

గడియారాలు (Clocks)

గడియారంలో చిన్నముల్లును గంటల ముల్లు అని, పెద్ద ముల్లును నిమిషాల ముల్లు అని అంటారు.

★ పెద్దముల్లు 360° ల కోణం(పూర్తి భ్రమ ణం) చేయడానికి పట్టేకాలం 60 నిమి షాలు.

★ పెద్దముల్లు 1 నిమిషంలో తిరిగే కోణం $= \frac{360}{60} = 6^{\circ}$

★ చిన్నముల్లు 360° కోణం (పూర్తి భ్రమ ణం) చేయడానికి పట్టేకాలం 12 గంటలు

★ చిన్నముల్లు 1 గంటలో (60ని.) తిరిగే కోణం $= \frac{360}{12} = 30^{\circ}$

$$1 \text{ నిమిషంలో తిరిగే కోణం} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}^{\circ}$$

★ ప్రతి నిమిషానికి పెద్దముల్లు, చిన్నముల్లు కంటే $5\frac{1}{2} \left(6 - \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} \right)$ ఎక్కువ తిరుగుతుంది.

★ పెద్ద ముల్లు, చిన్నముల్లుల సాపేక్ష వేగం $= 5\frac{1}{2}^{\circ}$

★ పెద్దముల్లు, చిన్నముల్లుల వేగాల నిష్పత్తి $6 : \frac{1}{2} = 12 : 1$

★ రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం $\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right|$ H = గంటలు, m = నిమిషాలు,

★ ప్రతి గంటకు రెండుసార్లు, ఒక రోజులో 44 సార్లు రెండు ముల్లులు లంబంగా (90°) ఉంటాయి.

★ ప్రతి గంటకు ఒకసారి, ఒక రోజులో (24 గంటల్లో) 22 సార్లు రెండు ముల్లులు ఏకీభవిస్తాయి (0°).

★ ప్రతిగంటకు ఒకసారి, ఒక రోజులో (24 గంటల్లో) 22 సార్లు రెండు ముల్లులు వ్యతిరేక దిశలో సరళకోణం (180°)ను ఏర్పరుస్తాయి.

★ నిజ సమయం = 12-ప్రతిబింబ సమయం.

కొన్ని ఉదాహరణలు

1. ఈ కింది గడియారపు ముల్లుల మధ్య కోణం కనుక్కోండి?

i) 2 గం. 35 ని. ii) 5 గం. 20 ని.

జ. **Shortcut Method:**

i) 2 గం. 35 ని.

H= 2, m= 35

$$\text{రెండు ముల్లుల మధ్యకోణం } \theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right| = \left| 30 \times 2 - \frac{11}{2} \times 35 \right|$$

$$= \left| 60 - \frac{385}{2} \right| = \left| \frac{120 - 385}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{-265}{2} \right| = \frac{265}{2} = 132 \frac{1}{2}$$

ii) 5 గం. 20 ని.

$$H = 5, m = 20$$

$$\text{రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం } \theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right|$$

$$= \left| 30 \times 5 - \frac{11}{2} \times 20 \right| = |150 - 110| = 40^\circ$$

2. 3,4 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు ఎప్పుడు కలిసి ఉంటాయి?

ఎ) 3 గం. $12 \frac{4}{11}$ ని. బి) 3 గం. $14 \frac{4}{11}$ ని. సి) 3 గం. $16 \frac{4}{11}$ ని. డి) 3 గం. $18 \frac{4}{11}$ ని.

జ. **Shortcut Method - 1:**

రెండు ముల్లులు కలిసి ఉంటే $\theta = 0^\circ$

3, 4 గంటల మధ్య ఎప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం 0° ఉంటుందో కనుక్కోవాలి. $H = 3$ తీసుకొని m ను కనుక్కోవాలి.

$$\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right| \text{ నుంచి}$$

$$0^\circ = \left| 30 \times 3 - \frac{11}{2}m \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{90 - 11}{2}m \right| = 0 \Rightarrow \frac{90 - 11}{2}m = 0$$

$$\Rightarrow \frac{11}{2}m = 90$$

$$\Rightarrow m = 90 \times \frac{2}{11} = \frac{180}{11} = 16 \frac{4}{11}$$

$$m = 16 \frac{4}{11} \text{ నిమిషాలు}$$

3, 4 గంటల మధ్య 3 గంటల $16 \frac{4}{11}$ నిమిషాలకు రెండు ముల్లులు ఏకీ భవిస్తాయి.

Shortcut Method - 2:

$x, x+1$ గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు

x గంటల $\frac{60x}{11}$ నిమిషాలకు ఏకీభవిస్తాయి.

ఇచ్చిన సమస్యలో x = 3 గంటలు,

x+1 = 4 గంటలు.

3 గంటల $\frac{60 \times 3}{11}$ నిమిషాలు

3 గంటల $\frac{180}{11}$ నిమిషాలు

= 3 గంటల $16\frac{14}{11}$ నిమిషాలు

3. 4,5 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు లంబం గా ఎప్పుడు ఉంటాయి.

ఎ) 4 గం $5\frac{5}{11}$ ని॥ బి) 4 గం $38\frac{2}{11}$ ని॥ సి) ఎ, బిలు రెండూ నిజం డి) ఏదీకాదు

జ. **Shortcut Method - 1:**

$\theta = 90^\circ$, H = 4గం, m = ?

$\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right|$ నుంచి

$90^\circ = \left| 30 \times 4 - \frac{11}{2}m \right|$

$\left| 120 - \frac{11}{2}m \right| = 90$

$\Rightarrow 120 - \frac{11}{2}m = \pm 90$

$\Rightarrow 120 \pm 90 = \frac{11}{2}m$

$\frac{11}{2}m = 210$ లేదా $\frac{11}{2}m = 30$

$m = 210 \times \frac{2}{11}$ లేదా $m = 30 \times \frac{2}{11}$

$m = \frac{420}{11}$ లేదా $m = \frac{60}{11}$

$m = 38\frac{2}{11}$ లేదా $m = 5\frac{5}{11}$

\therefore 4, 5 గంటల మధ్య 4 గం $5\frac{5}{11}$ నిమిషాలకు లేదా 4 గం $38\frac{2}{11}$ నిమిషాలకు రెండు ముల్లులు లంబంగా

ఉంటాయి.

Shortcut Method - 2:

$x, x + 1$ గంటల మధ్య x గంటల $(5x \pm 15) \times \frac{12}{11}$ ని.లకు రెండు ముల్లులు అంబంగా ఉంటాయి.

ఇచ్చిన సమస్యలో $x = 4, x + 1 = 5$

$$(5x \pm 15) \times \frac{12}{11} \quad (5 \times 4 \pm 15) \times \frac{12}{11}$$

$$= (20 \pm 15) \times \frac{12}{11} \quad \text{లేదా} \quad 35 \times \frac{12}{11} \quad \text{లేదా} \quad 5 \times \frac{12}{11} = \frac{420}{11}$$

$$\text{లేదా} \quad \frac{60}{11} = 38 \frac{2}{11} \text{ ని. లేదా} \quad 5 \frac{5}{11} \text{ ని.}$$

4, 5 గంటల మధ్య 4 గం $5 \frac{5}{11}$ ని.లకు లేదా 4 గం $38 \frac{2}{11}$ ని. లకు రెండు ముల్లులు అంబంగా ఉంటాయి.

Shortcut Method - 3:

జవాబుల నుంచి సాధించవచ్చు.

ఎ) 4 గం $5 \frac{5}{11}$ ని.

బి) 4 గం $60/11$ ని.

$H = 4, m = 60/11$

$$\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right| \text{ నుంచి}$$

$$= \left| 30 \times 4 - \frac{11}{2} \times \frac{60}{11} \right| = |120 - 30| = 90^\circ$$

$\theta = 90^\circ$ సరైన జవాబు (అంబంగా ఉండాలి)

∴ జవాబు ఎ) సరైనది. జవాబు బి) ను పరిశీలిస్తే అది కూడా సరైనది

∴ సరైన జవాబు సి.

4. 7,8 గంటల మధ్య ఎప్పుడు రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖలో ఉంటాయి.

ఎ) 7 గం $5 \frac{5}{11}$ ని.

బి) 7 గం $6 \frac{5}{11}$ ని.

సి) 7 గం $7 \frac{5}{11}$ ని.

డి) 7 గం $8 \frac{5}{11}$ ని.

జ. Shortcut Method - 1:

$$\theta = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right| \text{ లో } \theta = 180^\circ$$

$H = 7$ తీసుకొని సమస్యను సాధించ వచ్చు.

Shortcut Method - 2:

$x, x+1$ గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖలో ఉండే సమయం.

i) $x < 6$ అయితే x గంటల $(5x+30) \times \frac{12}{11}$ ని.

ii) $x > 6$ అయితే x గంటల $(5x - 30) \times \frac{12}{11}$ ని.

ఇచ్చిన సమస్య నుంచి $x = 7 > 6$ కాబట్టి 7, 8 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖలో ఉండే సమయం

= x గంటల $(5x - 30) \times \frac{12}{11}$ నిమిషాలు

= 7 గం. $(5 \times 7 - 30) \times \frac{12}{11}$ నిమిషాలు

= 7 గం. $5 \times \frac{12}{11}$ ని. = 7 గం. $\frac{60}{11}$ ని.

= 7 గం. $5 \frac{5}{11}$ ని.

Shortcut Method - 3:

జవాబుల నుంచి సాధించవచ్చు.

$\theta = 180^\circ$ రావాలి

5. 3, 4 గంటల మధ్య ఎప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్యకోణం 20° ఉంటుంది?

- ఎ) 3 గం. $12 \frac{8}{11}$ ని. బి) 3 గం. 20 ని. సి) ఎ, బి, లు రెండూ నిజం డి) ఏదీకాదు

జ. $\theta = 20^\circ$ ఉండాలి.

ఎ) 3 గం. $12 \frac{8}{11}$ ని.

= 3 గం. $\frac{140}{11}$ ని. లో $H = 3, m = \frac{140}{11}$

$\left| 30H - \frac{11}{2}m \right| = \left| 30 \times 3 - \frac{11}{2} \cdot \frac{140}{11} \right|$

= $|90 - 70| = 20^\circ = \theta$

కాబట్టి ఎ) సరైనది.

బి) 3 గం. 20 ని. లో $H = 3, m = 20$

$\left| 30H - \frac{11}{2}m \right| = \left| 30 \times 3 - \frac{11}{2} \times 20 \right|$

= $|90 - 110| = 20^\circ = \theta$

కాబట్టి బి) సరైంది. సరైన జవాబు సి) ఎ, బి,లు రెండూ నిజం.

మాదిరి ప్రశ్నలు

1. మిట్టమధ్యాహ్నం గడియారం నడవడం ప్రారంభించింది. 5 గంటల 10 ని.లకు చిన్నముల్లు తిరిగిన కోణం?
ఎ) 145° బి) 150° సి) 155° డి) 160°
2. 4 గంటల 20 నిమిషాలు అయినప్పుడు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం?
ఎ) 0° బి) 10° సి) 5° డి) 20°
3. ఒక గోడ గడియారంలో 5 గంటలప్పుడు నిమిషాలు, గంటల ముల్లుల మధ్య కోణం?
ఎ) 90° బి) 120° సి) 150° డి) 165°
4. పెద్దముల్లు, చిన్నముల్లు కంటే 11° ఎక్కువ తిరగడానికి పట్టే కాలమెంత?
ఎ) 1 ని. బి) 2 ని. సి) 3ని. డి) 4 ని.
5. ఒక రోజులో గడియారంలోని ముల్లులు ఒక దానితో ఒకటి ఎన్నిసార్లు ఏకీభవిస్తాయి?
ఎ) 1 బి) 2 సి) 22 డి) 44
6. 9, 10 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు ఏకీభవింపే సమయం?
ఎ) 9గం. 45 ని. బి) 9గం. 50 ని. సి) 9గం. $49\frac{1}{11}$ ని. డి) 9గం. $48\frac{2}{11}$ ని.
7. 4, 5 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు అభిముఖంగా ఉండే సమయం?
ఎ) 4 గం. 45 ని. బి) 4గం. $50\frac{4}{11}$ ని. సి) 4గం. $54\frac{6}{11}$ ని. డి) ఏదీకాదు
8. 5.30, 6గంటల మధ్య గడియారం ముల్లులు ఏ టైములో లంబంగా ఉంటాయి?
ఎ) 5 గం. $43\frac{5}{11}$ ని. బి) 5 గం. $43\frac{7}{11}$ ని. సి) 5 గం. $41\frac{5}{11}$ ని. డి) ఏదీకాదు

సమాధానాలు

- 1) సి 2) బి 3) సి 4) బి 5) సి 6) సి 7) సి 8) బి