

అధ్యాయం - 6

శ్రేణులు (Progressions)

1. 400 సంవత్సరాల పూర్వమే అంకశ్రేణి, గుణశ్రేణుల గురించి బాబిలోనియన్లకు తెలిసినట్లుగా ఆధారాలున్నాయి.
2. ప్రముఖ భారతీయ ప్రాచీన గణితవేత్త ఆర్యభట్ట (క్రీ.శ.470) మొట్టమొదటిసారి మొదటి సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం, ఘనాల మొత్తానికి సూత్రాలు ఇచ్చినట్లుగా తన రచన “ఆర్యభట్టీయం” నుంచి తెలుస్తుంది.
3. బ్రహ్మగుప్తుడు (క్రీ.శ. 598), మహావీర (క్రీ.శ. 850), భాస్కర (క్రీ.శ.1114- 1185) వంటి ప్రాచీన భారతీయ గణితవేత్తలు మొదటి సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం, ఘనాల మొత్తం గురించి చర్చించినట్లు తెలుస్తుంది.

అంకశ్రేణి (Arithmetic Progression(A.P))

- ఒక సంఖ్యల జాబితాలో మొదటి పదం తప్ప, మిగిలిన అన్ని పదాలు దాని ముందున్న పదానికి ఏదో ఒక స్థిర సంఖ్య కలపడం వల్ల వస్తూ ఉంటే... ఆ జాబితాను “అంకశ్రేణి” అంటారు.
- కలిపే స్థిరసంఖ్యను “సామాన్య భేదం” లేదా “పదాంతరం” అంటారు. ఇది ధనాత్మకం/రుణాత్మకం/ సున్న కావచ్చు. దీనిని ‘d’ తో సూచిస్తారు.
- అంకశ్రేణిలోని పదాలు వరుసగా $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ అయితే $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$
- అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం ‘a’, సామాన్య భేదం ‘d’ అయితే అంకశ్రేణి సాధారణ రూపం $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

ఉదా-1: 6, 9, 10, 12, 15, వరుసలో $9 - 6 = 12 - 9 = 15 - 12 = 3 = d$ కావడంతో ఇచ్చిన

పదాలు అంకశ్రేణిలో ఉన్నాయి. ఇక్కడ మొదటి పదం $a = 6$, పదాంతం/సామాన్య భేదం $d = 3$.

ఉదా-2: 6, 3, 0, -3, అంకశ్రేణిలో $a = 6, d = 3 - 6 = -3$

ఉదా-3: 2, 2, 2, 2, అంకశ్రేణిలో $a = 2, d = 2 - 2 = 0$

అంకశ్రేణిలో 'n' వ పదం:

- అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం 'a'; పదాంతరం d అయితే 'n' వ పదం $t_n = a + (n - 1) d$

ఉదా: 10, 7, 4, అంకశ్రేణిలో 12 వ పదం

$$t_{12} = 10 + (12 - 1) (-3) = 10 - 33 = - 23$$

- అంకశ్రేణిలోని మూడు వరుస పదాలను $a - d, a, a + d$ గా తీసుకుంటారు.
- అంకశ్రేణిలోని నాలుగు వరుస పదాలను $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ గా తీసుకుంటారు.
- అంకశ్రేణిలోని ఐదు వరుస పదాలను $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ గా తీసుకుంటారు.
- అంకశ్రేణిలోని ఆరు వరుస పదాలను $a - 5d, a - 3d, a - d, a + d, a + 3d, a + 5d$ గా తీసుకుంటారు.

అంకమధ్యమం (A.M): అంకశ్రేణిలో a, b, c లు మూడు వరుస పదాలైతే 'b' ను a, c ల అంకమధ్యమం

అంటారు. దీన్ని $b = \frac{a+c}{2}$ గా సూచిస్తాం.

- a, b ల అంకమధ్యమం = $\frac{a+b}{2}$

ఉదా: 6, 12 ల అంకమధ్యమం = $\frac{6+12}{2} = 9$

అంకశ్రేణిలో మొదటి n పదాలు మొత్తం:

- అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం a, పదాంతరం d అయితే n పదాల మొత్తం $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

- అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం (a), చివరి పదం (l) లు మాత్రమే తెలిసినపుడు n పదాల మొత్తం

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

- అంకశ్రేణిలోని మొదటి n పదాలు మొత్తం నుంచి, మొదటి (n - 1) పదాల మొత్తాన్ని తీసివేసిన

ఆ శ్రేణి n వ పదం వస్తుంది.

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

- మొదటి n ధన పూర్ణసంఖ్యల (సహజ సంఖ్యల) మొత్తం $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (ఈ సూత్రాన్ని “కార్ల్ ఫ్రెడ్రిక్ గాస్” కనుగొన్నారు).

ఉదా: మొదటి 10 ధన పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం $1+2+3+\dots+10 = \frac{10(10+1)}{2} = 55$

- అంకశ్రేణిలోని ప్రతి పదాన్ని ఏదైనా స్థిర సంఖ్య కలిపినా, తీసివేసిన ఫలిత సంఖ్యలు కూడా అంకశ్రేణిలో ఉంటాయి.
- అంకశ్రేణిలోని ప్రతి పదాన్ని ఏదైనా స్థిర సంఖ్యచే గుణించిన, భాగించినా ఫలిత సంఖ్యలు కూడా అంకశ్రేణిలో ఉంటాయి.

గుణశ్రేణి:

- ఒక సంఖ్య జాబితాలో (వరుసలో) మొదటి పదం తప్ప మిగిలిన పదాలు అన్ని దాని ముందున్న పదాలను ఒక స్థిరసంఖ్యచే గుణించటం వల్ల ఏర్పడుతూ ఉంటే ఆ జాబితాలను గుణశ్రేణి అంటారు.
- గుణించే స్థిర సంఖ్యను సామాన్య నిష్పత్తి అంటారు. దీనిని ‘ r ’ చే సూచిస్తాం.
- గుణిశ్రేణిలోని పదాలు వరుసగా $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ అయితే $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$
- గుణశ్రేణిలోని మొదటి పదం ‘ a ’, సామాన్య నిష్పత్తి ‘ r ’ అయితే గుణశ్రేణి సాధారణ రూపం a, ar, ar^2, \dots

ఉదా-1: $4, 8, 16, \dots$ వరుసలో $\frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2 = r$ కావడంతో ఇచ్చిన పదాలు గుణశ్రేణిలో

ఉన్నాయి. ఇక్కడ మొదటి పదం $a = 4$, సామాన్య నిష్పత్తి $r = 2$.

ఉదా-2: $a = 3, r = 2$ అయితే గుణశ్రేణి పదాలు $3, 6, 12, 24, \dots$

Note: a_1, a_2, a_3, \dots లు గుణశ్రేణి కావాలంటే పదాలన్నీ సున్నాలు కాకూడదు.

గుణశ్రేణి nవ పదం:

గుణశ్రేణి మొదటి పదం a , సామాన్య నిష్పత్తి r అయితే గుణశ్రేణి n వ పదం $a_n = ar^{n-1}$

ఉదా: 5, 25, 125,..... అనే గుణశ్రేణి 10 వ పదం

$$a_{10} = 5(5)^{10-1} = 5 \cdot 5^9 = 5^{10}$$

గుణమధ్యమం: a, b, c లు గుణశ్రేణిలో ఉంటే b ను a, c ల గుణమధ్యమం అంటారు.

$$\text{గుణమధ్యమం } b = \sqrt{ac}$$

$$a, b \text{ గుణమధ్యమం} = \sqrt{ab}$$

గుణశ్రేణిలోని మూడో పదాల వరుసగా $\frac{a}{r}, a, ar$ గా తీసుకుంటాం.

1 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$ అనే కరణీయ సంఖ్యలు ఒక అంకశ్రేణిని ఏర్పరుస్తున్నాయా? అయితే సామాన్య భేదం కనుక్కోండి?

జ:

$$\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$$

$$a = \sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$d = a_3 - a_2$$

$$= \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

\therefore సామాన్య భేదం సమానం కనుక ఇది అంకశ్రేణి

2. అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం, సామాన్య భేదాలు వరుసగా $-1.25, -0.25$ అయితే అంకశ్రేణిని రాయండి?

జ: మొదటి పదం $a = -1.25$

$$d = -0.25$$

రెండవ పదం $a_2 = a + d$

$$= -1.25 + (-0.25)$$

$$= -1.25 - 0.25$$

$$= -1.50$$

మూడో పదం $a_3 = a + 2d$

$$= -1.25 + 2(-0.25)$$

$$= -1.25 - 0.25$$

$$= -1.75$$

అంకశ్రేణి: $-1.25, -1.50, -1.75$.

3. AP నందు $a_n = 6n + 2$ అయితే సామాన్య భేదం కనుక్కోండి.

జ: $a_1 = 6(1) + 2 = 6 + 2 = 8$

$$a_2 = 6(2) + 2 = 12 + 2 = 14$$

$$a_3 = 6(3) + 2 = 18 + 2 = 20$$

సామాన్య భేదం $d = a_2 - a_1$

$$= 14 - 8$$

$$= 6.$$

4. $5, 1, -3, -7, \dots$ అంకశ్రేణిలో 10వ పదం కనుక్కోండి?

జ: మొదటి పదం $a = 5$

$$d = 1 - 5 = -4$$

10 వ పదం $a_{10} = a + 9d$

$$= 5 + 9(-4) = 5 - 36 = -31$$

5. అంకశ్రేణిలో 17 వ పదం 10 వ పదం కంటే 7 ఎక్కువ అయితే సామాన్య భేదం ఎంత?

జ: 17 వ పదం = 10 వ పదం కంటే 7 ఎక్కువ

$$a + 16d = a + 9d + 7$$

$$16d - 9d = 7$$

$$7d = 7$$

$$d = 1$$

6. 10, 7, 4,..... AP లో 30 వ పదం కనుక్కోండి ?

జ: మొదటి పదం $a = 10$

$$d = 7 - 10 = -3$$

$$30 \text{ వ పదం } a_{30} = a + 29d$$

$$= 10 + 29(-3)$$

$$= 10 - 87 = -77$$

7. 2, -6, 18, -54, GP నందు a_n కనుక్కోండి.

జ: 2, -6, 18, -54,.....

$$a = 2$$

$$a_n = a.r^{n-1}$$

$$= 2.(-3)^{n-1}$$

8. 7, 13, 19,..... శ్రేణిలోని 35 వ పదాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

జ: 7, 13, 19,.....

$$\text{మొదటి పదం } a = 7$$

$$\text{సామాన్య భేదం } d = 13 - 7 = 6$$

$$\text{శ్రేణిలోని పదాలు } (n) = 35$$

$$\text{పదాల మొత్తం } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

35 పదాల మొత్తం =

$$\begin{aligned} S_{35} &= \frac{35}{2}[2(7) + (35-1)(6)] \\ &= \frac{35}{2}[14 + (34)(6)] \\ &= \frac{35}{2}[14 + 204] = \frac{35}{2}(218) = 3815 \end{aligned}$$

9. $a_2 = 38; a_6 = -22$ అయితే a_1, a_3, a_4, a_5 లను కనుగొనండి.

$$\text{జ: } a_2 = 38; a_6 = -22$$

$$a + d = 38 \dots\dots (i) \quad (\because a_2 = a + d, a_6 = a + 5d)$$

$$a + 5d = -22 \dots\dots (ii)$$

$$(i), (ii) \text{ నుంచి } -4d = 60$$

$$d = -15$$

d విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించిన

$$a + (-15) = 38$$

$$a - 15 = 38$$

$$a = 38 + 15$$

$$a = 53$$

మొదటి పదం $a_1 = 53$

$$a_3 = a + 2d = 53 + 2(-15) = 23$$

$$a_4 = a + 3d = 53 + 3(-15) = 53 - 45 = 8$$

$$a_5 = a + 4d = 53 + 4(-15) = 53 - 60 = -7$$

10. ఒక వ్యక్తి తన వల్ల సహాయం పొందిన వ్యక్తులకు ప్రతిఫలంగా తిరిగి మరో ముగ్గురికి సహాయం చేయమని చెప్పాడు. అలాగే వారిని కూడా ప్రతిఫలం ఆశించకుండా మరో ముగ్గురికి సహాయం చేయమని చెప్పమన్నాడు. ఈ గొలుసు ఇదే విధంగా కొనసాగితే ఆ సంఖ్యలు ఏవి? అవి గుణశ్రేణి అవుతాయా? తెలపండి.

జ: మొదటి వ్యక్తి = 1

మొదటి వ్యక్తి చేత సహాయం పొందినవారు = 3

మొదటి సహాయం పొందిన వ్యక్తులచేత సహాయం పొందినవారు = $3^2 = 9$

ఇదే విధంగా సహాయం పొందువారు. 27, 81, 243,

శ్రేణి = 1, 3, 9, 27, 81, 243.....

పై శ్రేణిలో $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 9$

$$\text{సామాన్య నిష్పత్తి } (r) = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = 3$$

కావున పై శ్రేణి గుణశ్రేణి అవుతుంది.

11.6, 18, 54, అనే శ్రేణి గుణశ్రేణి అయితే సామాన్య నిష్పత్తి ఎంత?

జ: మొదటి పదం $a = 6$

సామాన్య నిష్పత్తి =

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{54}{18} = 3$$

∴ సామాన్య నిష్పత్తి(r)=3

12. 3, 8, 13, ... శ్రేణిలో 10 వ పదం కనుక్కోండి?

జ: మొదటి పదం $a_1 = 3$

$$\text{సామాన్య భేదం } d = a_2 - a_1$$

$$= 8 - 3 = 5$$

$$10 \text{ వ పదం } a_{10} = a + 9d$$

$$= 3 + 9(5)$$

$$= 3 + 45 = 48$$

∴ 10వ పదం $a_{10} = 48$

13. అంకశ్రేణి 'n' వ పదం $a_n = a + (n - 1)d$ లోని పదాలను వివరించండి.

జ: $a_n = a + (n - 1)d$

a = మొదటి పదం

n = పదాల సంఖ్య

d = పదాంతరం

a_n = n వ పదం

14. అంకశ్రేణిలోని మొదటి పదం $(a) = 5$, సామాన్య భేదం $(d) = 2$ అయిన శ్రేణిలోని మొదటి నాలుగు పదాలు తెల్పండి.

జ: మొదటి పదం $(a) = 5$

సామాన్య భేదం $(d) = 2$

రెండో పదం $a_2 = a + d = 5 + 2 = 7$

మూడో పదం $a_3 = a + 2d = 5 + 2(2) = 5 + 4 = 9$

నాలుగో పదం $a_4 = a + 3d = 5 + 3(2) = 5 + 6 = 11$

మొదటి నాలుగు పదాలు = 5, 7, 9, 11

15. $x + 2, x + 4, x + 9$ లు అంకశ్రేణిలో ఉండే అవకాశం ఉందా? కారణం తెలపండి?

జ: ఇచ్చిన పదాలు $x + 2, x + 4, x + 9$

$$a_2 - a_1 = (x + 4) - (x + 2) = 2$$

$$a_3 - a_2 = (x + 9) - (x + 4) = 5$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

∴ ఇచ్చిన పదాలు అంకశ్రేణిలో ఉండే అవకాశం లేదు.

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. A.P లో $a_1 = 5$, $a_4 = 9\frac{1}{2}$ అయితే a_2, a_3 లను కనుగొనండి?

జ: మొదటి పదం $a = 5$

$$a_4 = 9\frac{1}{2}$$

$$a + 3d = 9\frac{1}{2} (\because a_4 = a + 3d)$$

$$5 + 3d = \frac{19}{2} (\because a = 5)$$

$$3d = \frac{19}{2} - 5$$

$$3d = \frac{19 - 10}{2}$$

$$3d = \frac{9}{2}$$

$$d = \frac{9}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$d = \frac{3}{2}$$

రెండవ పదం $a_2 = a + d$

$$5 + \frac{3}{2}$$

$$\frac{10 + 3}{2} = \frac{13}{2}$$

మూడవ పదం $= a + 2d$

$$= 5 + 2\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= 5 + 3 = 8$$

2. ఒక నర్సరీలో 17 గులాబీ మొక్కలు మొదటి వరుసలో, 14 మొక్కలు రెండో వరుసలో, 11 మొక్కలు మూడో వరుసలో ఉన్నాయి. అదే విధంగా చివరి వరుసలో 2 మొక్కలు ఉన్నాయి. అయితే ఆ నర్సరీలో ఎన్ని వరుసల గులాబీ మొక్కలు ఉన్నాయి?

జ: మొదటి అడ్డువరుసలో మొక్కల సంఖ్య = 17

రెండో అడ్డువరుసలో మొక్కల సంఖ్య = 14

మూడో అడ్డువరుసలో మొక్కల సంఖ్య = 11

అంకశ్రేణి: 17, 14, 11

మొదటి పదం $a = 17$

$$d = 14 - 17 = -3$$

$$a_n = 2$$

$$a + (n - 1)d = 2$$

$$17 + (n - 1)(-3) = 2$$

$$(n - 1)(-3) = 2 - 17$$

$$(n - 1)(-3) = -15$$

$$n - 1 = \frac{-15}{-3}$$

$$n - 1 = 5$$

$$n = 5 + 1$$

$$n = 6.$$

∴ తోటలో 6 వరుసలు ఉన్నాయి.

3. 3వ పదం 5, 7 వ పదం 9 గా ఉండే ఒక అంకశ్రేణిని కనుక్కోండి?

జ: $a_3 = a + 2d = 5 \dots\dots(i)$

$$a_7 = a + 6d = 9 \dots\dots(ii)$$

(i), (ii) నుంచి $-4d = -4$

$$d = \frac{-4}{-4}$$

$$d = 1$$

d ను (1)లో ప్రతిక్షేపించిన

$$a + 2(1) = 5$$

$$a + 2 = 5$$

$$a = 5 - 2$$

$$a = 3$$

రెండో పదం $a_2 = a + d$

$$= 3 + 1$$

$$= 4$$

∴ అంకశ్రేణి: 3,4,5,6,7,8.....

4. $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots\dots + 84$ ల మొత్తం కనుక్కోండి.

జ: మొదటి పదం $a = 7 = t_1$; $t_2 = 10\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$

$$d = t_2 - t_1 \Rightarrow d = \frac{21}{2} - 7 = \frac{21-14}{2}$$
$$= \frac{7}{2}$$
$$a_n = 84$$

5. గుణశ్రేణి 2, 8, 32 లో 512 ఎన్నో పదం అవుతుంది?

జ: మొదటి పదం $a = 2 = t_1$; $t_2 = 8$

$$r = \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow r = \frac{8}{2} = 4$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$512 = 2(4)^{n-1}$$

$$256 = 4^{n-1}$$

$$4^4 = 4^{n-1}$$

$$n-1 = 4$$

$$n = 4 + 1$$

$$n = 5$$

6. ఒక మొత్తం సుమారు 280 రూపాయలు బహుమతులకు కావలసిన ధనంగా నిర్ణయించారు. ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందు విలువ కన్నా 20 రూపాయలు తక్కువగా ఉండేట్లు చూడాలి. అయితే ప్రతి బహుమతి విలువ కనుక్కోండి?

జ: బహుమతుల సంఖ్యలు A.P లో ఉన్నాయి

$$S_n = 280$$

మొత్తం బహుమతులు $n = 4$

$$d = -20$$

$$\frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 280$$

$$\frac{4}{2}[2a + (4-1)(-20)] = 280$$

$$2[2a + (3)(-20)] = 280$$

$$2[2a - 60] = 280$$

$$2a - 60 = \frac{280}{2}$$

$$2a - 60 = 140$$

$$2a = 140 + 60$$

$$2a = 200$$

$$a = \frac{200}{2} \Rightarrow a = 100$$

7. అంకశ్రేణి $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots -47$ లో ఎన్ని పదాలు ఉన్నాయి?

జ: మొదటి పదం

$$a = 18 = t_1$$

$$t_2 = 15\frac{1}{2} = \frac{31}{2}$$

$$d = t_2 - t_1 \Rightarrow d = \frac{31}{2} - 18$$

$$= \frac{31 - 36}{2} = \frac{-5}{2}$$

$$a_n = -47$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$-47 = 18 + (n-1)\left(\frac{-5}{2}\right)$$

$$-47 - 18 = (n-1)\left(\frac{-5}{2}\right)$$

$$-65 = (n-1)\left(\frac{-5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow n-1 = -65 \times \left(\frac{-2}{5}\right) = 26$$

$$26 = n-1$$

$$n = 26 + 1 = 27$$

8. $\sqrt{3}, 3, 3, 3\sqrt{3}, \dots$ లో ఎన్నో పదం 729 అవుతుంది?

జ: ఇచ్చిన గుణశ్రేణి $\sqrt{3}, 3, 3, 3\sqrt{3}, \dots, 729$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{3} \\ r &= \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \\ a_n &= a.r^{n-1} \\ 729 &= \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^{n-1} \\ 3^6 &= (\sqrt{3})^{1+n-1} \\ 3^6 &= (\sqrt{3})^n \\ 3^6 &= 3^{\frac{n}{2}} (\because \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}) \\ \frac{n}{2} &= 6 \Rightarrow n = 6 \times 2 = 12 \end{aligned}$$

9. $2, 2\sqrt{2}, 4, \dots$ గుణశ్రేణిలో ఎన్నో పదం 128 అవుతుంది?

జ: $a = 2$

$$r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

దత్తాంశం నుంచి ఎన్నో పదం = 128

$$\begin{aligned} a_n &= a.r^{n-1} \\ 128 &= 2(\sqrt{2})^{n-1} \\ \frac{128}{2} &= (\sqrt{2})^{n-1} \\ 2^{n-1/2} &= 2^6 (\because \sqrt{2} = 2^{1/2}) \end{aligned}$$

భూములు సమానం కనుక ఘాతాంకాలు సమానం

$$n - 1 = 6 \times 2$$

$$n - 1 = 12$$

$$n = 12 + 1$$

$$n = 13$$

∴ 13వ పదం 128 అవుతుంది.

10. -1, 3, 7, 11,..... శ్రేణిలో ఎన్నో పదం 95 అవుతుంది?

జ: అంకశ్రేణి: -1, 3, 7, 11,.....

$$a = -1 = t_1 ; t_2 = 3$$

$$d = 3 - (-1)$$

$$d = 3 + 1$$

$$d = 4$$

$$a_n = 95$$

$$a + (n - 1)d = 95$$

$$-1 + (n - 1)(4) = 95$$

$$(n - 1)(4) = 95 + 1$$

$$(n - 1)(4) = 96$$

$$n - 1 = 24$$

$$n = 24 + 1$$

$$n = 25$$

∴ 25వ పదం 95 అవుతుంది.

11. $a_3 = 15, S_{10} = 125$ అయితే 'd', ' a_{10} ' ను కనుక్కోండి.

జ: $a_3 = 15, S_{10} = 125$ అని ఇచ్చారు. కానీ, $a_3 = a + 2d$

$$a + 2d = 15 \text{ — (1)}$$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ లో $n = 10, S_{10} = 125$ ప్రతిక్షేపించగా

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2a + (10-1)d]$$

$$125 = 5(2a + 9d)$$

$$\frac{125}{5} = 2a + 9d$$

$$2a + 9d = 25 \text{(2)}$$

(1) నుంచి $a = 15 - 2d$ అని రాయవచ్చు. ఈ విలువను సమీకరణం (2)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$2(15 - 2d) + 9d = 25$$

$$30 - 4d + 9d = 25$$

$$30 + 5d = 25$$

$$5d = 25 - 30$$

$$5d = -5$$

$$d = -1$$

$d = -1$ విలువను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 2(-1) = 15$$

$$a - 2 = 15$$

$$a = 15 + 2$$

$$a = 17$$

$$\text{పదో పదం } a_{10} = a + 9d$$

$$= 17 + 9(-1)$$

$$= 17 - 9$$

$$= 8$$

12. ఒక అంకశ్రేణిలో $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$ అయితే n , S_n లను కనుక్కోండి.

జ: $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$ అని ఇచ్చారు, కానీ $a_n = a + (n - 1)d$

$$a + (n - 1)d = 50$$

a , d విలువలు ప్రతిక్షేపించగా

$$5 + (n - 1) \times 3 = 50$$

$$5 + 3n - 3 = 50$$

$$3n + 2 = 50$$

$$3n = 50 - 2$$

$$3n = 48$$

$$n = 16$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + a_n] \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}[5 + 50] = 8 \times 55 = 440$$

13. 3, 8, 13, 18,..... అంకశ్రేణిలో ఎన్నో పదం 78 అవుతుంది?

జ: 3, 8, 13, 18,..... అంకశ్రేణిలో

మొదటి పదం $a_1 = 3$

$$d = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = 78$$

$$a + (n - 1)d = 78$$

$$3 + (n - 1)(5) = 78$$

$$(n - 1)(5) = 78 - 3$$

$$(n - 1)(5) = 75$$

$$n - 1 = 75/5 = 15$$

$$n = 15 + 1$$

$$n = 16.$$

∴ ఇచ్చిన శ్రేణిలో 16 వ పదం 78 అవుతుంది.

14. ఒక అంకశ్రేణిలో 11 వ పదం 38, 16 వ పదం 73 అయితే 31 వ పదాన్ని కనుగొనండి?

జ: $a_{11} = a + 10d$ (i)

$$a_{16} = a + 15d = 73$$
(ii)

(i) , (ii) నుంచి $-5d = -35$

$$d = 7$$

d విలువను (1) లో రాస్తే

$$a + 10(7) = 38$$

$$a + 70 = 38$$

$$a = 38 - 70$$

$$a = -32$$

31 వ పదం $a_{31} = a + 30d$

$$= -32 + 30(7)$$

$$= -32 + 210$$

$$= 178$$

$$\therefore 31\text{వ పదం } a_{31} = 178$$

15. ఒక అంకశ్రేణిలో మొదటి, చివరి పదాలు వరుసగా **17, 350** సామాన్య భేదం **9** అయితే శ్రేణిలోని పదాల

సంఖ్యను, పదాల మొత్తాలను కనుక్కోండి?

జ: శ్రేణిలో మొదటి పదం = 17

చివరి పదం (l) $a_n = 350$

సామాన్య భేదం(d) = 9

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$350 = 17 + (n - 1)9$$

$$350 - 17 = (n - 1)9$$

$$333 = (n - 1)9$$

$$n - 1 = \frac{333}{9}$$

$$n - 1 = 37$$

$$n = 37 + 1$$

$$n = 38$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(a + l) \\ &= \frac{38}{2}(17 + 350) = 19 \times 367 = 6973 \end{aligned}$$

∴ శ్రేణిలోని పదాల మొత్తం = 6973.

16.11, 8, 5, 2, అంకశ్రేణిలో '-150' ఒక పదంగా ఉంటుందో లేదో పరిశీలించండి? కనుగొనండి?

జ: మొదటి పదం $a = 11$

సామాన్య భేదం $d = 8 - 11 = -3$

$$a_n = -150$$

$$a + (n - 1)d = -150$$

$$11 + (n - 1)(-3) = -150$$

$$(n - 1)(-3) = -150 - 11$$

$$(n - 1)(-3) = -161$$

$$n - 1 = \frac{-161}{-3} = \frac{161}{3}$$

$$n - 1 = 53\frac{2}{3} \Rightarrow n = 53\frac{2}{3} + 1 = 54\frac{2}{3}$$

$n = 54\frac{2}{3}$ వ పదం ఉండదు

∴ -150 ఒక పదంగా ఉండదు.

4. మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ఒక అంకశ్రేణిలో 3వ, 9వ పదాలు వరుసగా 4, - 8 అయితే ఎన్నో పదం '0' (సున్నా) అవుతుంది.

జ: అంకశ్రేణిలో దత్తాంశం నుంచి

$$3\text{వ పదం } (a_3) = 4$$

$$a + (3 - 1)d = 4$$

$$a + 2d = 4 \text{ ----- (1)}$$

$$9\text{ వ పదం } a_9 = -8$$

$$a + (9 - 1)d = -8$$

$$a + 8d = -8 \text{ ----- (2)}$$

$$(1), (2) \text{ నుంచి } -6d = 12$$

$$d = -2$$

దీనిని (1)లో ప్రతిక్షేపించిన

$$a + 2(-2) = 4$$

$$a - 4 = 4$$

$$a = 4 + 4$$

$$a = 8$$

దత్తాంశం నుంచి (తెలియని పదం) '0' వచ్చే పదాన్ని a_n అనుకొనండి.

$$\therefore a_n = 0$$

$$a + (n - 1)d = 0$$

$$8 + (n - 1) (-2) = 0$$

$$(n - 1)(-2) = -8$$

$$n - 1 = 4$$

$$n = 4 + 1 = 5$$

∴ అంకశ్రేణిలో 5వ పదం '0' అవుతుంది.

2. 3, 8, 13,253 అంకశ్రేణిలో చివరి నుంచి 20 వ పదం కనుగొనండి.

జ: దత్తశ్రేణి: 3, 8, 13,253

ఇది అంకశ్రేణి

$$\therefore a = 3$$

$$d = a_2 - a_1 = 8 - 3 = 5$$

చివరి పదం $a_n = 253$

$$a + (n - 1) d = 253$$

$$3 + (n - 1) 5 = 253$$

$$(n - 1) 5 = 253 - 3$$

$$(n - 1) 5 = 250$$

$$n - 1 = \frac{250}{5} = 50$$

$$n = 50 + 1$$

$$\therefore n = 51$$

చివరి నుంచి 20వ పదం $(51 - 20) + 1$

32 వ పదం = $a + (32 - 1) d$ [చివరి నుంచి 'r' వ పదం = మొదటి నుంచి $n - r + 1$ వ పదం]

$$= 3 + (31)(5)$$

$$= 3 + 155$$

$$= 158.$$

3. ఒక అంకశ్రేణిలో 4వ, 8వ పదాల మొత్తం 24, 6వ, 10వ పదాల మొత్తం 44 అయితే మొదటి మూడు పదాలను కనుక్కోండి.

జ: AP లో 4 వ పదం = $a + 3d$

$$8 వ పదం = $a + 7d$$$

లెక్క ప్రకారం 4వ, 8వ పదాల మొత్తం = 24

$$(a + 3d) + (a + 7d) = 24$$

$$2a + 10d = 24$$

$$2(a + 5d) = 24$$

$$a + 5d = \frac{24}{2}$$

$$a + 5d = 12 \text{ ----- (1)}$$

$$6వ పదం = $a + 5d$$$

$$10 వ పదం = $a + 9d$$$

6వ, 10వ పదాల మొత్తం = 44

$$(a + 5d) + (a + 9d) = 44$$

$$2a + 14d = 44$$

$$2(a + 7d) = 44$$

$$a + 7d = 22 \text{ ----- (2)}$$

(1), (2) నుంచి....

$$a + 5d = 12 \text{ -----(1)}$$

$$a + 7d = 22 \text{ -----(2)}$$

$$-2d = -10$$

$$d = 5$$

d విలువను (1) లో రాస్తే

$$a + 5(5) = 12$$

$$a + 25 = 12$$

$$a + 12 - 25$$

$$a = -13$$

∴ కావలసిన అంకశ్రేణిలోని మొదటి మూడు పదాలు

$$\text{మొదటి పదం } a_1 = -13$$

$$\text{మూడో పదం } a_3 = a + 2d$$

$$= -13 + 2(5)$$

$$= -13 + 10$$

$$= -3.$$

4. ప్రతి గంటకు 3 రెట్లు అయ్యే ఒక బ్యాక్టీరియా కల్చర్‌లో మొదటి గంటలో 50 బ్యాక్టీరియాలు ఉన్న, 3వ గంటలో ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ఎంత? 5వ గంటలో ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ఎంత? 10వ గంటలో ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ఎంత?

జ: బ్యాక్టీరియా ప్రతి గంటకు 3 రెట్లు అవుతుంది.

$$\text{మొత్తం వున్న బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 50$$

$$\text{ఒక గంట తర్వాత ఏర్పడు బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 50 \times 3 = 150$$

$$\text{రెండో గంట తర్వాత ఏర్పడు బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 150 \times 3 = 450$$

$$\text{మూడో గంట తర్వాత ఏర్పడు బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 450 \times 3 = 1350$$

ఏర్పడిన గుణశ్రేణి 150, 450, 1350

$$a = 150$$

$$r = \frac{450}{150} = 3$$

$$a_5 = ar^4 = 150 \cdot (3)^4 = 150 \times 81 = 12,150$$

5 గంటల తర్వాత ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య 12, 150

$$a_{10} = ar^9 = 150 \times 3^9$$

$$10 \text{ గంటల తర్వాత ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 150 \times 3^9$$

$$11 \text{ గంటల తర్వాత ఉండే బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య} = 150 \times 3^{10}$$

5. ఒక అంకశ్రేణిలో 2వ, 3వ పదాలు వరుసగా 14, 18 అయితే 51 పదాల మొత్తాలను కనుగొనండి.

జ: 2వ పదం

$$a + d = 14 \text{ ----- (1)}$$

3వ పదం

$$a + 2d = 18 \text{ ----- (2)}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow$$

$$-d = -4$$

$$d = 4$$

d విలువ (1) లో రాస్తే

$$a + 4 = 14$$

$$a = 14 - 4$$

$$a = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{51} = \frac{51}{2}[2(10) + (51-1)(4)]$$

$$= \frac{51}{2}[20 + (50)(4)]$$

$$= \frac{51}{2}[20 + 200] = \frac{51}{2} \times 220 = 51 \times 110$$

$$= 5610$$

$$\therefore 51 \text{ పదాల మొత్తం } S_{51} = 5610$$

6. అంకశ్రేణిలో 7వ పదానికి ఏడు రెట్లు, 11 వ పదానికి పదకొండు రెట్లు సమానమైతే 18 వ పదం సున్నా అని చూపండి.

$$\text{జ: } a_7 = a + 6d$$

$$a_{11} = a + 10d$$

$$\text{దత్తాంశం ప్రకారం } 7 \times a_7 = 11 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow 7(a + 6d) = 11(a + 10d)$$

$$\Rightarrow 7a + 42d = 11a + 110d$$

$$\Rightarrow 42d - 110d = 11a - 7a$$

$$\Rightarrow -68d = 4a$$

$$\Rightarrow 0 = 4a + 68d \Rightarrow 4(a + 17d) = 0$$

$$\Rightarrow a + 17d = 0$$

$$\Rightarrow a_{18} = 0$$

$$\therefore 18\text{వ పదం} = 0$$

7. 162, 54, 18, గుణశ్రేణి, $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}, \dots$ గుణశ్రేణుల nవ పదాలు సమానం అయితే n విలువను

కనుక్కోండి?

జ: ఇచ్చిన గుణశ్రేణి 162, 54, 18,

$$a = 162$$

$$r = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$$

$$n \text{ వ పదం} = ar^{n-1}$$

$$= 162 \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} = \frac{162}{3^{n-1}} \dots (1)$$

రెండో గుణశ్రేణి $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}, \dots$

$$a = \frac{2}{81}$$

$$r = \frac{\frac{2}{27}}{\frac{2}{81}} = \frac{2}{27} \times \frac{81}{2} = 3$$

$$n \text{ వ పదం} = ar^{n-1}$$

$$= \left(\frac{2}{81} \right) (3)^{n-1} \dots (2)$$

n వ పదాలు సమానం అయితే (1), (2) ల నుంచి...

$$\frac{162}{3^{n-1}} = \frac{2 \times 3^{n-1}}{81}$$

$$2 \times 3^{n-1} \cdot 3^{n-1} = 162 \times 81$$

$$3^{n-1+n-1} = \frac{162 \times 81}{2}$$

$$3^{2n-2} = 81 \times 81 = 3^4 \cdot 3^4 = 3^8$$

$$2n - 2 = 8 \Rightarrow 2n = 8 + 2 = 10$$

$$n = \frac{10}{2} = 5$$

ఇచ్చిన రెండు గుణశ్రేణుల్లో 5వ పదం సమానం

8. అంకశ్రేణిలో m, n పదాల మొత్తాల నిష్పత్తి $m^2 : n^2$ అయితే n వ పదాల నిష్పత్తి $(2m - 1) :$

$(2n - 1)$ అని చూపండి.

జ: APలో మొదటి పదం = a

సామాన్య భేదం = d

$$S_m = \frac{m}{2}[2a + (m-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

ఇచ్చిన

$$\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$$

$$\frac{\frac{m}{2}[2a + (m-1)d]}{\frac{n}{2}[2a + (n-1)d]} = \frac{m^2}{n^2}$$

$$\frac{2a + (m-1)d}{2a + (n-1)d} = \frac{m}{n}$$

$$[2a + (m-1)d]n = [2a + (n-1)d]m$$

$$2a(n-m) = d[(n-1)m - (m-1)n]$$

$$2a(n-m) = d(n-m)$$

$$d = 2a$$

$$\frac{T_m}{T_n} = \frac{a + (m-1)2a}{a + (n-1)2a} = \frac{a + 2am - 2a}{a + 2an - 2a}$$

$$= \frac{2am - a}{2an - a} = \frac{a(2m-1)}{a(2n-1)}$$

$$\frac{T_m}{T_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$$

9. ఒక గుణశ్రేణిలో నాలుగో పదం $\frac{2}{3}$, 7వ పదం $\frac{16}{31}$ అయితే ఆ శ్రేణిని కనుగొనండి.

జ: నాలుగో పదం $a_4 = ar^3 = \frac{2}{3} \dots(1)$

7 వ పదం $a_7 = ar^6 = \frac{16}{31} \dots(2)$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16/31}{2/3} = \frac{16}{31} \times \frac{3}{2} = \frac{8}{27}$$

$$r^{6-3} = \frac{2^3}{3^3} \Rightarrow r^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$(1) \Rightarrow a \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}$$

$$a = \frac{2}{3} \times \frac{3^3}{2^3} = \frac{9}{4}$$

∴ కనుక్కోవాల్సిన గుణశ్రేణి a, ar, ar^2, \dots

$$\Rightarrow \frac{9}{4}, \frac{9}{4} \times \frac{2}{3}, \frac{9}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}, \frac{3}{2}, 1, \dots$$

10. అంకశ్రేణిలో $n, 2n, 3n, \dots$ వ పదాల మొత్తాలు వరుసగా S_1, S_2, S_3 అయితే $S_3 = 3(S_2 - S_1)$

అని చూపండి?

జ: అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం a , పదాంతరం d అవుతుంది.

$$S_1 = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \dots\dots(1)$$

$$S_2 = \frac{2n}{2}[2a + (2n-1)d] \dots\dots(2)$$

$$S_3 = \frac{3n}{2}[2a + (3n-1)d] \dots\dots(3)$$

$$S_2 - S_1 = \frac{2n}{2}[2a + (2n-1)d] - \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_2 - S_1 = \frac{n}{2}[2\{2a + (2n-1)d\} - \{2a + (n-1)d\}]$$

$$= \frac{n}{2}[2a + (3n-1)d]$$

$$3(S_2 - S_1) = \frac{3n}{2}\{2a + (3n-1)d\} = S_3$$

$$S_3 = 3(S_2 - S_1)$$

11. ఒక పాఠశాలలో విద్యావిషయక సంబంధిత విషయాలలో అత్యున్నత ప్రతిభ కనబరిచిన వారికి మొత్తం 700

రూపాయలకు 7 బహుమతులను ఇవ్వాలని భావించారు. ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందున్న దానికి 20

రూపాయలు తక్కువ అయితే, ప్రతి బహుమతి విలువను కనుగొనండి.

జ: మొదటి బహుమతి = రూపాయలు a అనుకొనండి

ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందున్న దానికి 20 రూపాయలు తక్కువ అయితే, మిగిలిన బహుమతుల

విలువ (a - 20), (a - 40), (a - 120) అవుతుంది.

అప్పుడు ఆ జాబితాలోని a, (a - 20), (a - 40), (a - 120) లు అంకశ్రేణిలో కలవు.

$$\text{ఇచ్చట } a_1 = a, d = a_2 - a_1 = a - 20 - a = -20$$

బహుమతుల మొత్తం = 700 అని ఇచ్చారు.

కాబట్టి, $S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$ లో $S_n = 700, n = 7, a = a, a_n = a - 120$ లను ప్రతిక్షేపించగా,

$$700 = \frac{7}{2}(a + a - 120)$$

$$700 \times \frac{2}{7} = 2a - 120$$

$$200 = 2a - 120$$

$$2a = 200 + 120 = 320$$

$$a = \frac{320}{2} = 160$$

12. ఒక అంకశ్రేణిలో మొదటి 7 పదాల మొత్తం 49, 17 పదాల మొత్తం 289 అయితే మొదటి n పదాల మొత్తాలను కనుగొనండి.

జ: అంకశ్రేణిలో 7 పదాల మొత్తం = 49

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ లో } S_7 = 49$$

n = 7 విలువను ప్రతిక్షేపించగా

$$\Rightarrow 49 = \frac{7}{2}[2a + (7-1)d]$$

$$\Rightarrow 49 \times \frac{2}{7} = [2a + (6)d]$$

$$\Rightarrow 14 = 2a + 6d$$

$$\Rightarrow 14 = 2(a + 3d)$$

$$\Rightarrow a + 3d = \frac{14}{2} = 7$$

$$a + 3d = 7 \dots (1)$$

అలాగే 17 పదాల మొత్తం = 289 అని ఇచ్చారు.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ లో } S_{17} = 289$$

n = 17 విలువలను ప్రతిక్షేపించాలి

$$\Rightarrow 289 = \frac{17}{2}[2a + (17-1)d]$$

$$\Rightarrow 289 = \frac{17}{2}[2a + 16d]$$

$$\Rightarrow 289 \times \frac{2}{17} = 2a + 16d$$

$$\Rightarrow 34 = 2a + 16d$$

$$\Rightarrow a + 8d = \frac{34}{2}$$

$$\Rightarrow a + 8d = 17$$

(1), (2) సాధించగా

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$d = 2$ ను సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 8(2) = 17$$

$$a + 16 = 17$$

$$a = 17 - 16$$

$$a = 1$$

మొదటి పదాల మొత్తం

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}[2(1) + (n-1)2]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2 + 2n - 2)$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

$$\Rightarrow S_n = n^2$$

$\therefore n$ వ పదాల మొత్తం $(S_n) = n^2$

13. $a = 2, d = 8, S_n = 90$ అయితే n, a_n ను కనుగొనండి.

జ:

$$90 = \frac{n}{2}[(2 \times 2) + (n-1)8] \left(\because S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \right)$$

$$90 \times 2 = n(4 + 8n - 8)$$

$$180 = n(-4 + 8n)$$

$$180 = n(8n - 4)$$

$$180 = 8n^2 - 4n$$

$$8n^2 - 4n - 180 = 0$$

$$4(2n^2 - n - 45) = 0$$

$$2n^2 - n - 45 = 0$$

$$2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$2n(n-5) + 9(n-5) = 0 \Rightarrow (n-5)(2n+9) = 0$$

$$n-5 = 0 \Rightarrow n = 5$$

$$2n+9 = 0 \Rightarrow 2n = -9 \Rightarrow n = \frac{-9}{2}$$

n విలువ ధనాత్మకం కాబట్టి $n = 5$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_5 = 2 + (5-1)8 \Rightarrow 2 + (4)(8) \Rightarrow 2 + 32 \Rightarrow 34$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 2 + (n-1)8 \Rightarrow 2 + 8n - 8 \Rightarrow 8n - 6$$

$$\therefore n = 5, a_n = 8n - 6$$

14. సుబ్బారావు 1995 వ సంవత్సరంలో నెలకు రూ.5000 జీతంతో ఉద్యోగంలో చేరాడు. అతని జీతం

సంవత్సరానికి రూ.200 పెరిగిన అతని జీతం ఏ సంవత్సరంలో రూ.7000 అవుతుంది.

జ: 1995వ సంవత్సరంలో జీతం = రూ.5000

అతని జీతం సంవత్సరానికి రూ.200 చొప్పున పెరిగిన తర్వాత సంవత్సరాల్లో అతని జీతం 5200, 5400,

అవుతుంది. ఈ జాబితా 5000, 5200, 5400,..... 7000 గా రాసిన, ఈ పదాలు A.P.లో ఉన్నాయి.

$$\text{కానీ, } a + (n - 1)d = /$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 7000$$

$$5000 + (n - 1)200 = 7000$$

$$200(n - 1) = 7000 - 5000 = 2000$$

$$n - 1 = \frac{2000}{200} = 10$$

$$n = 10 + 1$$

$$n = 11$$

అంటే 1995 నుంచి 11వ సంవత్సరం అంటే 2005వ సంవత్సరంలో అతని జీతం రూ.7000 అవుతుంది.

15. ఒక అంకశ్రేణిలో మొదటి n పదాల మొత్తం $4n - n^2$ అయితే మొదటి పదం ఎంత? (S_1 విలువే

మొదటి పదం అవుతుందని గుర్తు తెచ్చుకోండి). మొదటి రెండు పదాల మొత్తం ఎంత? రెండో పదం

ఎంత? అదే విధంగా 9వ, 10వ, n వ పదాలన్ని కనుగొనండి?

జ: ' n ' పదాల మొత్తం $S_n = 4n - n^2$ అని ఇచ్చారు.

$$\text{మొదటి పదం } a = S_1 = (4 \times 1) - (1)^2 = 4 - 1 = 3$$

$$\text{మొదటి 2 పదాల మొత్తం } = S_2 = (4 \times 2) - (2)^2 = 8 - 4 = 4$$

రెండో పదం కావలంటే $a_n = S_n - S_{n-1}$ నుంచి $n = 2$ గా రాస్తే

$$a_2 = S_2 - S_{2-1} = S_2 - S_1 = 4 - 3 = 1$$

$$S_3 = (4 \times 3) - (3)^2 = 12 - 9 = 3$$

$$\therefore \text{మూడో పదం } (a_3) = S_3 - S_2 = 3 - 4 = -1$$

$$S_{10} = (4 \times 10) - (10)^2 = 40 - 100 = -60$$

$$S_9 = (4 \times 9) - (9)^2 = 36 - 81 = -45$$

$$10\text{వ పదం } (a_{10}) = S_{10} - S_9 = -60 - (-45) = -60 + 45 = -15$$

$$S_n = 4n - n^2$$

$$S_{n-1} = 4(n-1) - (n-1)^2$$

$$= 4n - 4 - (n^2 - 2n + 1)$$

$$= 4n - 4 - n^2 + 2n - 1$$

$$= -n^2 + 6n - 5$$

$$n\text{వ పదం} = a_n = S_n - S_{n-1} \text{ నుంచి}$$

$$a_n = 4n - n^2 - (-n^2 + 6n - 5)$$

$$= 4n - n^2 + n^2 - 6n + 5$$

$$= 5 - 2n.$$

$$\therefore S_1 = 3, S_2 = 4, a_2 = 1, a_3 = -1, a_{10} = -15, a_n = 5 - 2n.$$

బహుశైచ్చిక ప్రశ్నలు

1. ఒక గుణశ్రేణి n వ పదం $a_n = ar^{n-1}$ అయితే 'r' ని సూచించేది. []

- A) మొదటి పదం B) సామాన్య భేదం C) సామాన్య నిష్పత్తి D) వ్యాసార్థం

2. గుణశ్రేణిలో n వ పదం = $2(0.5)^{n-1}$ అయితే $r = \dots\dots$ []

- A) 5 B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 0.5

3. 10, 7, 4 -62 అంకశ్రేణిలో చివరి నుంచి 11వ పదం []

- A) -40 B) -23 C) -32 D) 10

4. $x, x + 2, x + 6$ లు గుణశ్రేణిలో ఉంటే, $x = \dots\dots$ []

- A) 2 B) -4 C) 3 D) 7

5. G.P $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\dots$ లో ఎన్నో పదం $\frac{1}{2187}$ అవుతుంది []

- A) 12 B) 8 C) 7 D) ఏదీకాదు

6. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \dots\dots$ []

- A) $\frac{n-3}{4}$ B) $\frac{n^2+1}{2}$ C) $\frac{n-1}{2}$ D) $\frac{n(n+1)}{2}$

7. $n - 1, n - 2, n - 3, \dots\dots$ శ్రేణిలో $a_n = \dots\dots$ []

- A) n B) 0 C) -1 D) n^2

8. A.P లో $a = -7, d = 5$ అయితే $a_{18} = \dots\dots$ []

- A) 71 B) 78 C) 87 D) 12

9. $2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \dots\dots$ []

- A) 5050 B) 5049 C) 5115 D) 1155

10. $-1, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \dots$ శ్రేణిలో, $S_{81} =$ _____ []

- A) 3418 B) 8912 C) 3963 D) 3969

11. G.P లో $a_p + q = m$, $a_p - q = n$ అయితే $a_p =$ _____ []

- A) m^2n B) $\frac{m}{n}$ C) \sqrt{mn} D) $m\sqrt{n}$

12. 5, 1 -3, -7, అంకశ్రేణిలో 10 వ పదం []

- A) -31 B) 31 C) 4 D) 5

13. 10, 250 ల మధ్య గల 4 గుణిజాల సంఖ్య []

- A) 40 B) 60 C) 45 D) 65

14. ఒక పూల పాదులో మొదటి వరుసలో 29 గులాబీ చెట్లు రెండో వరుసలో 21, మూడో వరుసలో 19

ఉన్నాయి. చివరి వరుసలో 7 చెట్లు ఉన్న ఎన్ని వరుసల్లో గులాబీ చెట్లు ఉంటాయి? []

- A) 10 B) 9 C) 11 D) 7

15. ఒక అంకశ్రేణిలో 17 వ పదం 10వ పదం కంటే 7 ఎక్కువ. అయితే సామాన్య భేదం []

- A) 1 B) 7 C) 5 D) 2

16. ఒక టాక్సికి మొదటి గంట ప్రయాణానికి రూ. 20 చొప్పున తర్వాత ప్రతి గంటకు రూ. 8 చొప్పున

చెల్లించాల్సి ఉన్న ప్రతి కి.మీ.కు చెల్లించాల్సిన సొమ్మును శ్రేణి రూపంలో చూపండి. []

- A) 20, 28, 38, B) 8, 16, 32,
C) 20, 28, 48, 56, D) 20, 28, 36, 44,

17. ఒక రెండంకెల సంఖ్య, దానిలోని స్థానాలను తారుమారు చేస్తే వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తం 66. ఆ సంఖ్యలోని

రెండు అంకెల భేదం 2 అయితే ఆ సంఖ్య []

- A) 13 B) 42 C) 54 D) 33

18. $a_{12} = 37; d = 3$ అయితే S_{12} విలువ []

- A) 264 B) 246 C) 4 D) 260

19. $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$ శ్రేణిలో n వ పదం []

- A) $3 \cdot 2^{n-1}$ B) $-3 \cdot 2^{n-1}$ C) 2^{n+1} D) $2 \cdot 3^{n-1}$

20. ఒక టాక్సికి మొదటి గంట ప్రయాణానికి రూ.30 చొప్పున తర్వాత ప్రతి గంటకు రూ.10 చొప్పున చెలించాల్సిన మొత్తం ఏ శ్రేణిని పాలి ఉంటుంది. []

- A) గుణశ్రేణి B) హారాత్మక శ్రేణి C) వరుసశ్రేణి D) అంకశ్రేణి

21. ఒక గుణశ్రేణి n వ పదం $a_n = a \cdot r^{n-1}$ అయితే 'a' సూచించేది. []

- A) మొదటి పదం B) సామాన్య భేదం C) సామాన్య నిష్పత్తి D) వ్యాసార్థం

22. 7 చే నిశ్చేషంగా భాగించే రెండంకెల సంఖ్య []

- A) 97 B) 91 C) 45 D) 54

23. ఒక అంకశ్రేణిలో మొదటి పదం 10, మొదటి 14 పదాల మొత్తం 1050 అయితే సామాన్య భేదం []

- A) 14 B) 200 C) 10 D) 15

జవాబులు

- 1) C 2) D 3) C 4) A 5) C 6) D 7) B
8) B 9) B 10) D 11) C 12) A 13) B 14) B
15) A 16) D 17) B 18) B 19) A 20) D 21) A
22) B 23) C

Bit Bank

1. $-3, \frac{-1}{2}, 2, \dots$ అంకశ్రేణిలో n వ పదం _____
2. మొదటి 'n' ధనపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం _____
3. $a_3 = 5, a_7 = 9$ ఉండే అంకశ్రేణి _____
4. గుణశ్రేణి n వ పదం $2(0.5)^{n-1}$ అయితే సామాన్య నిష్పత్తి _____
5. $4, -8, 16, -32$ శ్రేణి సామాన్య నిష్పత్తి _____
6. n వ పదం $t_n = \frac{n}{n+1}$ అయితే $t_4 =$ _____
7. ఒక పూలపాదులో మొదటి వరుసలో 32 గులాబీ చెట్లు, రెండో వరుసలో 29, మూడో వరుసలో 26 ఉన్నాయి. అయితే 6వ వరుసలో గులాబీ చెట్లు _____
8. $-5, -1, 3, 7, \dots$ శ్రేణిలో 6 వ పదం _____
9. ఒక అంకశ్రేణిలో $l = 28, S_n = 144$, పదాల సంఖ్య 9 అయితే మొదటి పదం _____
10. ఒక అంకశ్రేణిలో మొదటి n పదాల మొత్తం $4n - n^2$ అయితే మొదటి పదం _____
11. గుణశ్రేణిలోని $a_1 = 9$, సామాన్య నిష్పత్తి $r = \frac{1}{3}$ అయితే $a_7 =$ _____
12. 1 నుంచి 100 వరకు గల అన్ని సంఖ్యల మొత్తం _____
13. ఒక అంకశ్రేణిలో 11వ పదం 38, 16 వ పదం 73 అయితే సామాన్య భేదం _____
14. '3' చే నిశ్చేషంగా భాగించే రెండంకెల సంఖ్యలు _____
15. మొదటి 20 బేసిసంఖ్యల మొత్తం _____
16. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 =$ _____
17. $10, 7, 4, \dots$ శ్రేణిలో $a_{30} =$ _____
18. శ్రేణి $3, 6, 9, 12, \dots$ 111లో _____ పదాలు ఉంటాయి.

19. $25, -5, 1, \frac{-1}{5}, \dots$ లో $r =$ _____
20. గుణశ్రేణిలో పదాలు వ్యత్రమములు _____ శ్రేణిలో ఉంటాయి.
21. $\frac{-2}{7}, x, \frac{-7}{2}$ లు G.P లో ఉంటే $x =$ _____
22. $1 + 2 + 3 + \dots + 10 =$ _____
23. a, b, c లు G.P. లో ఉన్నచో $\frac{b}{a} =$ _____
24. $x, \frac{4x}{3}, \frac{5x}{3}, \dots, a_6 =$ _____
25. గుణశ్రేణిలో $a_4 =$ _____
26. $\frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, \dots$ లు _____ లో ఉంటాయి
27. A.P. $4, 9, 14, \dots, 254$ లో చివరి నుంచి 10 వ పదం _____
28. G.P లో $a_{n-1} =$ _____
29. A.P లో $S_n - S_{n-1} =$ _____
30. ఒక శ్రేణిలో $a_n = \frac{n(n+3)}{n+2}, a_{17} =$ _____

జవాబులు

- | | | | | | |
|-------------------------|-----------------------------|--------------|-----------------|---------------------|----------------------|
| 1) $\frac{1}{2}(5n-11)$ | 2) $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ | 3) 3,4,5,6,7 | 4) 0.5 | 5) -2 | 6) $\frac{4}{5}$ |
| 7) 17 | 8) 15 | 9) 4 | 10) 3 | 11) $\frac{1}{3^4}$ | 12) 5050 |
| 13) 7 | 14) 30 | 15) 400 | 16) 5050 | 17) -77 | 18) 37 |
| 19) $\frac{-1}{5}$ | 20) గుణ | 21) ± 1 | 22) 55 | 23) $\frac{c}{b}$ | 24) $\frac{8x}{3}$ |
| 25) ar^3 | 26) గుణశ్రేణి | 27) 209 | 28) $a.r^{n-2}$ | 29) a_n | 30) $\frac{340}{19}$ |