

Total No. of Questions : 24
Total No. of Printed Pages : 4

Regd.
No.

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Part-III

MATHEMATICS, Paper - I (A)

(Telugu version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

గమనిక : ఈ ప్రశ్నాప్రతంలో A, B, C అను మూడు సెక్షన్లు కలవు.

SECTION - A

10×2=20

I. అతి స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ను $f(x) = \frac{2x+1}{3}$ గా నిర్వచిస్తే అన్వేషకం అవుతుందా ? పరీక్షించండి.

2. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం వ్యాప్తి కనుక్కోండి.

3. ఒక 3×2 మాత్రిక మూలకాలు $a_{ij} = \frac{1}{2}|i-3j|$ గా నిర్వచిస్తే, ఆ మాత్రికను నిర్ణీయించండి.

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ మాత్రిక కోటి కనుక్కోండి.

5. $a = 2i + 5j + k$, $b = 4i + mj + nk$ లు సరేఖీయ సదిశలైతే m, n లను కనుక్కోండి.
6. OABC సమాంతర చతుర్భుజంలో $OA = a$, $OC = c$ అయితే, BC రేఖ సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
7. $r \cdot (2i - j + 2k) = 3$, $r \cdot (3i + 6j + k) = 4$ తలాల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.
8. $\tan(x + 4x + 9x + \dots + n^2x)$, (n ధన పూర్ణాంకం) ప్రమేయం ఆవర్తనం కనుక్కోండి.
9. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, అయితే $\cos 3\alpha$ విలువను గణించండి.
10. ప్రతి $n \in \mathbb{R}$ కు $(\cosh x - \sinh x)^n = \cosh (nx) - \sinh (nx)$ అని నిరూపించండి.

SECTION - B

5x4=20

II. స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $x + y + z = 1$, $2x + y + z = 2$, $x + 2y + 2z = 1$
సమీకరణ వ్యవస్థ సంగతమో, కాదో పరీక్షించండి. సంగతమైతే పూర్తిగా సాధించండి.

12. a, b, c లు అతలీయ సదిశలైతే ఈ కింది నాలుగు బిందువులు సతలీయాలని చూపండి.
 $6a + 2b - c$, $2a - b + 3c$, $-a + 2b - 4c$, $-12a - b - 3c$

13. $(1, 2, 1)$, $(3, 2, 5)$, $(2, -1, 0)$, $(-1, 0, 1)$ శీర్షాలుగా గల చతుర్భుజి ఘనపరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

14. $0 < A < B < \frac{\pi}{4}$, $\sin(A+B) = \frac{24}{25}$, $\cos(A-B) = \frac{4}{5}$ అయితే $\tan 2A$ విలువను కనుక్కోండి.

15. $a \cos 2\theta + b \sin 2\theta = c$ సమీకరణానికి θ_1, θ_2 లు సాధనలు.

$\tan \theta_1 \neq \tan \theta_2$, $a + c \neq 0$ అయితే,

(i) $\tan \theta_1 + \tan \theta_2$ (ii) $\tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2$ విలువలు కనుక్కోండి.

16. $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + 2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ అని చూపండి.

17. $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta}$ అని చూపండి.

SECTION - C

5×7=35

III. దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f = \{(1, a), (2, c), (4, d), (3, b)\}$,

$g^{-1} = \{(2, a), (4, b), (1, c), (3, d)\}$, అయితే

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ అని చూపండి.

19. గణితానుగమన పద్ధతినీ ఉపయోగించి ప్రతి $n \in \mathbb{N}$ కు

$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + (n \text{ పదాల వరకు}) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$ అని చూపండి.

20.
$$\begin{vmatrix} x-2 & 2x-3 & 3x-4 \\ x-4 & 2x-9 & 3x-16 \\ x-8 & 2x-27 & 3x-64 \end{vmatrix} = 0$$
 అయితే x విలువ కనుక్కోండి.

21. కింది సమీకరణ వ్యవస్థను క్రేమర్ నియమం పద్ధతిలో సాధించండి.

$$x - y + 3z = 5, \quad 4x + 2y - z = 0, \quad -x + 3y + z = 5.$$

22. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{d} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$,
అయితే $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d})|$ ను గణన చేయండి.

23. $A + B + C = \pi$ అయితే

$$\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{C}{2} = 2 \left(1 + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} \right) \text{ అని చూపండి.}$$

24. $r_1 = 2$, $r_2 = 3$, $r_3 = 6$, $r = 1$, అయితే
 $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ అని నిరూపించండి.