అధ్యాయం – 5

వర్గ సమీకరణాలు (Quadratic Equations)

వర్గ సమీకరణం:

- a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలై $a \neq 0$ అయితే $ax^2 + bx + c = 0$ ను 'x' లో వర్గ సమీకరణం అంటారు.
- ఇక్కడ 'a' ను x^2 గుణకం అని, 'b' ను x గుణకం అని 'c' ని స్థిరపదం అని అంటారు.
- ఇంకో రకంగా $p(x)$ ఒక ద్విపరిమాణ బహుపది (వర్గ బహుపది) అవుతూ $p(x) = 0$ రూపంలో ఉన్న వాటి నన్నింటిని వర్గసమీకరణాలు అంటాం. అయితే $p(x)$ లోని పదాలను రాసి పరిమాణాల ఆధారంగా అవరోహణ క్రమంలో రాస్తే దానిని వర్గసమీకరణ ప్రామాణిక రూపం అంటాం.

అంటే $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ ను వర్గ సమీకరణ ప్రామాణిక రూపం అంటారు.

$y = ax^2 + bx + c$ ను వర్గ ప్రమేయం అంటారు.

ఉదా: $x^2 - 6x + 8 = 0$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

వర్గసమీకరణాల / ప్రమేయాల ఉపయోగాలు:

1. ప్రయోగించిన రాకెట్ మార్గం, ఎత్తులు వర్గసమీకరణాల/ ప్రమేయంచే నిర్వచిస్తారు.
2. ఉపగ్రహాల నుంచి సిగ్నల్స్‌ను స్వీకరించే డిష్ గొడుగుల ఆకారాలు, టెలిస్కోప్‌లలో వాడే పరావర్తన అద్దాల ఆకారాలు, కళ్లజోడులో కటకాల ఆకారాలు, ఖగోళ వస్తువుల కక్ష్యా మార్గాలు వర్గ సమీకరణాల్ని ఉపయోగించి నిర్వచిస్తారు.
3. ఒక ప్రక్షేప మార్గం ఒక వర్గ సమీకరణాన్ని సూచిస్తుంది.
4. ఒక వాహనానికి బ్రేకులు వేసినప్పుడు అది ఆగే దూరాన్ని గుణించడంలో వర్గసమీకరణం ఉపయోగపడుతుంది.

వర్గ సమీకరణం సాధన (లేదా) మూలాలు:

- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ వర్గసమీకరణంకు $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$ అయితే α ను వర్గసమీకరణ మూలం లేదా సాధన అంటారు. లేదా 'α' వర్గ సమీకరణంను తృప్తి పరుస్తుంది అంటాం.

ఉదా: $x^2 - 5x + 6 = 0$ వర్గ సమీకరణాలను $x = 2; x = 3$ విలువలు తృప్తి పరుస్తాయి. కాబట్టి వర్గసమీకరణానికి 2, 3 మూలాలు లేదా సాధనలు.

- $ax^2 + bx + c$ వర్గ బహుపది శూన్య విలువలు, $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గసమీకరణ మూలాలు ఒక్కటే.
- వర్గ బహుపది $ax^2 + bx + c$ కు గరిష్టంగా రెండు శూన్యాలు ఏ విధంగా ఉంటాయో, వర్గ సమీకరణాలకు

  కూడా గరిష్టంగా రెండు మూలాలు ఉంటాయి.

కారణాంక పద్ధతిలో మూలాలు కనుక్కోవడం:

- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ వర్గ సమీకరణాన్ని $(px + q)(rx + 5) = 0$ $p \neq 0, q \neq 0$ రూపంలో రాయగలిగితే; $px + q = 0, rx + 5 = 0$ ల నుంచి $x = \frac{-q}{p}, x = \frac{-s}{r}$ లు వర్గ సమీకరణ మూలాలు అవుతాయి. ఈ విధంగా వర్గ సమీకరణంలోని వర్గ బహుపదిని కారణాంకాలుగా విడగొట్టడం ద్వారా వర్గసమీకరణ మూలాలు కనుగొనవచ్చు.
- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ వర్గ సమీరణంలో $b = p + q, p \times q = a \times c$ అయ్యే విధంగా p,q అనే రెండు సంఖ్యలు కనుగొనాలి.

ఉదా: $2x^2 - 5x + 3 = 0$ వర్గ సమీకరణ మూలాలు కారణాంక పద్ధతిలో కనుకోవాలి:

$2x^2 - 5x + 3 = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోలిస్తే

$a = 2, b = -5, c = 3$

$b = p + q, p \times q = a \times c$ అయ్యే విధంగా p, q లను కనుగొనాలి.

$b = -5 = -2 - 3; (-2) \times (-3) = (2 \times 3)$ కాబట్టి $p = -2, q = -3$

ఇక్కడ $-5x$ ను $-2x - 3x$ గా రాయాలి.

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$

$2x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$

$(x - 1)(2x - 3) = 0$

$x - 1 = 0, 2x - 3 = 0$

$x = 1,\ x = \frac{3}{2}$

$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$ మూలాలు లేదా సాధనలు $x = 1$ లేదా $x = \frac{3}{2}$

వర్గాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా వర్గ సమీకరణం సాధించడం:

వర్గసమీకరణాన్ని కారణాంక పద్ధతిలో సాధించడానికి వీలు కానప్పుడు, వర్గాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా వర్గసమీకరణం సాధిస్తాం.

ఈ పద్ధతిలో సోపానాలు:

సోపానం 1: వర్గసమీకరణం $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

వర్గసమీకరణాన్ని ఇరువైపులా 'a' తో భాగిస్తే $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

సోపానం 2: స్థిర పదం $\frac{c}{a}$ ను కుడివైపుకు తీసుకెళ్తే: $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

సోపానం 3: ఎడమ భాగం ఒక సంపూర్ణ వర్గం అవడం వల్ల సమీకరణానికి ఇరువైపులా $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2$

కలిపితే

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2 = -\frac{c}{a} + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)\right]^2$$

$$x^2 + 2.x.\frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

సోపానం 4:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2} (\because a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2)$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$b^2 - 4ac \geq 0$ అయితే

www.sakshieducation.com

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$\therefore$ $b^2-4ac\geq 0$ అయితే వర్గసమీకరణం మూలాలు

$$x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

ఈ సూత్రం ద్వారా వర్గసమీకరణం మూలాలు కనుక్కోవచ్చు.

$b^2-4ac<0$ అయితే వర్గసమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు.

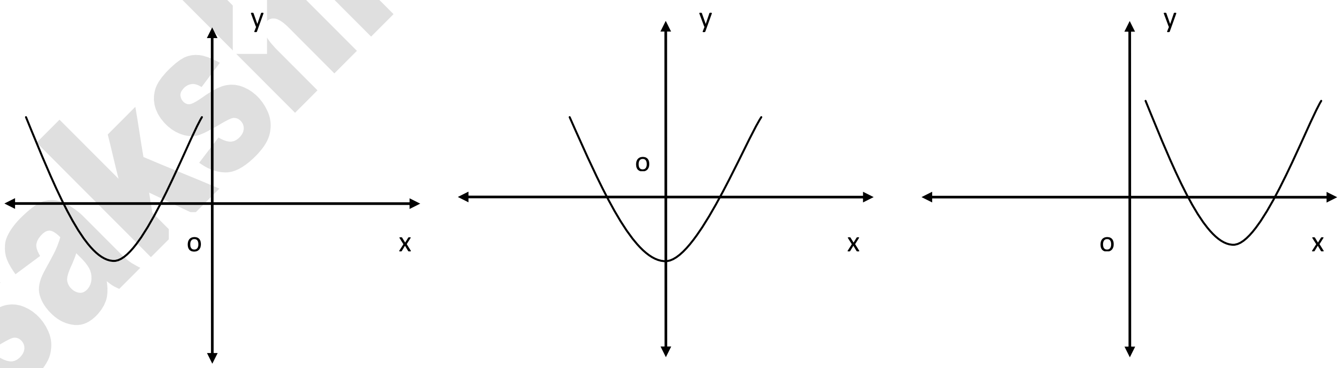
వర్గసమీకరణ మూలాల స్వభావం:

$ax^2+bx+c=0$ మూలాలు $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. b^2-4ac ని $ax^2+bx+c=0$ వర్గసమీకరణం 'విచక్షణి' అంటారు. దీనిని 'Δ' తో సూచిస్తారు. వర్గసమీకరణం మూలాల స్వభావాన్ని తెలుసుకోవడానికి 'విచక్షణి' తోడ్పడుతుంది.

(i) $b^2-4ac>0$ అయితే వర్గసమీకరణానికి రెండు విభిన్న వాస్తవ మూలాలు ఉంటాయి.

అవి $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$b^2-4ac>0$ అయితే, ఇచ్చిన వర్గసమీకరణానికి గ్రాఫ్ గీస్తే కింది పటాలకు పొందగలం.

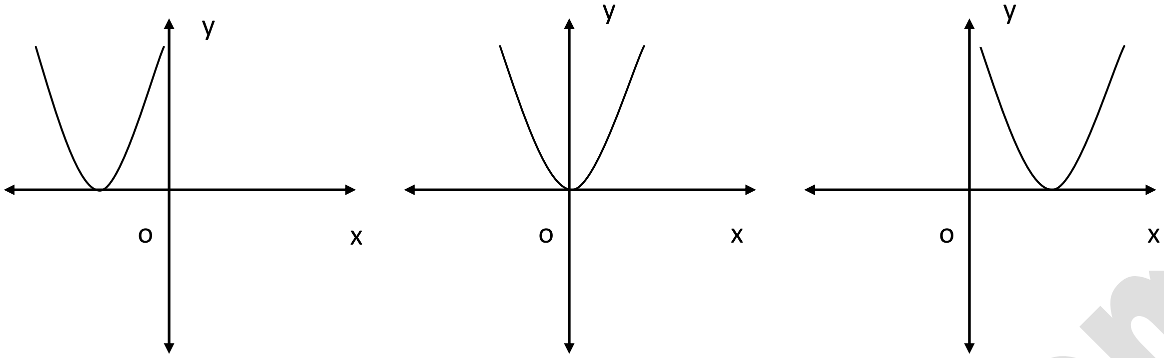


(ii) $b^2-4ac=0$ అయితే వర్గసమీకరణానికి రెండు వాస్తవ మూలాలు సమానమై ఒకే ఒక వాస్తవ మూలం కలిగి ఉంటుంది. ఆ మూలం $x=\frac{-b}{2a}$

$b^2-4ac=0$ అయితే, ఇచ్చిన వర్గసమీకరణానికి గ్రాఫ్ గీస్తే కింది విధంగా ఉంటుంది.

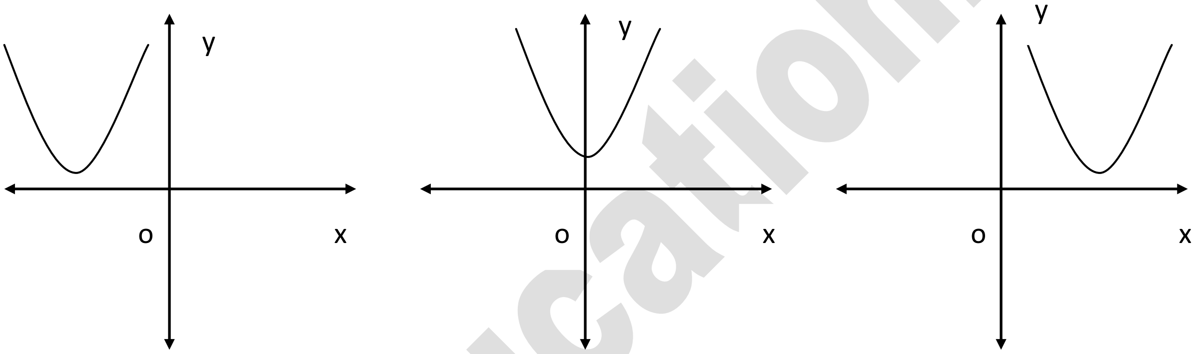
www.sakshieducation.com

sakshieducation.com



(iii) $b^2 - 4ac < 0$ అయితే వర్గసమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు. (సంకీర్ణ సంఖ్యలు మూలాలవుతాయి).

$b^2 - 4ac < 0$ అయితే, ఇచ్చిన వర్గసమీకరణానికి గ్రాఫ్ గీస్తే కింది విధంగా ఉంటుంది.



గమనిక: గ్రాఫ్‌లోని పరావలయం x-అక్షాన్ని ఖండించదు. స్పృశించదు. (అంటే x విలువలు ఉండవు)

- వర్గసమీకరణం $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ అయితే

  మూలాల మొత్తం $= \frac{-b}{a} =$ -x గుణకం/x^2 గుణకం

  మూలాల లబ్దం $= \frac{c}{a} =$ స్థిరపదం/ x^2 గుణకం

- $\propto, \beta$ లు మూలాలుగా గల వర్గసమీకరణం $x^2 - (\propto + \beta)x + \propto\beta = 0$
- $x^2 + 7x - 60 = 0$ వర్గసమీకరణం విచక్షణి $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(1)(-60) = 289 > 0$

  కాబట్టి వర్గ సమీకరణానికి రెండు విభిన్న వాస్తవ మూలాలు ఉంటాయి. అవి

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2} = 5(or) - 12 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2} = 5(or) - 12$$

sakshieducation.com

- $x=\frac{-b}{2a},\frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ వర్గసమీకరణం విచక్షణి $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4(3)\left(\frac{1}{3}\right)=0$

  కాబట్టి వర్గసమీకరణానికి రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు ఉంటాయి.

  అవి $x=\frac{-b}{2a},\frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

- $2x^2 - 4x + 3 = 0$ వర్గసమీకరణం విచక్షణి $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(2)(3) = -8 < 0$

  కాబట్టి వర్గసమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉంటాయి.

sakshieducation.com

వ్యాసరూప ప్రశ్నలు

1. కారణాంక పద్ధతిన కింది వర్గసమీకరణాల మూలాలను కనుక్కోండి.

(i) $x-\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$ (ii) $3(x - 4)^2 - 5(x - 4) = 12$

సాధన: (i) $x-\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}\Rightarrow x-\frac{1}{3x}-\frac{1}{6}=0\Rightarrow\frac{18x^2-6-3x}{18x}=0$

$\Rightarrow 18x^2-3x-6=0\Rightarrow 3\left(6x^2-x-2\right)=0$

$\Rightarrow 6x^2-x-2=0\Rightarrow 6x^2-4x+3x-2)=0$

$\Rightarrow 2x(3x-2)+1(3x-2)=0$

$\Rightarrow (3x-2)(2x+1)=0$

$\Rightarrow 3x-2=0$ (or) $2x+1=0$

$\Rightarrow x=\frac{2}{3}$ (or) $x=\frac{-1}{2}$

$\therefore x-\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$ వర్గ సమీకరణ మూలాలు $\frac{2}{3},\frac{-1}{2}$

(ii) $3(x - 4)^2 - 5(x - 4) = 12$

$(x - 4) = a$ అనుకుంటే

$\Rightarrow 3a^2-5a=12\Rightarrow 3a^2-5a-12=0$

$\Rightarrow 3a^2-9a+4a-12=0\Rightarrow 3a(a-3)+4(a-3)=0$

$\Rightarrow (a-3)(3a+4)=0$

$\Rightarrow a-3=0$ (or) $3a+4=0$

$\Rightarrow a=3$ (or) $a=\frac{-4}{3}$

కానీ $a = x - 4$ ను ప్రతిక్షేపించగా

$x - 4 = 3 \Rightarrow x = 7$ లేదా $x=\frac{-4}{3}+4=\frac{-4+12}{3}=\frac{8}{3}$

$\therefore$ వర్గ సమీకరణం $3(x - 4)^2 - 5(x - 4) = 12$ మూలాలు $7,\frac{8}{3}$.

2. రెండు వరుస ధన పూర్ణ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం 613 అయితే ఆ సంఖ్యలను కనుక్కోండి.

సాధన: రెండు వరుస ధన పూర్ణ సంఖ్యలు x, x+1 అనుకొండి.

వీటి వర్గాల మొత్తం 613 అని ఇచ్చారు. కాబట్టి

$x^2+(x+1)^2=613$

$\Rightarrow x^2+x^2+2x+1=613 \Rightarrow 2x^2+2x+1-613=0$

$\Rightarrow 2x^2+2x-612=0 \Rightarrow 2(x^2+x-306)=0$

$\Rightarrow x^2+x-306=0 \Rightarrow x^2+18x-17x-306=0$

$\Rightarrow x(x+18)-17(x+18)=0 \Rightarrow (x+18)(x-17)=0$

$\Rightarrow x+18=0$ (or) $x-17=0$

$\Rightarrow x=-18$ (or) $x=17$

$\therefore$ 'x' ధన పూర్ణ సంఖ్య తీసుకుంటే కావలసిన పూర్ణ సంఖ్యలు 17, -18 అవుతాయి.

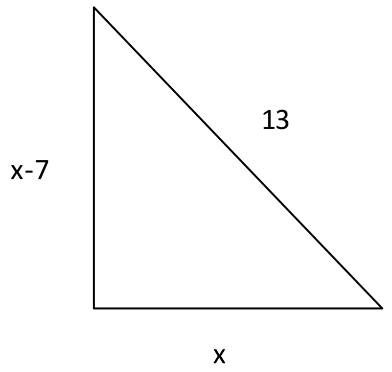
3. ఒక లంబకోణ త్రిభుజం ఎత్తు దాని భూమి కంటే 7 సెం.మీ తక్కువ. దాని కర్ణం పొడవు 13 సెం.మీ అయితే మూడో భుజం పొడవును కనుక్కోండి.

సాధన: లంబకోణ త్రిభుజం భూమి 'x' అనుకొండి.

లెక్క ప్రకారం దాని ఎత్తు భూమి కంటే 7 సెం.మీ తక్కువ కాబట్టి

$\therefore$ లంబకోణ త్రిభుజం ఎత్తు $h = x - 7$, కర్ణం = 13 సెం.మీగా ఇచ్చారు.

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం



(కర్ణం)^2 = (భుజం)^2 + (ఎత్తు)^2

$(13)^2 = x^2 + (x-7)^2$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + 49 - 14x = 169 \Rightarrow 2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 7x - 60) = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0 \Rightarrow x(x-12) + 5(x-12) = 0$

$\Rightarrow (x-12)(x+5) = 0$

$\Rightarrow x - 12 = 0$ (or) $x + 5 = 0$

$\Rightarrow x = 12$ (or) $x = -5$

$\therefore$ లంబకోణ త్రిభుజం భుజం $x = 12$ సెం.మీ.

ఎత్తు $x - 7$ కాబట్టి

$\Rightarrow 12 - 7 = 5$ సెం.మీ అవుతుంది.

4. ఒక కుటీర పరిశ్రమలో ప్రతిరోజు ఒక నియమిత సంఖ్యలో వస్తువులను తయారు చేస్తారు. ఒక రోజు తయారైన ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు (రూపాయిల్లో) ఆ రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్యకు రెట్టింపు కంటే 3 ఎక్కువ. ఆ రోజు తయారైన మొత్తం వస్తువుల సంఖ్య, ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు కనుక్కోండి.

సాధన: కుటీర పరిశ్రమలో ఒక రోజు తయారయ్యే వస్తువుల సంఖ్య = x అనుకొండి.

దత్తాంశం నుంచి తయారైన వస్తువు ఖరీదు, ఆ రోజు తయారయ్యే వస్తువుల సంఖ్యకు రెట్టింపు కంటే 3 ఎక్కువ. కాబట్టి ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు = $2x + 3$

ఆ రోజు తయారైన మొత్తం వస్తువుల ఖరీదు = రూ. 90

'x' వస్తువుల ఖరీదు $x(2x + 3) = 90$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$

$\Rightarrow 2x(x-6) + 15(x-6) = 0$

$\Rightarrow (x-6)(2x+15) = 0$

$\Rightarrow x - 6 = 0$ (or) $2x + 15 = 0$

$\Rightarrow x = 6$ (or) $x = \dfrac{-15}{2}$

వస్తువుల సంఖ్య ఎప్పుడూ ధనాత్మకమే తీసుకుంటాం. కాబట్టి ఒక రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్య $x = 6$.

ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు = 2x + 3 = 2(6) + 3 = రూ.15

5. ఒక దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత 28 మీ, దాని వైశాల్యం 40 చ.మీ అయితే దీర్ఘ చతుస్రం కొలతలను కనుక్కోండి.

సాధన: దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు l = x మీ అనుకొండి.

వెడల్పు = b అయితే

చుట్టుకొలత $2(l + b) = 2(x + b) = 28$ మీ అని ఇచ్చారు.

$\Rightarrow x + b = 14$ మీ

$\therefore$ వెడల్పు $b = 14 - x$ మీ

లెక్క ప్రకారం దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = పొ $\times$ వె = 40 చ.మీ

$x (14 - x) = 40$

$\Rightarrow 14x - x^2 - 40 = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 40 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 10x - 4x + 40 = 0$

$\Rightarrow x (x - 10) - 4 (x - 10) = 0$

$\Rightarrow (x - 10) (x - 4) = 0$

$\Rightarrow x - 10 = 0$ (or) $x - 4 = 0$

$\Rightarrow x = 10$ (or) $x = 4$

$\therefore$ పొడవు x = 10 మీ. అయితే వెడల్పు $14 - x = 14 - 10 = 4$ మీ.

పొడవు x = 4 మీ అయితే వెడల్పు $14 - x = 14 - 4 = 10$ మీ

$\therefore$ దీర్ఘ చతురస్ర కొలతలు 10 మీ, 4 మీ.

6. ఒక త్రిభుజం భూమి, దాని ఎత్తు కంటే 4 సెం.మీ ఎక్కువ. ఈ త్రిభుజ వైశాల్యం 48 చ.సెం.మీ అయితే దాని భూమిని, ఎత్తును కనుక్కోండి.

సాధన: త్రిభుజం ఎత్తు = x సెం.మీ. అనుకొండి.

లెక్క ప్రకారం త్రిభుజం భూమి = x + 4 సెం.మీ అవుతుంది.

∴ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(x+4)(x) = 48 \Rightarrow (x+4)(x) = 96$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 96 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 8x - 96 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+12) - 8(x+12) = 0 \Rightarrow (x+12)(x-8) = 0$$

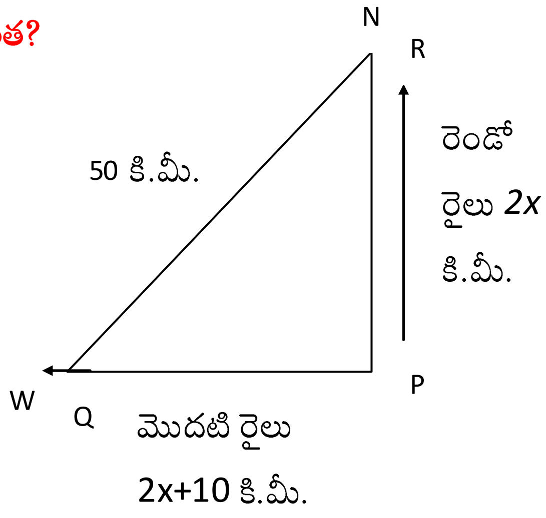
$$\Rightarrow x + 12 = 0 \text{ (or) } x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x = -12 \text{ (or) } x = 8$$

∴ త్రిభుజం ఎత్తు $x = 8$ సెం.మీ (∵ ధనాత్మకం)

భూమి = $x + 4 = 8 + 4 = 12$ సెం.మీ.

7. రెండు రైళ్లు ఒక స్టేషన్ నుంచి ఒకే సమయంలో ఒకటి పడమరకు మరొకటి ఉత్తరం వైపుకు బయలుదేరుతాయి. మొదటి రైలు, రెండో రైలు కంటే 5 కి.మీ/ గంట ఎక్కువ వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది. అవి బయలుదేరిన రెండు గంటల తర్వాత ఒకదానికొకటి 50 కి.మీ. దూరంలో ఉన్న ఒక్కొక్క రైలు సగటు వేగం ఎంత?



సాధన: రెండో రైలు వేగం = x కి.మీ/ గం అనుకొండి.

అప్పుడు మొదటి రైలు వేగం x + 5 కి.మీ/గం అవుతుంది.

బయలుదేరిన స్థానం 'p'

2 గంటల తర్వాత అవి ఒక దానికొకటి 50 కి.మీ దూరంలో ఉన్నాయని ఇచ్చారు.

రెండు గంటల తర్వాత మొదటి రైలు ప్రయాణించిన దూరం $2(x + 5) = 2x + 10$ కి.మీ.

అదే విధంగా రెండో రైలు ప్రయాణించిన దూరం = 2x కి.మీ అవుతుంది.

∴ పటం నుంచి పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$(2x + 10)^2 + (2x)^2 = (50)^2$$
$$\Rightarrow 4x^2 + 40x + 100 + 4x^2 = 2500$$
$$\Rightarrow 8x^2 + 40x - 2400 = 0 \Rightarrow 8(x^2 + 5x - 300) = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + 5x - 300 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + 20x - 15x - 300 = 0 \Rightarrow x(x + 20) - 15(x + 20) = 0$$
$$\Rightarrow (x + 20)(x - 15) = 0$$
$$\Rightarrow x + 20 = 0 \text{ (or) } x - 15 = 0$$
$$\Rightarrow x = -20 \text{ (or) } x = 15$$

వేగం రుణాత్మకం కాదు కాబట్టి రెండో రైలు వేగం $x = 15$ కి.మీ/గం

మొదటి రైలు వేగం $x + 5 = 15 + 5 = 20$ కి.మీ/గం అవుతుంది.

8. 60 మంది విద్యార్థులున్న తరగతిలో ప్రతి అబ్బాయి, అమ్మాయిల సంఖ్యకు సమానమైన సొమ్మును, ప్రతి అమ్మాయి, అబ్బాయిల సంఖ్యకు సమానమైన సొమ్మును చందాగా ఇచ్చారు. మొత్తం వసూలైన సొమ్ము రూ.1600 అయితే తరగతిలో ఎంత మంది అబ్బాయిలు ఉన్నారు?

సాధన: తరగతిలోని మొత్తం విద్యార్థులు = 60

తరగతిలోని అబ్బాయిల (బాలుర)సంఖ్య = x అనుకొండి.

తరగతిలోని అమ్మాయిల(బాలికల) సంఖ్య = 60 – x అవుతుంది.

లెక్క ప్రకారం ప్రతి అబ్బాయి అమ్మాయిల సంఖ్యకు (60 – x) సమానమైన సొమ్మును చందాగా ఇచ్చారు.

'x' మంది అబ్బాయిలు ఇచ్చిన సొమ్ము = x(60 – x)

అదే విధంగా ప్రతి అమ్మాయి అబ్బాయిల సంఖ్యకు 'x' కు సమానమైన సొమ్మును చందాగా ఇచ్చారు. కాబట్టి (60 – x) అమ్మాయిలు ఇచ్చిన సొమ్ము = (60 – x)x అవుతుంది.

కానీ లెక్క ప్రకారం వసూలైన మొత్తం సొమ్ము = రూ. 1600. కాబట్టి

$$x(60 - x) + (60 - x)x = 1600 \Rightarrow 60x - x^2 + 60x - x^2 = 1600$$
$$\Rightarrow -2x^2 + 120x - 1600 = 0 \Rightarrow -2(x^2 - 60x + 800) = 0$$
$$\Rightarrow x^2 - 60x + 800 = 0 \Rightarrow x^2 - 40x - 20x + 800 = 0$$
$$\Rightarrow x(x - 40) - 20(x - 40) = 0 \Rightarrow (x - 40)(x - 20) = 0$$
$$\Rightarrow x - 40 = 0 \text{ (or) } x - 20 = 0$$
$$\Rightarrow x = 40 \text{ (or) } x = 20$$

∴ తరగతిలోని అబ్బాయిల సంఖ్య 40 లేదా 20 అవుతుంది.

9. గంటకు 3 కి.మీ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక నదిలో ఒక మోటారు బోటు 24 కి.మీ దూరానికి ప్రయాణించి తిరిగి బయలు దేరిన స్థానానికి రావడానికి పట్టిన కాలం 6 గంటలైన బోటు స్థిర వేగంలో ప్రయాణించిందని భావించి దాని వేగాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన: మోటారు బోటు వేగం = x కి.మీ/గంట అనుకొండి.

నదిలో నీటి వేగం = 3 కి.మీ/గంట

బోటు నదిలో ప్రయాణించిన దూరం = 24 కి.మీ

నది ప్రవాహ దిశలో బోటు వేగం = (x – 3) కి.మీ/గం

నది ప్రవాహానికి వ్యతిరేక దిశలో బోటువేగం = x + 3 కి.మీ/గం.

బయలు దేరిన స్థానానికి తిరిగి రావడానికి పట్టిన కాలం = 6 గంటలు అని ఇచ్చారు. కాబట్టి

$$\frac{24}{x+3} + \frac{24}{x-3} = 6 \Rightarrow 24(x-3) + 24(x+3) = 6(x+3)(x-3)$$
$$\Rightarrow 6[4(x-3) + 4(x+3)] = 6(x+3)(x-3)$$
$$\Rightarrow 4x - 12 + 4x + 12 = x^2 - 9$$
$$\Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + x - 9 = 0$$
$$\Rightarrow x(x-9) + 1(x-9) = 0 \Rightarrow (x-9)(x+1) = 0$$
$$\Rightarrow x - 9 = 0 \text{ (or) } x + 1 = 0$$
$$\Rightarrow x = 9 \text{ (or) } x = -1$$

వేగం ఎప్పుడూ(స్థిర వేగంలో ఉన్న నీటిలో ఉన్న) రుణాత్మకం కాదు. కాబట్టి

∴ బోటు ప్రయాణిసున్న వేగం = 9 కి.మీ/గం.

10. కింది వర్గ సమీకరణాల మూలాలను, వరాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా కనుక్కోండి.

(i) $5x^2 - 7x - 6 = 0$ (ii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

సాధన: (i) $5x^2 - 7x - 6 = 0$, వర్గాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా మూలాలు కనుక్కోవడం.

ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం $5x^2 - 7x - 6 = 0$

ఇరువైపులా '5' తో భాగిస్తే

$$x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{6}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{5}x = \frac{6}{5} \Rightarrow x^2 - 2(x)\left(\frac{7}{10}\right) = \frac{6}{5} \quad \left(\because 2\left(\frac{7}{10}\right) = \frac{7}{5}\right)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2(x)\left(\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{6}{5} + \left(\frac{7}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{10}\right)^2 = \frac{6}{5} + \frac{49}{100} \quad \left(\because x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2\right)$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{10}\right)^2 = \frac{120 + 49}{100} = \frac{169}{100}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{10}\right)^2 = \left(\frac{13}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{10} = \pm\frac{13}{10} \Rightarrow x = \frac{7}{10} \pm \frac{13}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{10} + \frac{13}{10} \text{ (or) } x = \frac{7}{10} - \frac{13}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 + 13}{10} \text{ (or) } x = \frac{7 - 13}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{10} = 2 \text{ (or) } x = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$

$$\therefore x = 2 \text{ (or) } \frac{-3}{5}$$

(ii) ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

ఇరువైపులా '4'తో భాగిస్తే

$$x^2 - \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2(x)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-3}{4} \quad \left(\because \sqrt{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

ఇరువైపులా $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ తో కూడితే

$$x^2 + 2(x)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{-3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

11. కింది సమీకరణాల మూలాలను, వర్గ సమీకరణ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కనుక్కోండి.

(i) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ (ii) $x + \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

సాధన: (i) దత్త వర్గ సమీకరణం $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 2, b = 2\sqrt{2}, c = 1$

$$\therefore b^2 - 4ac = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 4(2)(1) = 8 - 8 = 0$$

$b^2 - 4ac \geq 0$ అయితే మూలాలు వ్యవస్థితం

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\left(2\sqrt{2}\right) \pm \sqrt{0}}{2(2)} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\therefore$ వర్గసమీకరణం $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 =$ (మూలాలు $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(ii) $x + \frac{1}{x} = 3$ ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం

$x^2 - 3x + 1 = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 1, b = -3, c = 1$

విచక్షణి $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(1) = 9 - 4 = 5 > 0$

$\Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$ అయితే మూలాలు వ్యవస్థితం కాబట్టి

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$\therefore$ వర్గసమీకరణం $x + \frac{1}{x} = 3$ మూలాలు $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ అవుతాయి.

sakshieducation.com

12. కింది వర్గసమీకరణం మూలాలు కనుక్కోండి.

(i) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3, x \neq 0$ (ii) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

సాధన:

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3 \Rightarrow (x-2) - x = 3(x)(x-2)$

$\Rightarrow x - 2 - x = 3x^2 - 6x$

$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0$

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 3, b = -6, c = 2$

$\therefore$ విచక్షణి $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(3)(2) = 36 - 24 = 12 > 0$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{12}}{2(3)} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{2(3 \pm \sqrt{3})}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$\therefore$ వర్గసమీకరణం మూలాలు $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}, \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

(ii) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

ఇరువైపులా $30(x+4)(x-7)$ చే గుణించగా

$30(x-7) - 30(x+4) = 11(x+4)(x-7)$

$\Rightarrow 30x - 210 - 30x - 120 = 11(x^2 - 7x + 4x - 28)$

$\Rightarrow -330 = 11(x^2 - 3x - 28)$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 = -30$

$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - x + 2 = 0$

$\Rightarrow x(x-2) - 1(x-2) = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-1) = 0$

$\Rightarrow x - 2 = 0, \quad x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = 2, \quad x = 1$

$\therefore$ దత్త సమీకరణం మూలాలు 2, 1.

sakshieducation.com

13. 3 సం॥ కిందట రహమాన్ వయస్సు వ్యుత్క్రమం, 5 సం॥ తర్వాత అతని వయస్సు వ్యుత్క్రమం మొత్తం $\frac{1}{3}$ అయితే అతని ప్రస్తుత వయస్సు ఎంత?

సాధన: రహమాన్ ప్రస్తుత వయస్సు = x సం॥ అనుకొండి

3 సం॥ల కిందట రహమాన్ వయస్సు = x + 3 సం॥

5 సం॥ల తర్వాత రహమాన్ వయస్సు = x + 5 సం॥

వీటి వ్యుత్క్రమాల మొత్తం $\frac{1}{3}$ అని ఇచ్చారు. కాబట్టి $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$

ఇరువైపులా (x – 3) (x + 5) చే గుణించగా

$3(x+5) + 3(x-3) = (x-3)(x+5)$

$\Rightarrow 3x + 15 + 3x - 9 = x^2 + 5x - 3x - 15$

$\Rightarrow 6x + 6 = x^2 + 2x - 15$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 15 - 6x - 6 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$

$\Rightarrow x(x-7) + 3(x-7) = 0$

$\Rightarrow (x-7)(x+3) = 0$

$\Rightarrow (x-7) = 0,\ (x+3) = 0$

$\Rightarrow x = 7,\ \ x = -3$

వయస్సు ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు. కాబట్టి రెహమాన్ వయస్సు = 7 సం॥లు.

14. మౌళికకు గణితంలో, ఇంగ్లిషులో వచ్చిన మార్కుల మొత్తం 30. ఆమెకు ఒక వేళ గణితంలో 2 మార్కులు ఎక్కువగా, ఇంగ్లీషులో 3 మార్కులు తక్కువగా వచ్చి ఉంటే ఆ రెండింటి లబ్దం 210 అయివుండేది. అయితే ఆమెకు రెండు సబ్జెక్టులలో వచ్చిన మార్కులను కనుక్కోండి.

సాధన: మౌళికను గణితం, ఇంగ్లీషులో వచ్చిన మొత్తం మార్కులు = 30

గణితంలో వచ్చిన మార్కులు = x అనుకొండి.

అప్పుడు ఇంగ్లిషులో వచ్చిన మార్కులు = 30 – x అవుతాయి.

ఒక వేళ గణితంలో రెండు మార్కులు ఎక్కువ, ఇంగ్లీషులో 3 మార్కులు తక్కువ వచ్చి ఉంటే వాటి లబ్దం = 210 అని ఇచ్చారు.

$\Rightarrow (x + 2)(30 - x - 3) = 210$

$\Rightarrow (x + 2)(27 - x) = 210$

$\Rightarrow 27x - x^2 + 54 - 2x - 210 = 0$

$\Rightarrow -x^2 + 25x - 156 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 13x - 12x + 156 = 0$ ($\therefore$ $1 \times 156 = 156 \rightarrow -13 \times -12$)

$\Rightarrow x(x - 13) - 12(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 13)(x - 12) = 0$

$\Rightarrow (x - 13) = 0,\ (x - 12) = 0$

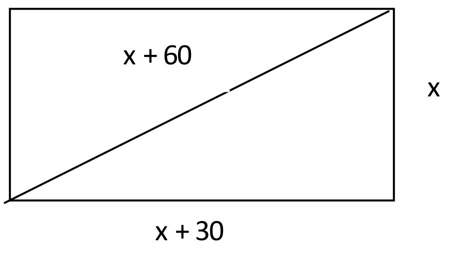
$\Rightarrow x = 13,\ \ x = 12$

$\therefore$ గణితంలో వచ్చిన మార్కులు x = 13 అయితే ఇంగ్లిషులో వచ్చిన మార్కులు = 17

గణితంలో వచ్చిన మార్కులు 12 అయితే ఇంగ్లిషులో వచ్చిన మార్కులు 18 అవుతాయి.

15. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం కర్ణం దాని వెడల్పు కంటే 60మీ ఎక్కువ. పొడవు, వెడల్పు కంటే 30మీ. ఎక్కువ అయితే దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం కొలతలు కనుక్కోండి.

సాధన: దీర్ఘ చతురస్రం వెడల్పు = x మీ అనుకొండి



దత్తాంశం: కర్ణం = x + 60 మీ , పొడవు = x + 30 మీ

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$(x+60)^2 = (x+30)^2 + x^2$

$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = x^2 + 60x + 900 + x^2$

$\Rightarrow x^2 + 60x + 900 - 120x - 3600 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x(x - 90) + 30(x - 90) = 0$

$\Rightarrow (x - 90)(x + 30) = 0$

$\Rightarrow x - 90 = 0, \ x + 30 = 0$

$\Rightarrow x = 90, \ x = -30.$

∴ కొలతలు ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు. కావున వెడల్పు = 90 మీ.గా తీసుకొండి.

అప్పుడు కర్ణం 90 + 60 = 150 మీ

పొడవు 90 + 30 = 120 మీ అవుతాయి.

16. రెండు సంఖ్యల వర్గాల భేదం 180. చిన్న సంఖ్య వర్గం, పెద్దదానికి 8 రెట్లు అయితే ఆ సంఖ్యలను కనుక్కోండి.

సాధన: రెండు సంఖ్యలలో పెద్ద సంఖ్యను x అనుకొండి

పెద్ద సంఖ్య వర్గం x^2 అవుతుంది.

చిన్న సంఖ్య వరం = 8 (పెద్ద సంఖ్య) = 8x

రెండింటి వర్గాల భేదం = 180 అని ఇచ్చారు.

∴ $x^2 - 8x = 180$ అవుతుంది.

$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$

$\Rightarrow x(x - 8) + 10(x - 18) = 0$

$\Rightarrow (x - 18)(x + 10) = 0$

$\Rightarrow (x - 18) = 0, \ (x + 10) = 0$

$\Rightarrow x = 18, \ x = -10$

∴ పెద్ద సంఖ్య x = 18, చిన్న సంఖ్య వర్గం = 8x = 8 × 18 = 144

∴ చిన్న సంఖ్య = $\sqrt{144} = \pm 12$

∴ కావలసిన సంఖ్యలు 18, 12 లేదా 18, -12.

17. ఒక రైలు 360 కి.మీ దూరాన్ని ఏకరీతి వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది. దీని వేగం గంటకు 5 కి.మీ పెరిగిన అదే దూరాన్ని ప్రయాణించడానికి పట్టేకాలం 1 గంట తగ్గుతుంది. అయితే రైలు వేగాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన: రైలు ప్రయాణించిన దూరం = 360 కి.మీ

రైలు వేగం = x కి.మీ/గం అనుకొండి.

రైలు వేగం గం॥ 5 కి.మీ పెరిగితే దాని వేగం = x + 5 కి.మీ/గం.

x + 5 కి.మీ/ గం వేగంతో 360కి.మీ దూరాన్ని ప్రయాణించడానికి పట్టే కాలం = 1 గంట తగ్గుతుంది.

x కి.మీ/గం వేగంతో రైలు 360 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టిన కాలం = $\frac{360}{x}$

x + 5 కి.మీ/గం వేగంతో వేగంతో 360 కి.మీ దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టిన కాలం = $\frac{360}{x+5}$

రెండు కాలాల భేదం = $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$

ఇరువైపులా x(x + 5) చేగుణించగా

$360(x+5) - 360x = x(x+5)$

$\Rightarrow 360x + 1800 - 360x = x^2 + 5x$

$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0$

$\Rightarrow x(x+45) - 40(x+45) = 0$

$\Rightarrow (x+45)(x-40) = 0$

$\Rightarrow (x-40) = 0, \quad (x+45) = 0$

$\Rightarrow x = 40, \quad x = -45$

∴ రైలు వేగం x = 40 కి.మీ/గం (∵ x = – 45 వేగం ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు)

18. రెండు కుళాయిలు కలిసి ఒక నీళ్ల ట్యాంకును $9\frac{3}{8}$ గం॥ల్లో నింపుతాయి. ఎక్కువ వ్యాసామున్న కుళాయి ఒక్కటే, తక్కువ వ్యాసామున్న కుళాయి నింపే సమయానికి 10గం॥ తక్కువ సమయంలో నింపుతుంది. అయితే ఒక్కొక్క కుళాయి విడివిడిగా ట్యాంకును నింపడానికి పట్టే కాలాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన: రెండు కుళాయిలు కలిపి పూర్తి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టేకాలం $= 9\frac{3}{8} = \frac{75}{8}$ గంటలు.

రెండు కుళాయిలు కలిపి 1 గం॥లో నింపు భాగం $\frac{1}{75/8} = \frac{8}{75}$

తక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి మాత్రమే పూర్తి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టు కాలం = x గం॥ అనుకొండి.

ఎక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి మాత్రమే పూర్తి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టు కాలం = x – 10 గం అని ఇచ్చారు.

తక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి 1గం॥లో నింపు భాగం = $\frac{1}{x}$

ఎక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి 1గం॥లో నింపు భాగం = $\frac{1}{x-10}$

కానీ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{8}{75}$

ఇరు వైపులా x (x – 10) చే గుణించగా

$75(x-10) + 75x = 8x(x-10)$

$\Rightarrow 75x - 750 + 75x = 8x^2 - 80x$

$\Rightarrow 150x - 750 = 8x^2 - 80x$

$\Rightarrow 8x^2 - 80x - 150x + 750 = 0$

$\Rightarrow 8x^2 - 230x + 750 = 0$

$\Rightarrow 8x(x-25) - 30(x-25) = 0$

$\Rightarrow (x-25), \quad (8x-30) = 0$

$\Rightarrow x = 25, \quad x = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$

$x \neq \frac{15}{4}$ (పెద్ద వ్యాసమున్న కుళాయి, చిన్న వ్యాసమున్న కుళాయి కన్నా 10 గం।। తక్కువ సమయం తీసుకొండి)

$\therefore$ x = 25 గంటలు

$\therefore$ తక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టు కాలం 25 గం।।

అదే విధంగా ఎక్కువ వ్యాసమున్న కుళాయి ట్యాంకును నింపడానికి పట్టుకాలం = 25 – 10 =15 గం।।

$\therefore$ ఆ కుళాయిలు ట్యాంకును నింపడానికి విడివిడిగా పట్టు కాలం 25 గంటలు, 15 గంటలు.

19. మైసూరు, బెంగళూరు మధ్య 132 కి.మీ దూరానికి ప్రయాణించుటకు ఒక ఎక్స్‌ప్రెస్ రైలు, ప్యాసింజర్ రైలు కంటే 1 గంట సమయం తక్కువ తీసుకుంటుంది. (మధ్యలో ఆగే సమయాలను లెక్కలోకి తీసుకోలేదు.) ఎక్స్‌ప్రెస్ రైలు సగటు వేగం, ప్యాసింజర్ రైలు వేగం కంటే 11 కి.మీ/ గంట ఎక్కువ అయితే రెండు రైళ్ల వేగాలను కనుక్కోండి.

సాధన: ప్యాసింజర్ రైలు వేగం = x కి.మీ/గం అనుకొండి.

అప్పుడు ఎక్స్‌ప్రెస్ రైలు వేగం = x + 11 కి.మీ/గం అవుతుంది.

రెండు రైళ్లు ప్రయాణించిన దూరం = 132 కి.మీ,

రెండు రైళ్ళు ప్రయాణించిన కాలాల భేదం = 1 గం।।

$\Rightarrow \frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$

ఇరువైపులా x (x + 11) చే గుణించగా

$(x + 11)\,132 - (132)\,x = x\,(x + 11)$

$\Rightarrow 132x + 1452 - 132x = x^2 + 11x$

$\Rightarrow x^2 + 11x - 1452 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$

$\Rightarrow x(x + 44) - 33\,(x + 44) = 0$

$\Rightarrow (x + 44)\,(x - 33) = 0$

$\Rightarrow x + 44 = 0$, $x - 33 = 0$

$\Rightarrow$ $x = -44$, $x = 33$

వేగం ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు. కాబట్టి ప్యాసెంజర్ రైలు వేగం = 33 కి.మీ/గం.

ఎక్స్‌ప్రెస్ రైలు వేగం = 33 + 11 = 44 కి.మీ/గం.

20. రెండు చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం 468 చ.మీ. దాని చుట్టు కొలతల బేధం 24మీ అయితే ఆ రెండు చతురస్రాల భుజాలను కనుక్కోండి.

సాధన: మొదటి చతురస్ర భుజం = x మీ.

దాని చుట్టు కొలత = 4x మీ అవుతుంది.

రెండు చతురస్రాల చుట్టుకొలతల భేదం = 24 అని ఇచ్చారు.

కాబట్టి రెండో చతురస్రం చుట్టు కొలత = (24 – 4x) మీ అవుతుంది = 4(6 – x) మీ = 4 × భు

మొదటి చతురస్రం వైశాల్యం = x^2

రెండో చతురస్రం వైశాల్యం = $(6 - x)^2$ అవుతంది.

రెండో చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం =468 చ.మీ అని ఇచ్చారు.

$\Rightarrow x^2 + (6 - x)^2 = 468$

$\Rightarrow x^2 + 36 + x^2 - 12x = 468$

$\Rightarrow 2x^2 - 12x + 36 - 468 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 12x - 432 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x - 216 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 12x - 216 = 0$

$\Rightarrow x(x - 18) + 12(x - 18) = 0$

$\Rightarrow (x - 18)(x + 12) = 0$

$\Rightarrow (x - 18) = 0$, $(x + 12) = 0$

$\Rightarrow x = 18\ ,\ \ x = -12.$

చతురస్రం భుజం కొలతలు ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు. కాబట్టి మొదటి చతురస్ర భుజం = 18 మీ.

రెండో చతురస్ర భుజం $x - 6 = 18 - 6 = 12$ మీ.

21. ఒక బంతి 96మీ ఎత్తుగల ఒక ఇంటి పై భాగం నుంచి 80 మీ/సెకను తొలి వేగంతో పైకి విసిరి వేశారు. t సెకన్ల తర్వాత దానికి భూమికి మధ్య గల దూరం $s = 96 + 80\,t - 16t^2$ అయితే అది ఎన్ని సెకన్ల తర్వాత భూమిని తాకుతుంది.

సాధన: పైకి విసిరిన బంతి భూమిని 't' సెకన్ల తర్వాత తాకుతుంది అనుకొండి.

't' సెకన్ల తర్వాత భూమికి, బంతికి గల మధ్య దూరం'0' అవుతుంది.

't' సెకన్ల తర్వాత భూమికి, బంతికి గల మధ్య దూరం $s = 96 + 80\,t - 16t^2$ అని ఇచ్చారు.

కాబట్టి $s = 96 + 80\,t - 16t^2 = 0$

$\Rightarrow -16(t^2 - 5t - 6) = 0$

$\Rightarrow (t^2 - 5t - 6) = 0$

$\Rightarrow t^2 - 6t + t - 6 = 0$

$\Rightarrow t(t-6) + 1\,(t-6) = 0$

$\Rightarrow (t-6)(t+1) = 0 \Rightarrow t - 6 = 0\ ,\ \ t + 1 = 0$

$\Rightarrow t = 6\ ,\ \ t = -1$

$\therefore$ సమయాన్ని రుణాత్మకంగా తీసుకొండి. కాబట్టి

$\therefore$ $t = 6$ అంటే బంతి '6' సెకన్ల తర్వాత భూమిని తాకుతుంది.

22. 'n' భుజాల గల ఒక బహుభుజిలోని కర్ణాల సంఖ్య $\frac{1}{2}n(n-3)$ అయితే 65 కర్ణాలు గల బహుభుజి భుజాల సంఖ్య ఎంత? 50 కర్ణాలు గల బహుభుజి వ్యవస్థితం అవుతుందా?

సాధన: 'n' భుజాలు గల బహుభుజిలోని కర్ణాల సంఖ్య = $\frac{1}{2}n(n-3)$

కర్ణాల సంఖ్య '65' అని ఇచ్చారు

$\Rightarrow \frac{1}{2}n(n-3) = 65$

$\Rightarrow n(n-3) = 130$

$\Rightarrow n^2 - 3n - 130 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 13n + 10n - 130 = 0$

$\Rightarrow n(n-13) + 10(n-13) = 0$

$\Rightarrow (n-13)(n+10) = 0$

$\Rightarrow (n-13) = 0, \quad n + 10 = 0$

$\Rightarrow n = 13, \quad n = -10$

భుజాల సంఖ్య ఎప్పుడూ రుణాత్మకం కాదు. కాబట్టి '65' కర్ణాలు గల బహుభుజి భుజాల సంఖ్య = 13

'50' కర్ణాలు బహుభుజి అవుతుందో, కాదో సరిచూడాలి.

$\Rightarrow \frac{1}{2}n(n-3) = 50$

$\Rightarrow n(n-3) = 100$

$\Rightarrow n^2 - 3n - 100 = 0$ (n లో వర్గసమీకరణం)

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా

$a = 1, b = -3, c = -100$

$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-100) = 9 + 400 = 409$

$$\therefore n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{409}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{409}}{2}$$

'n' అనేది సహజ సంఖ్య కాదు. కాబట్టి భుజాల సంఖ్య చెప్పలేము. కాబట్టి $n = \frac{3 \pm \sqrt{409}}{2}$ తో 50 కర్ణాలు గల బహుభుజిని వ్యవస్థితం కాదు.

23. కింది సమీకరణాల మూలాలా స్వభావాన్ని తెలపండి. ఒక వేళ మూలాలు ఉంటే వాటిని కనుక్కోండి.

(i) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ (ii) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ (i) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ (ii) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

సాధన: (i) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 3, b = -2, c = \frac{1}{3}$

విచక్షణి $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)\left(\frac{1}{3}\right) = 4 - 4 = 0$

ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం విచక్షణి = 0 కాబట్టి రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు ఉంటాయి.

అవి $\frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{2}{6}, \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

(ii) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 2, b = -3, c = 5$

విచక్షణి = $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(5) = 9 - 40 = -31 < 0$

$\therefore$ దత్త వర్గసమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు.

24. మామిడి పండ్లను నిల్వ చేయడానికి 800 చ.మీ వైశాల్యం ఉంటూ, పొడవు వెడల్పు కంటే రెండు రెట్లు ఉండే విధంగా ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలాన్ని ఏర్పాటు చేయగలమా? చేయగలిగితే దాని పొడవు, వెడల్పులను కనుక్కోండి.

సాధన: దీర్ఘ చతురస్ర స్థలం వెడల్పు = x మీ అనుకొండి

అప్పుడు లెక్క ప్రకారం దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు = 2x అవుతుంది.

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం $= x \times 2x = 2x^2$

కానీ లెక్క ప్రకారం దీ.చ వైశాల్యం 800 చ.మీ.

$\Rightarrow 2x^2 = 800 \Rightarrow x^2 = 400$

$\Rightarrow x^2 - 400 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోలిస్తే $a = 1, b = 0, c = -400$

విచక్షణి $b^2 - 4ac = (0)^2 - 4(1)(-400) = 1600 > 0$

కాబట్టి వాస్తవ మూలాలు వ్యవస్థితం అవుతుంది. కాబట్టి

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0 \pm \sqrt{1600}}{2 \times 1} = \frac{40}{2} = 20$$

∴ దీర్ఘ చతురస్రం వెడల్పు = 20మీ

పొడవు = 2 x = 40 మీ

కొలతలతో దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలాన్ని ఏర్పాటు చేయగలము.

25. ఇద్దరి మిత్రుల వయస్సుల మొత్తం 20 సం॥లు. నాలుగు సంవత్సరాల కిందట వారి వయస్సుల లబ్ధం 48. ఇది సాధ్యమేనా? ఒక వేళ సాధ్యమైతే వారి వయస్సులు కనుక్కోండి.

సాధన: ఇద్దరి మిత్రుల వయస్సుల మొత్తం = 20 సం॥లు.

కాబట్టి వారి వయస్సులు x, 20 – x అవుతాయి.

నాలుగు సం॥ ల కిందట వారి వయస్సులు x – 4 , 20 – x – 4 ⇒ 16 – x అవుతుంది.

లెక్క ప్రకారం నాలుగు సం॥ల కిందట వారి వయస్సుల లబ్ధం = 48

$\Rightarrow (x - 4)(16 - x) = 48$

$\Rightarrow 16x - x^2 - 64 + 4x = 48$

$\Rightarrow -x^2 + 20x - 64 - 48 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 20x + 112 = 0.$

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోలిస్తే $a = 1, b = -20, c = 112$

విచక్షణి = $b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4(1)(112) = 400 - 448 = -48 < 0$

కాబట్టి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు. కాబట్టి ఈ సందర్భం వ్యవస్థితం కాదు.

26. చుట్టుకొలత 80 మీ, వైశాల్యం 400 చ.మీ ఉండునట్లు ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పార్కును తయారు చేయగలమా? చేయగలిగితే దాని పొడవు, వెడల్పులు కనుక్కోండి.

సాధన: దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు l, వెడల్పు b అనుకొండి.

లెక్క ప్రకారం చుట్టుకొలత $2(l + b) = 80$ మీ

$\Rightarrow l + b = 40$ మీ. ----(1)

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం $l \times b = 400$ మీ ఇచ్చారు.

సమీ॥ (1) నుంచి వెడల్పు x అనుకుంటే

పొడవు $40 - x$ అవుతుంది.

వైశాల్యం $x(40 - x) = 400$

$40x - x^2 = 400$

$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$

$\Rightarrow x(x - 20) - 20(x - 20) = 0$

$\Rightarrow (x - 20)^2 = 0$

$x = 20, 20.$

$\therefore$ వెడల్పు 20 మీ అయితే పొడవు $40 - 20 = 20$మీ. అవుతుంది. పొడవు = వెడల్పు = 20మీ కాబట్టి ఈ కొలతలతో పార్కును ఏర్పాటు చేయగలము.

sakshieducation.com

అదనపు సమాచారం

27. కింది వర్గసమీకరణాలను కారణాంక పద్ధతిలో సాధించండి?

i. $4x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$ ii. $9x^2 - 9(a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

సాధన: i. $4x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$

దత్త సమీ॥ $4x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 2a^2x - 2b^2x + a^2b^2 = 0$ $(\because -4 \times a^2 + b^2 - 2a^2x - 2b^2)$

$\Rightarrow 2x(2x - a^2) - b^2(2x - a^2) = 0$

$\Rightarrow (2x - a^2)(2x - b^2) = 0$

$\Rightarrow (2x - a^2) = 0, \quad (2x - b^2) = 0$

$\Rightarrow x = \frac{a^2}{2}, \quad x = \frac{b^2}{2}$

ii. $9x^2 - 9(a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

దత్త సమీ॥ $9x^2 - 9(a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

x^2 గుణకం $\times$ స్థిర పదం $= 9 \times (2a^2 + 5ab + 2b^2)$

$= 9 \times (2a^2 + 4ab + ab + 2b^2)$

$= 9(2a(a + 2b) + b(a + 2b))$

$= 9((a + 2b)(2a + b))$

$(-3(a+2b) \times -3(2a + b)$

$\therefore 9x^2 - 9(a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

$\Rightarrow 9x^2 - 3(a + 2b + 2a + b)x + (2a^2 + 5ab + 2b^2) = 0$

$\Rightarrow 9x^2 - 3(a + 2b)x - 3(2a + b)x + (a + 2b)(2a + b) = 0$

$\Rightarrow 3x[3x - (a+2b)] - (2a+b)[3x - (a+2b)] = 0$

$\Rightarrow [3x - (a+2b)][3x - (2a+b)] = 0$

$\Rightarrow 3x - (a + 2b) = 0, \quad 3x - (2a + b) = 0$

$$\Rightarrow 3x = a + 2b \quad , \quad 3x = 2a + b$$

$$\Rightarrow x = \frac{a+2b}{3} \; , \; x = \frac{2a+b}{3}$$

మాదిరి సమస్య:

కింది వర్గసమీకరణాలను కారణాంక పద్ధతిలో కనుక్కోండి.

(i) $x^2 + \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a+b}{a}\right)x + 1 = 0$ (ii) $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$

(iii) $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-3}{x-4} = 3\frac{1}{3} \; (x \neq 2, 4)$ (iv) $x^2 - 2(a^2+b^2)x + (a^2-b^2)^2 = 0$

సాధన:

(i) $x = \frac{-a}{a+b}$ (or) $\frac{-a+b}{a}$ (ii) $x = -a$ (or) $x = -b$

(iii) $x = 5$ (or) $\frac{5}{2}$ (iv) $x = (a^2+b^2) \pm 2ab$

28. వర్గసమీకరణాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా కింది వర్గసమీకరణాలను సాధించండి.

(i) $4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$ **(ii) $a^2x^2 - 3abx + 2b^2 = 0$**

సాధన: (i) దత్త సమీకరణం $4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$

ఇరువైపులా 4 తో భాగిస్తే

$$\Rightarrow x^2 + bx - \frac{(a^2-b^2)}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2}(x) = \frac{a^2-b^2}{4}$$

ఇరువైపులా $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ తో కూడితే

$$x^2 + 2 . x . \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 - b^2}{4} + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 - b^2 + b^2}{4} = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \pm \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2} \pm \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2} + \frac{a}{2} \text{ (or) } \frac{-b}{2} - \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a - b}{2} \text{ (or) } \frac{-(a + b)}{2}$$

(ii) $a^2x^2 - 3abx + 2b^2 = 0$

ఇరువైపులా a^2 తో భాగిస్తే

$$x^2 - \frac{3b}{a} x + \frac{2b^2}{a^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 . x . \frac{3b}{2a} = - \frac{2b^2}{a^2}$$

ఇరువైపులా $\left(\frac{3b}{2a}\right)^2$ తో కలిపితే

$$\Rightarrow x^2 - 2 . x . \frac{3b}{2a} + \left(\frac{3b}{2a}\right)^2 = \frac{-2b^2}{a^2} + \left(\frac{3b}{2a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3b}{2a}\right)^2 = \frac{-8b^2 + 9b^2}{4a^2} = \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3b}{2a}\right) = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3b}{2a} = \pm \frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3b}{2a} \pm \frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3b}{2a} + \frac{b}{2a} \text{ (or) } x = \frac{3b}{2a} - \frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2b}{a} \text{ (or) } x = \frac{b}{a}$$

మాదిరి సమస్య:

కింది వర్గ సమీకరణాలను, వర్గ సమీకరణాన్ని పూర్తి చేయడం ద్వారా సాధించండి.

(i) $ax^2 + bx + c = 0$ (ii) $x^2 - 4ax + 4a^2 - b^2 = 0$

(iii) $x^2 - \left(\sqrt{3}+1\right)x + \sqrt{3} = 0$ (iv) $\sqrt{2}x^2 - 3x - 2\sqrt{2} = 0$

సాధన:

(i) $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (ii) $x = 2a - b$ (or) $2a + b$

(iii) $x = \sqrt{3}, 1$ (iv) $x = \dfrac{-1}{\sqrt{2}}, 2\sqrt{2}$

29. వర్గసమీకరణ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కింది వర్గ సమీకరణాలు సాధించండి.

(i) $12abx^2 - (9a^2 - 8b^2)x - 6ab = 0$

(ii) $a^2 b^2 x^2 - (4b^4 - 3a^4) x - 12a^2b^2 = 0$

సాధన:

(i) $12abx^2 - (9a^2 - 8b^2)x - 6ab = 0$

$ax^2 + bx + C = 0$ తో పోలిస్తే $a = 12ab$; $b = -(9a^2 - 8b^2)$; $C = -6ab$

$$\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{\left[-\left(9a^2 - 8b^2\right)\right]^2 - 4(12ab)(-6ab)}$$
$$= \sqrt{81a^4 + 64b^4 - 144a^2b^2 + 288a^2b^2}$$
$$= \sqrt{81a^4 + 64b^4 + 144a^2b^2}$$
$$\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{\left(9a^2 + 8b^2\right)^2} = 9a^2 + 8b^2$$

విచక్షణి

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\left(-\left(9a^2 - 8b^2\right)\right) \pm \left(9a^2 + 8b^2\right)}{2 \times 12ab}$$
$$= \frac{9a^2 - 8b^2 + 9a^2 + 8b^2}{24ab} \text{ (or) } \frac{9a^2 - 8b^2 - \left(9a^2 + 8b^2\right)}{24ab}$$
$$= \frac{18a^2}{24ab} \text{ (or) } \frac{-16b^2}{24ab}$$
$$= \frac{3a}{4b} \text{ (or) } \frac{-2b}{3a}$$

(ii) $a^2 b^2 x^2 - (4b^4 - 3a^4) x - 12a^2b^2 = 0$

$Ax^2 + Bx + C = 0$ తో పోల్చగా $A = a^2 b^2$; $B = -(4b^4 - 3a^4)$; $C = -12a^2b^2$

వర్గ సమీ॥ సూత్రం నుంచి

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{-\left(-\left(4b^4 - 3a^4\right)\right) \pm \sqrt{\left(-\left(4b^4 - 3a^4\right)\right) - 4 \times a^2b^2 \times \left(-12a^2b^2\right)}}{2 \times a^2b^2}$$

$$= \frac{4b^4 - 3a^4 \pm \sqrt{16b^8 + 9a^8 - 24a^4b^4 + 48a^4b^4}}{2a^2b^2}$$

$$= \frac{4b^4 - 3a^4 \pm \sqrt{16b^8 + 9a^8 + 24a^4b^4}}{2a^2b^2}$$

$$= \frac{4b^4 - 3a^4 \pm \sqrt{\left(4b^4\right)^2 + \left(3a^4\right)^2 + 2 . \left(4b^4\right)\left(3a^4\right)}}{2a^2b^2}$$

$$= \frac{4b^4 - 3a^4 \pm \sqrt{\left(4b^4 + 3a^4\right)^2}}{2a^2b^2}$$

$$x = \frac{4b^4 - 3a^4 \pm 4b^4 + 3a^4}{2a^2b^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4b^4 - 3a^4 + 4b^4 + 3a^4}{2a^2b^2} \text{ (or) } x = \frac{4b^4 - 3a^4 - 4b^4 - 3a^4}{2a^2b^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8b^4}{2a^2b^2} \text{ (or) } \frac{-6a^4}{2a^2b^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4b^2}{a^2} \text{ (or) } \frac{-3a^2}{b^2}$$

మాదిరి సమస్య:

వర్గ సమీకరణ సూత్రం ఉపయోగించి, కింది వర్గసమీకరణాలను సాధించడం.

(i) $(a + b)^2 x^2 + 8 (a^2 - b^2) + 16 (a - b)^2 = 0, a + b \neq 0, a \neq b$

(ii) $3x^2a^2 + 8abx + 4b^2 = 0, a \neq 0$

సాధన:

(i) $4\left(\frac{a - b}{a + b}\right), -4\left(\frac{a - b}{a + b}\right)$

(ii) $\frac{-2b}{a}, \frac{-2b}{3a}$

30. వర్గసమీకరణం $(k - 12) x^2 + 2 (k - 12) x + 2 = 0$ మూలాలు సమానమైన k విలువ కనుక్కోండి.

సాధన: దత్త వర్గసమీకరణం$(k - 12) x^2 + 2 (k - 12) x + 2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోలిస్తే $a = k - 12$; $b = 2(k - 12)$; $c = 2$

దీని మూలాలు సమానం అని ఇచ్చారు కాబట్టి వర్గసమీకరణం విచక్షణి $b^2 - 4ac = 0$ అవుతుంది.

$\Rightarrow (2(k - 12))^2 - 4 (k - 12) (2) = 0$

$\Rightarrow 4[(k - 12)^2 - 8(k - 12)] = 0$

$\Rightarrow (k - 12)^2 - 2(k - 12)= 0$

$\Rightarrow (k - 12) [k - 12 - 2]= 0$

$\Rightarrow (k - 14) (k - 12) = 0$

$\Rightarrow (k - 14)= 0$ లేదా $(k - 12) = 0$

$\Rightarrow k = 12$ లేదా $k = 14$.

31. $x^2 (a^2 + b^2) + 2x (ac + bd) + (c^2 + d^2) = 0$ వర్గసమీకరణానికి $ad \neq bc$ అయితే వాస్తవ మూలాలు ఉండవని చూపండి.

సాధన: ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం $x^2 (a^2 + b^2) + 2x (ac + bd) + (c^2 + d^2) = 0$

దీన్ని $Ax^2 + Bx + C = 0$ తో పోల్చగా

$A = a^2 + b^2$; $B = 2 (ac + bd)$; $C = c^2 + d^2$

విచక్షణి $(\Delta) = B^2 - 4AC$

$= [2(ac + bd)]^2 - 4 (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

$= 4(a^2 c^2 + b^2 d^2 + 2abcd) - 4 (a^2 c^2 + a^2 d^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2)$

$= 4 [a^2 c^2 + b^2 d^2 + 2abcd - a^2 c^2 - a^2 d^2 - b^2 c^2 - b^2 d^2]$

$= 4[- a^2 d^2 - b^2 c^2 + 2abcd]$

$= -4[a^2 d^2 + b^2 c^2 - 2(ad)(bc)]$

$= -4[(ad - bc)^2]$

sakshieducation.com

కానీ ad ≠ bc అని ఇచ్చారు

$\Rightarrow ad - bc \neq 0 \Rightarrow (ad - bc)^2 > 0$

$\therefore D = -4(ad - bc)^2 < 0 \ (\because (ad - bc)^2 > 0 \Rightarrow -(ad - bc)^2 < 0)$

కాబట్టి విచక్షణి $B^2 - 4AC < 0$ కాబట్టి దత్త సమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు.

32. $x^2 + 2cx + ab = 0$ మూలాలు వాస్తవాలు, అసమానాలు అయితే $x^2 - 2(a + b)x + a^2 + b^2 + 2c^2 = 0$ సమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవని చూపండి.

సాధన: దత్త వర్గసమీకరణాలు $x^2 + 2cx + ab = 0$ ---- (i)

$x^2 - 2(a + b)x + a^2 + b^2 + 2c^2 = 0$ ----(ii)

మొదటి వర్గసమీకరణం మూలాలు వాస్తవాలు,అసమానాలు. కాబట్టి విచక్షణి $B^2 - 4AC > 0$ కావాలి.

$\Rightarrow (2c)^2 - 4(1)(ab) > 0$

$\Rightarrow 4(c^2 - ab) > 0$

$\Rightarrow c^2 - ab > 0$

వర్గసమీకరణం (2) విచక్షణి

$B^2 - 4AC = (-2(a + b))^2 - 4(1)(a^2 + b^2 + 2c^2)$

$\Rightarrow 4[a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 - 2c^2]$

$\Rightarrow 4[2ab - 2c^2]$

$\Rightarrow 8(ab - c^2)$

$\Rightarrow -8(c^2 - ab) < 0 \quad (\because c^2 - ab > 0)$

విచక్షణి < 0 కాబట్టి రెండో వర్గసమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు ఉండవు.

sakshieducation.com

స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు:–

1. కింది సమీకరణాలు వర్గసమీకరణాలో కాదో చూడండి.

i. $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$
ii. $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

సాధన:

i. $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)$

$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 8 + 3x(2)^2 - 3x^2(2)$ $(\because (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2)$

$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 8 + 12x - 6x^2$

$\Rightarrow 6x^2 - 4x^2 - x - 12x + 1 + 8 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 9 = 0$

ఇది $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ రూపంలో ఉంది. కాబట్టి దత్త సమీ।। వర్గ సమీకరణం అవుతుంది

ii. $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

$\Rightarrow x^2 + x - 2x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$

$\Rightarrow -x - 2 - 2x + 3 = 0$

$\Rightarrow -3x + 1 = 0$

$\Rightarrow 3x - 1 = 0$

ఇది వర్గసమీకరణం కాదు.

2. కింది ఇచ్చిన వాటికి సరైనా వర్గ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

(i) రోహన్ తల్లి రోహన్ కంటే 26 సం।।లు పెద్దది. 3సం।।లు తర్వాత వారిద్దరి వయస్సుల లబ్ధం 360 అయితే రోహన్ ప్రస్తుత వయస్సు కనుక్కోండి.

సాధన: రోహన్ ప్రస్తుత వయస్సు = x సం।।లు అనుకొండి

అతని తల్లి ప్రస్తుత వయస్సు = (x + 26) సం।।లు

మూడు సం।।ల తర్వాత రోహన్ వయస్సు = (x + 3)

అతని తల్లి వయస్సు = x + 26 + 3 = x + 29

లెక్క ప్రకారం (x + 3) (x + 29) = 360

$\Rightarrow x^2 + 29x + 3x + 87 = 360$

$\Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$

(ii) 480 కి.మీ దూరాన్ని ఒక రైలు ఏకరీతి వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది. ఒక వేళ ఇదే రైలు ఇప్పటి వేగం కంటే 8కి.మీ తక్కువ వేగంతో ప్రయాణిస్తే గమ్యం చేరడానికి పట్టే కాలం 3 గం॥లు పెరుగుతుంది. అయితే రైలు వేగాన్ని కనుక్కోవడానికి కావలసిన వర్గ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన: రైలు ఏకరితి వేగం= x కి.మీ/గం

రైలు ప్రయాణించిన దూరం = 480 కి.మీ

ప్రయాణించిన కాలం = దూరం/వేగం = $\frac{480}{x}$

రైలు వేగం 8 కి.మీ/గం తగ్గితే, రైలు వేగం= x – 8 కి.మీ /గం

x – 8 కి.మీ/గం వేగంతో ప్రయాణించడానికి పట్టుకాలం $\frac{480}{x-8}$

రెండు సమయాలలో భేదం = 3 గం॥.

$$\frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$$

ఇదే రైలు వేగం కనుక్కోవడానికి కావలసిన వర్గసమీ॥.

3. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 27, వాటి లబ్దం 182 అయితే ఆ సంఖ్యలు కనుక్కోండి.

సాధన: కావలసిన సంఖ్యలు x, 27 – x అవుతుంది.

వాటి లబ్దం = 182 అని ఇచ్చారు. (రెండు సంఖ్యల మొత్తం = 27)

$\therefore x(27 - x) = 182$

$\Rightarrow 27x - x^2 = 182$

$\Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$

sakshieducation.com

$\Rightarrow x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$

$\Rightarrow x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 13)(x - 14) = 0$

$\Rightarrow (x - 13) = 0$ లేదా $(x - 14) = 0$

$\Rightarrow x = 13$ లేదా $x = 14$

$x = 13$ అయితే $27 - 13 = 14$ $x = 14$ అయితే $27 - 14 = 13$

$\therefore$ కావలసిన సంఖ్యలు 13, 14 అవుతాయి.

4. $\frac{2}{5}x^2 - x - \frac{3}{5} = 0$ అనే వర్గసమీకరణాన్ని కారణాంక పద్ధతిలో సాధించండి.

సాధన: ఇచ్చిన సమీకరణం $\frac{2}{5}x^2 - x - \frac{3}{5} = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x + x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(2x + 1) = 0$

$\Rightarrow (x - 3) = 0$ లేదా $(2x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 3$ లేదా $x = -1/2$

5. $9x^2 - 6ax + (a^2 - b^2) = 0$ ను కారణాంక పద్ధతిలో సాధించండి.

సాధన: $9x^2 - 6ax + (a^2 - b^2) = 0$

$\Rightarrow 9x^2 - 3(a + b)x - 3(a - b)x + (a^2 - b^2) = 0$

$\Rightarrow 3x[3x - (a + b)] - (a - b)[3x - (a + b)] = 0$

$\Rightarrow (3x - (a + b))(3x - (a - b)) = 0$

$\Rightarrow 3x - (a + b) = 0$ లేదా $3x - (a - b) = 0$

$\Rightarrow 3x = a + b$ లేదా $3x = a - b$

sakshieducation.com

$\Rightarrow x = \frac{a+b}{3}$ (or) $x = \frac{a-b}{3}$

6. ఒక సంఖ్య, దాని వ్యుత్క్రమాల మొత్తం $2\frac{1}{42}$ అయితే ఆ సంఖ్య కనుక్కోండి.

సాధన: కావలసిన సంఖ్య = x అనుకొండి

దాని వ్యుత్క్రమం = $\frac{1}{x}$ అవుతుంది

లెక్క ప్రకారం

$x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{42}$

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{85}{42}$

$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{85}{42}$

ఇరు వైపులా 42x తో గుణిస్తే

$42x^2 + 42 = 85x$

$\Rightarrow 42x^2 - 85x + 42 = 0$

$\Rightarrow 42x^2 - 49x - 36x + 42 = 0$

$\Rightarrow 7x(6x-7) - 6(6x-7) = 0$

$\Rightarrow (6x-7)(7x-6) = 0$

$\Rightarrow (6x-7) = 0$ లేదా $(7x-6) = 0$

$\Rightarrow x = 7/6$ లేదా $x = 6/7$

$\therefore$ కావలసిన సంఖ్య 7/6 లేదా 6/7.

7. $2x^2 - 7x + 3 = 0$ వర్గసమీకరణ మూలాలు వర్గాన్నీ పూర్తి చేయడం ద్వారా కనుక్కోండి.

సాధన: వర్గసమీకరణం $2x^2 - 7x + 3 = 0$

ఇరువైపులా 2 తో భాగిస్తే

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{2}x = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{4} = -\frac{3}{2}$$

ఇరువైపులా $\left(\frac{7}{4}\right)^2$ తో కూడితే

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{4} + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16} = \frac{-24 + 49}{16} = \frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \pm\frac{5}{4}$$

$$\therefore x = \pm\frac{5}{4} + \frac{7}{4} \Rightarrow x = -\frac{5}{4} + \frac{7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{7}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, 3$$

8. $x + \frac{1}{x} = 3$ మూలాలు వర్గసమీకరణ సూత్రం ద్వారా కనుక్కోండి.

సాధన: $x + \frac{1}{x} = 3$

ఇరువైపులా 'x' తో గుణించగా

$\Rightarrow x^2 + 1 = 3x$

$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

దీన్ని $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = 1, b = -3, c = 1$

విచక్షణి $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(1) = 9 - 4 = 5 > 0$

$D > 0$ కాబట్టి వాస్తవ మూలాలు వ్యవస్థితం

sakshieducation.com

$\therefore\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{5}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ (or) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

9. $kx(x-2)+6=0$ వర్గసమీకరణానికి రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు ఉన్నట్లయితే k విలువ కనుక్కోండి.

సాధన: దత్త సమీకరణం $kx(x-2)+6=0$

$\Rightarrow kx^2 - 2kx + 6 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a = k,\ b = -2k,\ c = 6$

విచక్షణి $b^2 - 4ac = 0$ అయితే వర్గసమీకరణం సమాన వాస్తవ మూలాలు కలిగి ఉంటుంది. కాబట్టి దత్త సమీకరణం విచక్షణి = $(-2k)^2 - 4(k)(6) = 0$

$\Rightarrow 4k^2 - 24k = 0$

$\Rightarrow 4k(k-6) = 0$

$\Rightarrow k = 0$ లేదా $k - 6 = 0$

$\Rightarrow k = 0$ లేదా $k = 6$ అవుతుంది

(i) $K = 0$ అయినట్లయితే సమీ॥ $0.x(x-2)+6=0 \Rightarrow 6 = 0$. ఇది వర్గసమీకరణాన్ని సూచించదు. కాబట్టి $k \neq 0$.

$K = 6$ అవుతుంది.

10. $x^2 + px - 4 = 0$ వర్గసమీకరణం మూలం -4, $x^2 + px + k = 0$ వర్గసమీకరణం సమాన మూలాలు కలిగి ఉన్నట్లయితే 'k' విలువ కనుక్కోండి.

సాధన: దత్త వర్గ సమీకరణాలు

$x^2 + px - 4 = 0$ ----(1)

$x^2 + px + k = 0$ ----(2)

-4 అనేది మొదటి వర్గ సమీ॥ మూలం అవుతుంది. కాబట్టి దాన్ని తృప్తిపరుచును.

$\Rightarrow (-4)^2 + p(-4) - 4 = 0$

$\Rightarrow 16 - 4p - 4 = 0$

$\Rightarrow 12 - 4p = 0$

$\Rightarrow 4p = 12$

$\Rightarrow p = 3$

p = 3 ని సమీ।। (2) లో ప్రతిక్షేపించగా

ఈ వర్గ సమీకరణం $x^2 + 3x + k = 0$ సమాన మూలాలు కలిగి ఉందని ఇచ్చారు. విచక్షణి $b^2 - 4ac = 0$ అవుతుంది.

$\Rightarrow (3)^2 - 4(1)(k) = 0$

$\Rightarrow 9 - 4k = 0$

$\Rightarrow 4k = 9$

$\Rightarrow k = 9/4$

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు:

1. కింది వాటిలో వర్గసమీకరణం కానిది [ ]

A) $(x-2)^2 + 1 = 2x - 3$ B) $x(x+1) + 8 = (x+2)(x-2)$

C) $x(2x+3) = x^2 + 1$ D) $(x+2)^3 = x^3 - 4$

2. కింది వాటిలో వర్గసమీకరణం [ ]

A) $(x+1)^2 = 2(x-3)$ B) $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

C) $x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$ D) $x^4 - 1 = 0$

3. ఒక సంఖ్య, దాని వ్యుత్క్రమాల మొత్తం $\frac{50}{7}$ అయితే ఆ సంఖ్య. [ ]

A) $\frac{1}{7}$ B) 5 C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$

sakshieducation.com

4. $3x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ మూలాలు [ ]

A) $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{-2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}$ C) $\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}}$

5. కింది వాటిలో $\frac{1}{5}$ ఒక మూలంగా గల వర్గ సమీకరణం [ ]

A) $35x^2-2x-1=0$ B) $2x^2-7x-6=0$

C) $10x^2-3x-1=0$ D) $35x^2+12x+1=0$

6. $x^2-2x+1=0$ అయితే $x+\frac{1}{x}=$ _______ [ ]

A) 0 B) 2 C) 1 D) ఏదీ కాదు

7. $3x^2+(k-1)x+9=0$ కు సాధన 3 అయితే k విలువ _______ [ ]

A) 11 B) –11 C) 13 D) –13

8. $x^2-2x-(r^2-1)=0$ మూలాలు _______ [ ]

A) $1-r, -r-1$ B) $1-r, r+1$ C) $1, r$ D) $1-r, r$

9. $3x^2-7x+11=0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల మొత్తం. [ ]

A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{-7}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{3}{7}$

10. $\frac{x^2-8}{x^2+20}=\frac{1}{2}$ సమీకరణం మూలాలు _______ [ ]

A) ± 3 B) ± 2 C) ± 6 D) ± 4

11. $\frac{9}{x^2-27}=\frac{25}{x^2-11}$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు _______ [ ]

A) ± 3 B) ± 4 C) ± 6 D) ± 5

12. $\sqrt{2x^2+9}=9$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు_______ [ ]

A) $x=6$ B) $x=\pm 6$ C) $x=-6$ D) 0

sakshieducation.com

13. కింది వాటిలో మూలాల లబ్ధం 4 గల వర్గసమీకరణం. [ ]

A) $x^2 + 4x + 4 = 0$ B) $x^2 + 4x - 4 = 0$

C) $-x^2 + 4x + 4 = 0$ D) $x^2 + 4x - 24 = 0$

14. 2, −1 లు మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం [ ]

A) $x^2 + 2x - 2 = 0$ B) $x^2 + x + 2 = 0$

C) $x^2 - 2x + 2 = 0$ D) $x^2 - x - 2 = 0$

15. $3x^2 + (2k + 1)x - (k+5) = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల మొత్తం, మూలాల లబ్ధం సమానం అయితే k విలువ [ ]

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

16. $kx^2 - 7x + 3 = 0$ వర్గ సమీకరణం ఒక మూలం 3 అయితే k విలువ [ ]

A) – 2 B) 2 C) 3 D) – 3

17. $x^2 - ax + b = 0$ వర్గసమీకరణం మూలాల భేదం 1 అయితే కింది వాటిలో ఏది నిజం? [ ]

A) $a^2 - 4b = 0$ B) $a^2 - 4b = -1$ C) $a^2 - 4b = 1$ D) $a^2 - 4b = 4$

18. –3, –4లు మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం [ ]

A) $x^2 - 4x + 1 = 0$ B) $x^2 + 4x - 1 = 0$

C) $x^2 + 7x + 12 = 0$ D) $x^2 - 2x - 3 = 0$

19. $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం ఒక మూలం, ఇంకొక మూలానికి గుణకార విలోమం అయితే నియమం [ ]

A) a = c B) a = b C) b = c D) a + b + c = 0

20. $\frac{x}{p} = \frac{p}{x}$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు________ [ ]

A) ±p B) p, 2p C) –p, 2p D) –p, – 2p

21. $12x^2 + mx + 5 = 0$ వర్గసమీకరణం మూలాలు వాస్తవాలు, సమానాలు అయితే m విలువ [ ]

A) $8\sqrt{15}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $4\sqrt{15}$ D) $10\sqrt{5}$

22. కింది వాటిలో సమాన మూలాలు గల వర్గ సమీకరణం [ ]

A) $x^2 + 6x + 5 = 0$ B)) $x^2 - 8x + 16 = 0$

C) $6x^2 - x - 2 = 0$ D) $10x - \frac{1}{x} = 3$

23. $x^2 - 4x + a = 0$ వర్గ సమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు లేనట్లయితే కింది వాటిలో ఏది నిజం? [ ]

A) $a < 4$ B) $a \leq 4$ C) $a < 2$ D) $a > 4$

24. $7\sqrt{3}x^2 + 10x - \sqrt{3} = 0$ వర్గ సమీకరణం విచక్షణి [ ]

A) 142 B) $\frac{-10}{7\sqrt{3}}$ C)184 D) 26

25. $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots\ldots\ldots}}}$ విలువ [ ]

A) 4 B) 3 C) -2 D) 3.5

సమాధానాలు

1. B	2. A	3. A	4. C	5. B	6. B	7. B
8. B	9. C	10. C	11. C	12. B	13. A	14. D
15. C	16. B	17. C	18. C	19. A	20. A	21. C
22. B	23. D	24. C	25. B			

sakshieducation.com

ఖాళీలు పూరించండి

1. వర్గ సమీకరణం సాధారణ రూపం _________

2. ఒక సంఖ్య, దాని గుణకార విలోమాల మొత్తం $\frac{5}{2}$, దీన్ని సూచించే సమీకరణం _________

3. "రెండు వరుస సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం 25", దీన్ని సూచించు సమీకరణం _________.

4. ఒక వర్గ సమీకరణం ఒక మూలం $7 - \sqrt{3}$ అయితే రెండో మూలం _________

5. $5x^2 - 3x - 2 = 0$ విచక్షణి _________

6. $x^2 - 5x + 6 = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు _________

7. $x = 1$ అనేది $ax^2 + ax + 3 = 0$, $x^2 + x + b = 0$ వర్గ సమీకరణాలకు ఉమ్మడి మూలం అయితే $ab=$ _________

8. $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం విచక్షణి '2' అయితే మూలాల స్వభావం _________

9. $\sqrt{2}x^2 - 3x + 5\sqrt{2} = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల లబ్ధం _________

10. $4x^2 - 12x + 9 = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల స్వభావం _________

11. $x^2 - bx + 1 = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు వాస్తవాలు కాకపోతే నియమం _________

12. $x^2 - (k + 6)x + 2(2k - 1) = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల మొత్తం, మూలాల లబ్ధంలో సగం ఉన్నట్లయితే k విలువ _________

13. $4x^2 - 2x + (\lambda - 4) = 0$ వర్గ సమీకరణం ఒక మూలం, రెండో దాని గుణన విలోమం అయితే λ =_________

14. $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ అయితే $b^2 =$ _________

15. $(a^2 + b^2)x^2 - 2b(a + c)x + (b^2 + c^2) = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు సమానం అయితే $b^2 =$ _________

16. $-3, -4$లు మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణం _________

17. $b^2 - 4ac < 0$ అయితే $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం మూలాల స్వభావం _________

సమాధానాలు

1. $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

2. $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

3. $x^2 + (x - 1)^2 = 25$

4. $7 + \sqrt{3}$

5. 49

6. 2, 3

7. 3

8. వాస్తవాలు, సమానాలు

9. 5

10. వాస్తవాలు, సమానాలు

11. $b^2 - 4 < 0$ (or) $b^2 < 4$ (or) $-2 < b < 2$

12. 7

13. 8

14. $a^2 + 2ac$

15. ac

16. $x^2 + 7x + 12 = 0$

17. వాస్తవాలు కాదు, కల్పితాలు.

sakshieducation.com