

Mathematics - Paper-I A (First year)

Time: 3 Hours

Max.Marks: 75

సెక్షన్ - ఎ

I. అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 2 మార్కులు. అన్నీ అతి స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు. $10 \times 2 = 20 M$

1. $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ వ్యాప్తి కనుగొనండి.

2. $f(x) = 2, g(x) = x^2, h(x) = 2x$ అయితే $x \in R$ అయినప్పుడు $((fo(goh))(x))$ విలువ ఎంత?

3. ఒక పుస్తక దుకాణంలో పది డజన్ల రసాయన శాస్త్ర, ఎనిమిది డజన్ల భౌతిక శాస్త్ర, పది డజన్ల ఆర్థికశాస్త్ర పుస్తకాలు ఉన్నాయి. వాటి అమ్మకం ధరలు రూ. 80, రూ. 60, రూ.40. ఈ పుస్తకాలను అమ్మినప్పుడు దుకాణదారులకు ఎంత మొత్తం వస్తుందో మాత్రికా పద్ధతిలో కనుగొనండి.

4. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 7 \\ -x & -7 & 0 \end{bmatrix}$ సౌష్ఠవ మాత్రిక అయితే x విలువ ఎంత?

5. $4\bar{i} + \frac{2p}{3}\bar{j} + p\bar{k}$, $\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ లు సమాంతరంగా ఉంటే P విలువ ఎంత?

6. $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = 3\bar{i} + \bar{j}$, అయితే $\bar{a} + \bar{b}$ దిశలో యూనిట్ సదిశను తెలపండి.

7. $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ అయితే \bar{a} పై \bar{b} విక్షేపకం ఎంత?

8. $\sin^2 82^\circ \frac{1}{2} - \sin^2 22^\circ \frac{1}{2}$ విలువ?

9. $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ఆవర్తనం ఎంత?

10. $\cosh^4 x - \sinh^4 x = \cosh(2x)$ అని నిరూపించండి.

సెక్షన్ - బి

II. ఏవైనా అయిదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 4 మార్కులు. అన్నీ స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు. $5 \times 4 = 20$

11. $\begin{vmatrix} a^2 + 2a & 2a + 1 & 1 \\ 2a + 1 & a + 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (a-1)^3$ అని నిరూపించండి.

12. సదిశా పద్ధతిలో సరళరేఖ అంతరఖండ రూపం $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ అని నిరూపించండి.

13. (1, 2, 1), (3, 2, 5), (2, 1, 0), (1, 0, 1) లతో ఏర్పడే టెట్రాహెడ్రన్ ఘన పరిమాణం ఎంత?

14. $A+B = \pi/4$ అయితే $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ అని నిరూపించండి.

15. $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$ అని చూపండి.
 $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \cos x\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \sin x\right)$, అయితే

16. $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{77}{85}\right)$ అని నిరూపించండి.

17. $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta}$ అని నిరూపించండి.

సెక్షన్ - సి

III. ఏవైనా అయిదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 7 మార్కులు. ద్వీధ సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 7 = 35 M

18. $f:A \rightarrow B, g:B \rightarrow C$ ద్వీగుణ ప్రమేయాలయితే $(gof)^{-1} = f_0^{-1} g^{-1}$ అని చూపండి.

19. గణితానుగమన సిద్ధాంతం ప్రకారం $1.3 + 3.5 + 5.7 + \dots n$ పదాలు $= \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}$ అని చూపండి.

20. $5x - 6y + 4z = 15$

$7x + 4y - 3z = 19$

$2x + y + 6z = 46$ మాత్రిక విలోమ పద్ధతిలో సాధించండి.

21. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} 2bc - a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ca - b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab - c^2 \end{vmatrix} = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)^2$ అని నిరూపించండి.

22. $\vec{r} = (6\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) + t(\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}), \vec{r} = (-4\vec{i} - \vec{k}) + s(3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})$ ల మధ్య కనిష్ట దూరం కనుగొనండి.

23. $A+B+C = \pi$ అయితే $\cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2} = 4 \cos \frac{\pi-A}{4} \cos \frac{\pi-B}{4} \cos \frac{\pi-C}{4}$ అని నిరూపించండి.

24. $a^3 \cos(B-C) + b^3 \cos(C-A) + c^3 \cos(A-B) = 3abc$ అని నిరూపించండి.