్రధాన సంఖ్య $\}$

$$= \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

రెండు సమితులలోను ఉమ్మడి మూలకాలు.

$$A \cap B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$= \{\text{సరి సహజ సంఖ్యలు}\}$$

$$A \cap C = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

= {బేసి సహజ సంఖ్యలు}

$$A \cap D = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

= {ప్రథాన సంఖ్యలు}

$$B \cap C = \{\dots\} = \emptyset$$

$$B \cap D = \{2\} = \emptyset$$

$$C \cap D = \{3, 5, 7 \dots\}$$

= {బేసి సహజ సంఖ్యలు}

14. $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\};$

$$B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\};$$

$D = \{5, 10, 15, 20\}$ అయిన ఈ క్రింది వానిని కనుగొనుము.

i) $A - B$ ii) $A - C$ iii) $A - D$ iv) $B - A$ v) $C - A$

vi) $D - A$ vii) $B - C$ viii) $B - D$ ix) $C - B$ x) $D - B$

సాధన. $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\};$

$$B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$$

$$D = \{5, 10, 15, 20\}$$

మొదటి సమితిలోని మూలకాలను మాత్రమే తీసుకోవాలి. (రెండవ సమితి కాదు)

i) $A - B = \{3, 6, 9, 15, 18, 21\}$

ii) $A - C = \{3, 9, 15, 18, 21\}$

iii) $A - D = \{3, 6, 9, 12, 18, 21\}$

iv) $B - A = \{4, 8, 16, 20\}$

v) $C - A = \{2, 4, 8, 10, 14, 16\}$

vi) $D - A = \{5, 10, 20\}$

vii) $B - C = \{20\}$

viii) $B - D = \{4, 8, 12, 16\}$

ix) $C - B = \{2, 6, 10, 14\}$

x) $D - B = \{5, 10, 15\}$

15. క్రింది ఇవ్వబడిన వాక్యాలు సత్యమా లేక అసత్యమా? తెలుపండి. మీ సమాధానాలను సమర్థించండి.

i) $\{2, 3, 45\}$ మరియు $\{3, 6\}$ లు వియుక్త సమితులు

సాధన. అసత్యం

3 అనేది రెండింటిలోను ఉమ్మడి మూలకం.

ii) $\{a, e, i, o, u\}$ మరియు $\{a, b, c, d\}$ లు వియుక్త సమితులు.

సాధన. అసత్యం.

‘a’ అనే మూలకం రెండింటిలోను ఉమ్మడి మూలకం.

16. క్రింది వాటిలో సమస్యలు ఏవి?
- $A = \{x : x \text{ అనేది FOLLOW అనే పదంలో ఒక అక్షరం}\}$
 - $B = \{x : x \text{ అనేది FLOW అనే పదంలో ఒక అక్షరం}\}$
 - $C = \{x : x \text{ అనేది WOLF అనే పదంలోని ఒక అక్షరం}\}$

సాధన. అవును పైన పేర్కొన్న మూడు సమితులు సమస్యలు.

$$A = B ; B = C \Rightarrow A = B = C$$

17. క్రింది సమితులను పరిశీలించి, క్రింది ఇచ్చిన వాక్యాలు సరియగునట్లు = లేదా \neq తో ఖాళీలను పూరించండి.

$$A = \{1, 2, 3\};$$

$$B = \{\text{మొదటి మూడు సహజ సంఖ్యలు}\}$$

$$C = \{a, b, c, d\}; D = \{d, c, a, b\}$$

$$E = \{a, e, i, o, u\}; F = \{\text{ఆంగ్ల భాషలోని అచ్చుల సమితి}\}$$

- సాధన. i) $A \equiv B$ ii) $A \not\equiv E$ iii) $C \equiv D$
 iv) $D \not\equiv F$ v) $F \not\equiv A$ vi) $D \not\equiv E$ vii) $F \not\equiv B$

18. క్రింద ఇచ్చిన ప్రతి సమితిలో $A = B$ అవుతుందో లేదో తెలపండి.

- i) $A = \{a, b, c, d\} B = \{d, c, a, b\}$

సాధన. $A = B$

- ii) $A = \{4, 8, 12, 16\} B = \{8, 4, 16, 8\}$

సాధన. $A \neq B$

- iii) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\} B = \{x : x \text{ ఒక ధన సరిపూర్ణ సంఖ్య మరియు } x \leq 10\}$

సాధన. $A = B$

- iv) $A = \{x : x, 10 \text{ యొక్క గుణిజం}\}$

$$B = \{10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$$

సాధన. $A \neq B$

19. క్రింది వాక్యాలకు తగు కారణాలు పేర్కొనండి.

- i) $\{1, 2, 3, \dots, 10\} \neq \{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } 1 < x < 10\}$

సాధన. $\{1, 2, 3, \dots, 10\} \neq \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ LHSలు 1 నుండి 10 వరకు మూలకాలు ఉన్నాయి. ఇది పరిమిత సమితి.

RHS వున్న మూలకాలు LHS తో సరిపోవడం లేదు.

- ii) $\{2, 3, 6, 8, 10\} \neq \{x : x = 2n+1 \text{ మరియు } x \in \mathbb{N}\}$

సాధన. $\{2, 4, 6, 8, 10\} \neq \{3, 5, 7, 9, \dots\}$

LHS లు 10 కన్నా తక్కువైన సరిసంఖ్యలు. ఇది పరిమిత సమితి.

RHS ఒక బేసి సంఖ్యల సమితి. ఇది అపరిమిత సమితి.

iii) $\{5, 15, 30, 45\} \neq \{x : x \text{ యొక్క గుణిజం } 15\}$

సాధన. LHS లు 5 యొక్క గుణిజాలు ఉన్నాయి.

RHS లో 5 అనే మూలకం 15 యొక్క గుణిజం కాదు.

iv) $\{2, 3, 5, 7, 9\} \neq \{x : x \text{ ఒక ప్రధాన సంఖ్య}\}$

సాధన. 9 అనేది ప్రధాన సంఖ్య కాదు. కావున ఆ రెండు సమితులు సమానం కావు.

5. క్రింది సమితులకు గల ఉపసమితులన్నింటి జాబితాను రాయండి.

i) $B = \{p, q\}$

సాధన. $\{p\}, \{q\}, \{p, q\}, \{\}$

ii) $\{x, y\}$

సాధన. $\{x\}, \{y\}, \{x, y\}, \{\}$

iii) $D = \{a, b, c, d\}$

సాధన. $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{a, b, c\}, \{b, c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{\}$

iv) $E = \{1, 4, 9, 16\}$

సాధన. $E = \{1\}, \{4\}, \{9\}, \{16\}, \{1, 4\}, \{4, 9\}, \{9, 16\}, \{1, 9\}, \{1, 16\}, \{4, 16\}, \{1, 4, 16\}, \{1, 4, 9\}, \{4, 9, 16\}, \{1, 9, 16\}, \{1, 4, 9, 16\}, \{\}$.

v) $F = \{10, 100, 1000\}$

సాధన. $F = \{10\}, \{100\}, \{1000\}, \{10, 100\}, \{100, 1000\}, \{10, 1000\}, \{10, 100, 1000\}, \{\}$.

6. క్రింది సమితులలో ఏవి శూన్య సమితి, ఏవి కావో తెల్పండి.

i) ఒక బిందువు గుండా వెళ్ళే సరళరేఖల సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి కాదు.

ii) 2చే భాగించబడే బేసి సహజ సంఖ్యల సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి.

iii) $\{x : x \text{ ఒక సహజ సంఖ్య}, x < 5 \text{ మరియు } x > 7\}$

సాధన. శూన్య సమితి.

iv) $\{x : x \text{ ఏవేని రెండు సమాంతర రేఖల ఉమ్మడి బిందువు}\}$

సాధన. శూన్య సమితి.

v) సరి ప్రధాన సంక్షేప సమితి

సాధన. శూన్య సమితి కాదు.

2. క్రింది సమితులలో ఏది పరిమిత సమితిలో ఏవి అపరిమిత సమితిలో తెలపండి.

i) ఒక సంవత్సరంలోని నెలల సమితి.

సాధన. పరిమిత సమితి

ii) $\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$

సాధన. పరిమిత సమితి

iii) 99 కంటే తక్కువగా గల ప్రధాన సంబూల సమితి.

సాధన. పరిమిత సమితి.

3. క్రింది సమితులలో ప్రతి సమితిని, పరిమిత సమితో లేదో అపరిమిత సమితో తెల్పండి.

i) అంగ్రె భాషలోని అక్షరాల సమితి.

సాధన. పరిమిత సమితి.

ii) X- అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే రేఖల సమితి

సాధన. అపరిమిత సమితి

iii) 5 యొక్క గుణిజాల సమితి.

సాధన. అపరితమ సమితి.

iv) (0,0) మూల బిందువు గుండా వెళ్ళే వృత్తాల సమితి.

సాధన. అపరిమిత సమితి.

ఉదాహరణలు

1. $A = \{2, 5, 6, 8\}$ మరియు $B = \{5, 7, 9, 1\}$ అయిన $A \cup B$ కనుగొనుము.

సాధన. $A \cup B = \{2, 5, 6, 8\} \cup \{5, 7, 9, 1\}$

$$= \{2, 5, 6, 8, 5, 7, 9, 1\}$$

$$= \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

2. $A = \{a, e, i, o, u\}$ మరియు $B = \{a, i, u\}$. అయిన $A \cup B = A$ అని చూపండి.

సాధన. $A \cup B = \{a, e, i, o, u\} \cup \{a, i, u\}$

$$= \{a, e, i, o, u\} = A \text{ అవుతుంది.}$$

ఈ ఉదాహరణ ద్వారా సమితి A మరియు దాని ఉపసమితి B ల సమ్మేళనం సమితి A అవుతుందని తెలుస్తుంది.

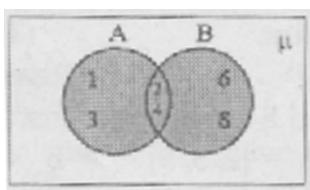
అంటే $B \subset A$ అయితే $A \cup B = A$.

3. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ మరియు $B = \{2, 4, 6, 8\}$. అయిన $A \cup B$ ని వెన్ చిత్రాలలో వివరించండి.

సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{2, 4, 6, 8\}$ then $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$

$$= \{1, 2, 3, 4, 2, 4, 6, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$



$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

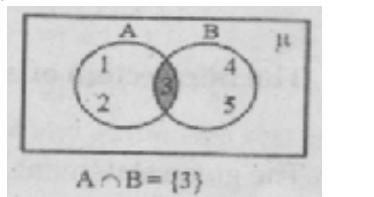
4. $A = \{5, 6, 7, 8\}$ మరియు $B = \{7, 8, 9, 10\}$ అయిన $A \cap B$ కనుగొనుము.

సాధన. సమితుల A, B లలోని ఉమ్మడి మూలకాలు

$$\therefore A \cap B = \{5, 6, 7, 8\} \cap \{7, 8, 9, 10\}$$

$$= \{7, 8\} \text{ (ఉమ్మడి మూలకాలు)}$$

5. $A = \{1, 2, 3\}$ మరియు $B = \{3, 4, 5\}$ అయిన $A \cap B$ ని వెన్ చిత్రాలలో వివరించండి.
సాధన. A, B సమితుల చేదనాన్ని వెన్ చిత్రాలలో క్రింది విధంగా చూపవచ్చు.



$$A \cap B = \{3\}$$

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}; B = \{4, 5, 6, 7\}$ అనుకొనుము. $A - B$ ని కనుగొనుము.
సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ మరియు $B = \{4, 5, 6, 7\}$ అని ఇవ్వబడినవి. A సమితికి మాత్రమే చెంది, సమతి B కి చెందని మూలకాలను మాత్రం తీసికొనాలి.

$$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3\}$$

(∴ 4, 5 మూలకాలు B లో ఉంటాయి. కాబట్టి తీసుకోలేదు)

అదే విధంగా $B - A$ అంటే, B సమితిలో ఉన్న మూలకాలను మాత్రమే తీసికోవాలి.

$$B - A = \{4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 7\}$$

$$\therefore B - A = \{6, 7\} (4, 5 మూలకాలు A లో ఉన్నాయి).$$

$A - B \neq B - A$ అని గమనించండి.

$A - B$ మరియు $B - A$ ల వెన్ చిత్రాలు క్రింద చూపబడింది.

7. క్రింది సమితులను తీసికుండాం.

$$A = \{p, q, r\} \quad B = \{q, p, r\} \quad A = B$$

సాధన. పై సమితులలో A లోని ప్రతి మూలకం B లో కూడా ఉంది. $\therefore A \subseteq B$

అదే విధంగా సమితి B లోని ప్రతి మూలకం A లో కూడా ఉంది. $\therefore B \subseteq A$

8. $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ మరియు N సహజ సంఖ్యల సమితి, అయిన A మరియు N లు సమానమవుతాయేమో సరిచూడండి?

సాధన. రెండు సమితులలో మూలకాలు ఒకటి. కావున A మరియు N సమితులు రెండు కూడా సహజ సంఖ్యల సమితులే. అందువలన A మరియు సమతి N లు సమానం $A = N$.

9. సమితులు $A = \{p, q, r, s\}$ మరియు $B = \{1, 2, 3, 4\}$ లు సమానమా?

సాధన. సమితి A మరియు సమితి B లలో ఒకే మూలకాలు లేవు. కాబట్టి $A \neq B$

10. 6 కంటే తక్కువైన ప్రధానాంకాల సమితిని A అనుకోండి. మరియు 30కి ప్రధాన కారణాంకాలు గల సమితిని P అనుకోండి. A మరియు P సమానమా? సరిచూడండి.

సాధన. 6 కంటే తక్కువైన, ప్రధానాంకాల సమితి, $A = \{2, 3, 5\}$

30కి ప్రధాన కారణాంకాలు 2, 3 మరియు 5.

కావున $P = \{2, 3, 5\}$

సమితి A మరియు P లలో ఒకే రకమైన మూలకాలున్నాయి కాబట్టి A మరియు P సమానం.

11. $A = \{x : x \text{ అనేది 'ASSASSINATION'} \text{ అనేది పదంలోని అక్షరం}\}$

$$B = \{x : x \text{ అనేది STATION అనే పదంలోని అక్షరం}\}$$

అయిన A మరియు B సమితులు సమానం అని చూపండి.

సాధన. $A = \{x : x \text{ అనేది ASSASSINATION అనే పదంలోని అక్షరం}\}$ అని ఇవ్వబడినది.

సమితి Aని ఈ విధంగా కూడా రాయవచ్చు. $A = \{A, S, I, N, T, O\}$, ఎందుకంటే సమితిలోని మూలకాలు మరలా మరలా రాయకూడదు.

$B = \{x : x \text{ అనేది STATION అనే పదంలోని అక్షరం}\}$ అని ఇవ్వబడినది.

$B = \{A, S, I, N, T, O\}$ అని కూడా రాయవచ్చు.

కావున A మరియు B లోని మూలకాలు సమానం $A = B$

12. $\phi, A = \{1, 3\}, B = \{1, 5, 9\}, C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. సమితులను తీసికొందాం. క్రింది ప్రతి సమితుల జతలలో \subset లేదా $\not\subset$ గుర్తును ఉంచండి.

i) $\phi \subset B$ ii) $A \subset B$ iii) $A \subset C$ iv) $B \subset C$

సాధన. i) $\phi \subset B$, ఎందుకంటే శూన్య సమితి ప్రతి సమితికి ఉపసమితి అవుతుంది.

ii) $A \not\subset B$, ఎందుకంటే $3 \in A$ కానీ $3 \notin B$.

iii) $A \subset C$ ఎందుకంటే A లోని ప్రతి మూలకం C లో కూడా ఉన్నది.

iv) $B \subset C$ ఎందుకనగా B లో ఉన్న ప్రతి మూలకం C లో కూడా ఉన్నది.

13. క్రింది సమితులలో ఏవి పరిమిత సమితులో, లేక అపరిమిత సమితులలో పేర్కొనండి.

i) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } (x - 1)(x - 2) = 0\}$

ii) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } x^2 = 4\}$

iii) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } 2x - 2 = 0\}$

iv) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } x \text{ ప్రధాన సంఖ్య}\}$

v) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ మరియు } x \text{ బేసిసంఖ్య}\}$

సాధన. i) ఈ సందర్భంలో x కి 1 లేదా 2 విలువలుగా తీసుకోవచ్చు. కావున $\{1, 2\}$ పరిమిత సమితి అవుతుంది.

ii) $x^2 = 4$ అనగా $x = +2$ లేక -2 . కానీ $x \in \mathbb{N}$ లేదా x ఒక సహజ సంఖ్య కాబట్టి $\{2\}$.గా తీసికోవాలి. ఇది కూడా పరిమిత సమితే.

iii) దత్త సమితి $x = 1$ కాని $1 \in \mathbb{N}$ కావున ఇది కూడా పరిమిత సమితి.

iv) దత్త సమితిలో అన్ని ప్రధాన సంఖ్యల సమితిగా ఉన్నాయి. ప్రధాన సంఖ్యలు అనంతము కావున ఈ సమితి అపరిమిత సమితి.

v) దత్త సమితిలో అనంతమైన బేసి సంఖ్యలున్నాయి. కావున ఈ సమితి కూడా అపరిమిత సమితియే.

14. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ అయిన $n(A \cup B)$ కనుగొనండి.

సాధన. సమితి A లో ఐదు మూలకాలున్నాయి. $\therefore n(A) = 5$

మరియు సమితి B లో నాలుగు మూలకాలున్నాయి. $\therefore n(B) = 4$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 2, 4, 6, 8\}$, కానీ ఇందులో తొమ్మిది మూలకాలు ఉండాల్సిన చోట ఏడు మూలకాలే ఉన్నాయి కదా! ఎందుకు?

1. కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి దంతాల రకం యొక్క జాబితాను తయారుచేయండి.

1) కుంతకాలు	2) రదనికలు	3) అగ్రచర్యణకాలు	4) చర్యణకాలు
-------------	------------	------------------	--------------

సాధన. 1) కుంతకాలు - 8
 2) రదనికలు - 4
 3) అగ్రచర్యణకాలు - 8
 4) చర్యణకాలు - 12
2. ఈ క్రింది సముదాయాలలోని “సామాన్య ధర్మాన్ని” గుర్తించి రాయండి.

1) 2, 4, 6, 8

సాధన. సరి సహజ సంఖ్యలు

2) 2, 3, 5, 7, 11,

సాధన. ప్రధాన సంఖ్యలు

3) 1, 4, 9, 16,

సాధన. సహజ సంఖ్యల వర్గాలు.

4) జనవరి, ఫిబ్రవరి, మార్చి, ఏప్రిల్

సాధన. సంవత్సరములోని నెలలు

5) బొటనవేలు, చూపుడువేలు, మధ్య వేలు, ఉంగరపు వేలు, చిటికెన వేలు.

సాధన. 5 వేళ్ళ పేర్లు.
3. ఈ క్రింది సమితులను రాయండి.

1) మొదటి ఐదు ధనపూర్ణ సంఖ్యల సమితి

సాధన. {1, 2, 3, 4, 5}

2) 100 కంటే ఎక్కువ 125 కంటే తక్కువెన 5 యొక్క గుణిజాల సమితి.

సాధన. {105, 110, 115, 120}

3) మొదటి 5 ఘన సంఖ్యల సమితి.

సాధన. $\{1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3\} = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

4) రామానుజన్ సంఖ్యలోని అంకెల సమితి.

సాధన. రామానుజన్ సంఖ్య = 1729
 అంకెల సమితి = {1, 2, 7, 9}
4. ఈ క్రింది సంఖ్యలు ఏ సంఖ్యా సమితికి చెందుతాయో, చెందవో నిర్ణయించి, సరియైన గుర్తులో వ్యక్తపరచండి.
 - i) $1 \rightarrow 1 \in N$
 - ii) $0 \rightarrow 0 \in W \text{ or } 0 \in Z$
 - iii) $-4 \rightarrow -4 \in Z$
 - iv) $\frac{5}{6} \rightarrow \frac{5}{6} \in Q$

- v) $1.\bar{3} \rightarrow 1.\bar{3} \notin \mathbb{Z}$
- vi) $\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} \in \mathbb{Q}^1$
- vii) $\log 2 \rightarrow \log 2 \notin \mathbb{N}$
- viii) $0.03 \rightarrow 0.03 \in \mathbb{Q}$
- ix) $\pi \rightarrow \pi \in \mathbb{R}$
- x) $\sqrt{-4} \rightarrow \sqrt{-4} \in \mathbb{N}$

5. క్రింది సమితులలోని మూలకాల జాబితాను రాయండి.

- i) G అనేది 20కు రాయగల కారణాంకాలన్నిటిని కలిగిన సమితి.
సాధన. $G = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
- ii) F అనేది 17 మరియు 61 మధ్య గల 4 యొక్క గుణిజాలు మరియు 7 చే భాగించబడే మూలకాల సమితి.

సాధన. 17 మరియు 61 మధ్య గల 4 యొక్క గుణిజాల సమితి.

$$= \{20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60\}$$

$F = 17$ మరియు 61 మధ్యగల 4 యొక్క గుణిజాలు మరియు 7 చే భాగించబడే మూలకాల సమితి.

$$F = \{28, 56\}$$

- iii) $S = \{x : x \text{ అనేది 'MADAM' అనే పదంలో గల అక్షరాల సమితి}\}$

సాధన. $S = \{M, A, D\}$

- iv) $P = \{x : x \text{ అనేది } 3.5 \text{ మరియు } 6.7 \text{ మధ్య గల వూర్ణకాల సమితి}\}$

సాధన. $P = \{4, 5, 6\}$

6. క్రింది సమితులను రోస్టర్ రూపంలో రాయండి.

- i) B అనేది ఒక సంవత్సరంలో ఒక నెలకి 30 రోజులుగా గల అన్ని నెలల సమితి.

సాధన. $B = \{\text{ఏప్రిల్}, \text{జూన్}, \text{జూలై}, \text{సెప్టెంబర్, నవంబర్}\}$

- ii) P అనేది 10 కంటే తక్కువైన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యల సమితి.

సాధన. $P = \{2, 3, 5, 7\}$

- iii) X అనేది ఇంట్ర ధనస్థలో గల అన్ని రంగుల సమితి.

సాధన. $X = \{\text{వంకాయరంగు, డెడా రంగు, పసుపు రంగు, ఆరంజ్ రంగు, ఎరువు రంగు, ఆకువచ్చు}\}$

7. A అనేది 12కు కారణాలుగా గల సమితి. ఈ క్రింది వానిలో ఏది A సమితికి చెందదు.

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 12

సాధన. 5 అనే అంకాను A కు చెందద. ఎందుకనగా 12 యొక్క కారణాంకములు $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 4\}, C = \{1, 2, 3, 4, 7\}, \phi = \{ \ }$

1) అయిన క్రింది భాశీలను \subset లేదా $\not\subset$ లతో పూరించండి.

- i) $A \not\subset B$ ii) $C \not\subset A$ iii) $B \subseteq A$

- iv) $A \subseteq C$ v) $B \subseteq C$ vi) $\phi \subseteq B$

2) క్రింది వాక్యాలలో సత్యమైన వాటిని పేర్కొనండి.

- i) $\{ \quad \} = \phi$ (సత్యము)
- ii) $\phi = 0$ (అసత్యము)
- iii) $0 = \{ 0 \}$ (అసత్యము)

9. i) $A = \{1, 3, 7, 8\}$ మరియు $B = \{2, 4, 7, 9\}$ అయిన $A \cap B$ కనుక్కోండి.

సాధన. A, B సమితులలో ఉమ్మడి మూలకాలు 7

$$\therefore A \cap B = \{ 7 \}$$

ii) $A = \{6, 9, 11\}$, $\phi = \{ \quad \}$, అయిన $A \cup \phi$ కనుక్కోండి.

సాధన. $A \cup \phi = \{6, 9, 11\} \cup \{ \quad \}$

$$A \cup \phi = \{6, 9, 11\}$$

iii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ $A \cap B$ ని కనుగొని $A \cap B = B$ అని చూపండి.

సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

A లోనూ, B లోనూ ఉన్న ఉమ్మడి మూలకాలు 2, 3, 5, 7

$$\therefore A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$$

కాని $B = \{2, 3, 5, 7\}$ అని యివ్వబడింది.

$A \cap B$, B సమితులలో మూలకాలు ఒకే రకంగా వున్నాయి.

$$\therefore A \cap B = B$$

iv) $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{7, 8\}$ అయిన $A \cup B = B \cup A$ అని చూపండి.

సాధన. $A = \{4, 5, 6\}$ మరియు $B = \{7, 8\}$

$$A \cup B = \{4, 5, 6\} \cup \{7, 8\} = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B \cup A = \{7, 8\} \cup \{4, 5, 6\} = \{7, 8, 4, 5, 6\}$$

$A \cup B$ మరియు $B \cup A$ సమితులకు చెందిన మూలకాలు సమానము.

$$\therefore A \cup B = B \cup A$$

10. i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{4, 5, 6, 7\}$ అయిన $A - B$ మరియు $B - A$ కనుగొనండి. $A - B$, $B - A$ లు రెండూ సమానమేనా.

సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\therefore A - B = \{1, 2, 3\} (\because 4, 5 మూలకాలు B లో ఉన్నాయి)$$

$$\therefore B - A = \{6, 7\} (\because 4, 5 మూలకాలు A లో ఉన్నాయి)$$

$$\therefore A - B \neq B - A$$

ii) If $V = \{a, e, i, o, u\}$ మరియు $B = \{a, i, k, u\}$, అయిన $V - B$ మరియు $B - V$ కనుగొనండి.

సాధన. $V = \{a, e, i, o, u\}$

$$B = \{a, i, k, u\}$$

$V - B = \{e, o\}$ ($\because a, i, u$ మూలకాలు B లో ఉన్నాయి)

$B - V = \{k\}$ ($\because a, i, u$ మూలకాలు V లో ఉన్నాయి)

$$\therefore V - B \neq B - A$$

11.1) క్రింది వానిలో శూన్య సమితులు ఏవి? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

i) 2 మరియు 3ల మధ్యనున్న పూర్ణ సంఖ్యల సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి.

2 మరియు 3ల మధ్య పూర్ణ సంఖ్యలు లేవు.

ii) 1 కంటే తక్కువైన సహజ సంఖ్య సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి.

సహజ సంఖ్యలు 1 నుండి ప్రారంభం అవుతాయి.

iii) 2చే భాగించినపుడు శేష సున్న వచ్చే బేసి సంఖ్య సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి.

2చే భాగించినపుడు శేషం సున్న వచ్చే సంఖ్యలు సరి సంఖ్యలు.

2) క్రింది సమితులలో ఏవి పరిమిత సమితులో ఏవి అపరిమిత సమితులో తెలుపండి. మీ సమాధానానికి తగిన కారణాలు ఇవ్వండి.

i) $A = \{x : x \in N \text{ మరియు } x < 100\}$

సాధన. పరిమిత సమితి.

కారణం: 100 కన్నా తక్కువైన సహజ సంఖ్యలను అనగా 1 నుండి 99 వరకు సంఖ్యలను లెక్కించగలం. కావున ఇది పరిమిత సమితి.

ii) $B = \{x : x \in N \text{ మరియు } x \leq 5\}$

సాధన. పరిమిత సమితి.

5 కన్నా తక్కువైన సహజ సంఖ్యలు నాలుగు.

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

iii) $C = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots\}$

సాధన. అపరిమిత సమితి.

కారణం: ఈ సమితిలో చివర సంఖ్యను కనుగొనలేదు.

iv) $D = \{1, 2, 3, 4\}$

సాధన. పరిమిత సమితి.

కారణం: D సమితిలో మూలకాలను లెక్కించడానికి వీలువుంది.

v) $\{x : x \text{ వారంలో ఒక రోజు}\}$

సాధన. పరిమిత సమితి.

కారణం: వారంలో రోజులు 7. లెక్కించడగాను.

c) క్రింది సమితులలో అపరిమిత సమితిని చేయండి.

A) 10 కంటే తక్కువైన పూర్ణాంకాల సమితి (x)

B) 10 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యల సమితి (x)

- C) 10 కంటే తక్కువైన పూర్ణసంఖ్యల సమితి (✓)
 D) 10 యొక్క కారణాంకాల సమితి (x)

ప్రయత్నించండి

1. బీజగణిత మరియు రేఖాగణిత భావనలలో కొన్ని సమితులను ఏర్పరచండి.
 సాధన. (i) $A = \{x / x + 3 = 6\}$ $A = \{3\}$
 (ii) $B = \{x : x + 5 = 5\}$ $B = \{0\}$
 (iii) చతుర్భుజాల సమితి: {చతురస్రాలు, దీర్ఘచతురస్రాలు, రాంబస్లు సమాంతర చతుర్భుజాలు, త్రైపీజియంలు, చతుర్భుజాలు}
 (iv) ఒక బిందువు గుండా పోవు సరళరేఖల సమితి.
2. రోష్టర్ రూపంతో సమితి నిర్మాణ రూపంను జతపరచండి.
 - i) $\{P, R, I, N, C, A, L\}$ (d) a) $\{x : x \text{ ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య మరియు } 18 \text{ ను భాగించునది}\}$
 - ii) $\{0\}$ (c) b) $\{x : x \text{ ఒక పూర్ణ సంఖ్య మరియు } x^2 - 9 = 0\}$
 - iii) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ (a) c) $\{x : x \text{ ఒక పూర్ణ సంఖ్య మరియు } x+1=1\}$
 - iv) $\{3, -3\}$ (d) d) $\{x : x \text{అనేది PRINCIPAL అనే పదంలో ఉన్నాక్షరం}\}$
- 3) $A = \{\text{చతుర్భుజాలు}\}, B = \{\text{చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రం, త్రైపీజియం, రాంబస్}\}.$
 $A \subset B$ లేక $B \subset A$. అవుతుందేమో పేర్కొనండి. నీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.
 సాధన. చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, త్రైపీజియం, రాంబస్ ఇవన్నీ కూడా చతుర్భుజాలలో రకాలు అంటే B లోని మూలకాలు అన్ని A లోనివి. కానీ A లోని మూలకాలు B కి ఉపసమితి కాదు.
 అంటే $A \not\subset B$
- 4) $A = \{a, b, c, d\}$. అయిన A కి ఎన్ని ఉపసమితులున్నాయి. ? (C)
 A) 5 B) 6 C) 16 D) 65
 సాధన. $A = \{a, b, c, d\}$
 A యొక్క ఉపసమితులు = $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}, \{a, c\}, \{d, a\}, \{a, b, c\}, \{b, c, d\}, \{c, d, a\}, \{a, b, d\}, \{a, b, c, d\}, \{ \ }$
- 5) P అనేది 5 యొక్క కారణాంకాల సమితి. Q అనేది 25 యొక్క కారణాంకాల సమితి. R అనేది 125 యొక్క కారణాంకాల సమితి క్రింది వానిలో ఏది అసత్యం. (C)
 A) $P \subset Q$ B) $Q \subset R$ C) $R \subset P$ D) $P \subset R$
 సాధన. $P = \{1, 5\}$
 $Q = \{1, 5, 25\}$
 $R = \{1, 5, 25, 125\}$
- 6) A అనేది 10, కంటే తక్కువైన, ప్రధానాంకాల సమితి B అనేది 10 కంటే తక్కువైన బేసి సంఖ్యల సమితి, C అనేది 10 కంటే తక్కువైన సరిసంఖ్యల సమితి. క్రింది వానిలో 'సత్యమైన' వాక్యాలేవి?

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| i) $A \subset B$ | ii) $B \subset A$ | iii) $A \subset C$ |
| iv) $C \subset A$ | v) $B \subset C$ | vi) $C \subset B$ |

సాధన. $A = \{2, 3, 5, 7\}$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$

ఇచ్చిన 6 వాక్యాలు అసత్యాలే.

7. A మరియు B వియుక్త సమితులు అయ్యేటుట్లుగా కొన్ని సమితులు A మరియు B లు, వాని మూలకాలు ఎన్నుకొని జాబితా తయారుచేయండి.

సాధన. A మరియు B లు వియుక్త సమితులు.

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| i) $A = \{2, 3, 5\}$ | $B = \{4, 6, 8\}$ |
| ii) $A = \{1, 2, 3\}$ | $B = \{4, 5, 6\}$ |
| iii) $A = \{1, 3, 5, 7\}$ | $B = \{2, 4, 6, 8\}$ |

8) $A = \{2, 3, 5\}$ అయిన $A \cup \phi$ మరియు $\phi \cup A$ కనుగొని పోల్చండి.

సాధన. $A = \{2, 3, 5\}; \phi = \{\quad\}$

$$A \cup \phi = \{2, 3, 5\} \cup \{\quad\} = \{2, 3, 5\}$$

$$\phi \cup A = \{\quad\} \cup \{2, 3, 5\} = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore A \cup \phi = \phi \cup A = A$$

9) $A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ అయిన $A \cap B, A \cap B$. కనుగొనండి. ఘలితం నుండి మీరు ఏవి గమనించారు?

సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

A మరియు B సమితులలోని ఉమ్మడి మూలకాలు: 1, 2, 3, 4

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$$

ఘలితం:

- | | | |
|--------------------|--------------------|----------------------------------|
| i) $A \cup B = B;$ | ii) $A \cap B = A$ | iii) $A \cap B \subset A \cup B$ |
|--------------------|--------------------|----------------------------------|

10) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ గా ఇవ్వబడినవి. A, B ల ఛేదనాన్ని కనుగొనండి.

సాధన. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

A మరియు B సమితులలో ఉమ్మడి మూలకాలు: 2, 4, 6

$$\therefore A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

11. క్రింది సమితులలో ఏవి శూన్య సమితులు? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

i) $A = \{x : x^2 = 4\}$ మరియు $3x = 9\}$

సాధన. శూన్య సమితి

సమీకరణంలోని x విలువ సంతృప్తి చెందుట అసాధ్యం.

- ii) ఒక తలంలోని మొత్తం త్రిభుజాలలో మూడు కోణాల మొత్తం 180° కంటే తక్కువైన త్రిభుజాల సమితి.

సాధన. శూన్య సమితి

ఒక త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180° అంతకన్నా తక్కువైన కోణాల కొలతలతో త్రిభుజాలు సాధ్యపడవు.

2. $B = \{x : x + 5 = 5\}$ శూన్య సమితి కాదు. ఎందువలన?

సాధన. ఇచ్చిన సమితి $x = 0$ కు సరిపోయినది

అనగా సమితిలో ఒక మూలకం వుంది.

కావున B సమితి శూన్య సమితి కాదు.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

1. క్రింది సముదాయాలను పరిశీలించి, వాటి ధర్మాలను తెలిపే మరికొన్ని “సాధారణ ప్రవచనాలను” రాయండి.

- 1) $2, 4, 6, 8 \dots$

సాధన. (i) సరి సహజ సంఖ్యలు

(ii) $2n$ రూపంలో కలవు: $n \in \mathbb{N}$

(iii) మొదటి పదము తప్ప మిగిలిన పదాలు దాని ముందు పదానికి 2 కలుపగా ఏర్పడినవి.

$2, 2+2, 4+2, 6+2 \dots$

- 2) $1, 4, 9, 16, \dots$

సాధన. (i) సహజ సంఖ్యల వర్గాలు

(ii) $n^2 ; n \in \mathbb{N}$

2. అకరణీయ సంఖ్యాసమితి (Q)ని, దానిలోని మూలకాలచే ‘జాబితా రూపంలో సూచించగలరా?

సాధన. అకరణీయ సంఖ్యా సమితి (Q) మొత్తాన్ని జాబితా రూపంలో సూచించడమనేది కిష్టమైనిద. కావున జాబితారూపంలో మూలకాలచే సూచించలేము. అకరణీయ సంఖ్యాసమితి (Q) లోని అన్ని

మూలకాలు $\frac{p}{q} (q \neq 0, p, q \in \mathbb{Z})$ అని చెప్పడం సులభం.

$$Q = \{x : x = \frac{p}{q}, q \neq 0; p, q \in \mathbb{Z}\}$$

3. ఏవైనా రెండు వియుక్త సమితుల ఛేదనం శూన్య సమితి అవుతుంది. ఈ వాక్యం సత్యమా? అనసత్యమా?

సాధన. సత్యము. ఏవైనా రెండు వియుక్త సమితుల ఛేదనం శూన్య సమితి అవుతుంది.

4. సమితులు $A - B, B - A$ మరియు $A \cap B$ పరస్పరం వియుక్త సమితులు అవుతాయి. కొన్ని ఉండాల సహాయంతో ఈ సత్యాన్ని పరిశీలించండి.

సాధన. $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6\}$

$$A - B = \{ \quad \}; B - A = \{ \quad \}; A \cap B = \{ \quad \}$$

A మరియు B సమితులు శూన్య సమితులు కాదు. అవి వియుక్త సమితులు.

$$(A - B) \cap (B - A) = \{ \}$$

$$(A - B) \cap (A - B) = \{ \}$$

$$(B - A) \cap (A - B) = \{ \}$$

పైన పేరొన్న ఏ రెండు సమితుల ఛేదనం అయిన శూన్య సమితి అవుతుంది.

6. శూన్య సమితి పరిమిత సమితి అవుతుంది. ఈ వాక్యం సత్యమా? లేదా అసత్యమా? ఎందుకు.

సాధన. ‘శూన్య సమితి’ పరిమిత సమితి అవుతుంది’ అనే వాక్యం సత్యము.

ఎందుకంటే శూన్య సమితిలోని మూలకాల సంఖ్య = 0

$$n(\phi) = 0$$

శూన్య సమితిలోని మూలకాలు లెక్కించదగినవే.

7. $n(A), n(B), n(A \cap B)$ మరియు $n(A \cup B)$ ల మధ్య సంబంధం ఏమిటి?

సాధన. ఉధారణ:

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}; B = \{1, 6, 7, 8, 9\}$$

$$n(A) = 5; \quad n(B) = 5$$

$$\begin{aligned} (A \cup B) &= \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 8, 9\} \\ &= \{3, 4, 5, 6, 7, 1, 8, 9\} \end{aligned}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 8$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{1, 6, 7, 8, 9\} \\ &= \{6, 7\} \end{aligned}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 2$$

$$8 = 5 + 5 - 2$$

సంబంధము:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

2. సమితులు A మరియు B లు వియుక్త సమితులైతే $n(A \cup B)$ ని ఎలా కనుగొంటారు?

సాధన. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

సమితులు A మరియు B లు వియుక్త సమితులు.

$$\therefore (A \cap B) = \phi$$

$$n(A \cap B) = 0$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) + 0$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$