ఎస్‌జీటీ: మ్యాథమెటిక్స్ - కంటెంట్

అంకగణితం ప్రిపరేషన్ ప్లాన్

సెకండరీ గ్రేడ్ టీచర్ల ఉద్యోగ నియామకాల కోసం నిర్వహించే డీఎస్సీ రాతపరీక్షలో గణితం కంటెంట్ విభాగంలోని అంకగణితం(అరిథ్‌మెటిక్)పాఠ్యాంశం చాలా ముఖ్యమైంది. దీన్నుంచి ఎక్కువ ప్రశ్నలు వస్తున్నాయి. అందువల్ల అభ్యర్థులు ఈ పాఠ్యాంశంపై పూర్తిస్థాయిలో పట్టుసాధించాలి.

సిలబస్: అంకగణితం పాఠ్యాంశంలోని ప్రతి అంశానికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధన చేయాల్సి ఉంటుంది.

1. దూరమానం, తులామానం, కొలమానం, ద్రవ్యమానం, కాలమానం, నిత్య జీవితంలో వీటి ఉపయోగాలు.
2. ఏకవస్తు మార్గం
3. నిష్పత్తి – అనుపాతం, విలోమానుపాతం
4. శాతం, లాభనష్టాలు, డిస్కౌంట్
5. బారువడ్డీ, చక్రవడ్డీ
6. సరాసరి, భాగస్వామ్యం
7. కాలం – దూరం, కాలం – పని
8. కేలండర్, గడియారాలు

చదవాల్సిన పుస్తకాలు:

- 4వ తరగతి నుంచి 8వ తరగతి వరకు తెలుగు అకాడమీ గణిత పాఠ్య పుస్తకాలు.
- సమస్యల సాధనకు ఆర్ఎస్ అగర్వాల్ అరిథ్‌మెటిక్ పుస్తకం.
- సమస్యలను సాధించేటప్పుడు ఉపయోగించే సంక్షిప్త (షార్ట్‌కట్స్) పద్ధతులకు Tyra & Tyra పబ్లికేషన్స్ వారి 'క్వికర్ మ్యాథ్స్' పుస్తకం.

ప్రిపరేషన్ విధానం

- విద్యార్థులు మొదట 4వ తరగతి నుంచి 8వ తరగతి వరకు ఉన్న అకాడమీ గణిత పాఠ్యపుస్తకాల్లోని అంకగణితానికి సంబంధించిన అన్ని చాప్టర్లలోని సమస్యలను సాధన చేయాలి. అన్ని భావనలు, సూత్రాలను త్వరగా నేర్చుకొని రెండు లేదా మూడు సార్లు రివిజన్ చేసుకోవాలి.
- ముఖ్యంగా లాభనష్టాలు, బారువడ్డీ, చక్రవడ్డీ, కాలం–పని, కాలం–దూరం, గడియారాలు అధ్యాయాలపై ఎక్కువ దృష్టిసారించాలి. ప్రతి అధ్యాయం నుంచి ప్రశ్నలు వస్తాయి.
- గత ప్రశ్నపత్రాలను పరిశీలిస్తే ఏ అధ్యాయం నుంచి ఎక్కువగా ప్రశ్నలు వస్తున్నాయో గుర్తించవచ్చు. ప్రశ్నల కాఠిన్యతపై కూడా అవగాహన ఏర్పడుతుంది. ఈ మేరకు ప్రిపరేషన్ ప్రణాళికను సిద్ధం చేసుకోవాలి.
- ప్రశ్నల స్థాయిని గమనిస్తే ఎస్‌జీటీ పరీక్షలో ప్రశ్నలు తేలిగ్గానే వస్తున్నాయి. కాబట్టి విద్యార్థులు లోతుగా ప్రిపరేషన్ కొనసాగించాల్సిన అవసరం లేదు. అనవసరమైన సమస్యల జోలికి పోకూడదు.
- సమస్యలను సాధించేటప్పుడు షార్ట్‌కట్స్‌ను ఉపయోగిస్తూ వీలైనంత త్వరగా సమాధానాలు రాబట్టేందుకు ప్రయత్నించాలి.
- మార్కెట్లో లభించే ప్రామాణిక పుస్తకంపై ఆధారపడాలి.
- వీలైనన్ని మోడల్ పేపర్లు సాధన చేయాలి.

సమస్యలను ప్రాక్టీస్ చేసే విధానం

అంకగణితం పాఠ్యాంశంలోని అధ్యాయాలు పోటీ పరీక్షలకు కూడా కీలకమైనవి. కొన్ని మెళకువలు పాటిస్తే సమస్యల్ని తేలిగ్గా సాధించవచ్చు. గణితం నేపథ్యం లేని విద్యార్థులు కూడా కాస్త శ్రమిస్తే పూర్తిస్థాయి మార్కులు సంపాదించే వీలుంటుంది. కొన్ని సమస్యల సాధనకు తప్పనిసరిగా సూత్రాలు తెలిసుండాలి. అందువల్ల తప్పనిసరిగా ముఖ్యమైన సూత్రాలు గుర్తుండేలా మననం చేసుకోవాలి.

ముఖ్యమైన సూత్రాలు

- a : b = c : d అయిన a, b, c, dలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం. a, b, c, d అనుపాతంలో ఉంటే ad = bc
- a, bల అనుపాత మధ్యమం $\sqrt{ab}$
- a, bల అనుపాత తృతీయ పదం $\frac{b^2}{a}$
- a, b, cల అనుపాత చతుర్థ పదం $\frac{bc}{a}$
- *x, y*లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటే $x \alpha y \Rightarrow \frac{x}{y} = k$
- *x, y*లు విలోమానుపాతంలో ఉంటే $x \alpha \frac{1}{y} \Rightarrow xy = k$
- సరాసరి = రాశుల మొత్తం / రాశుల సంఖ్య
- లాభశాతం = లాభం / కొన్నవెల × 100

  నష్టశాతం = నష్టం / కొన్నవెల × 100
- వస్తువు కొన్నవెల c, అమ్మిన వెల s, లాభం g%, నష్టం *l* % అయితే

  $$S = C \times \frac{100 + g}{100}, S = C \times \frac{100 + l}{100}$$
- ప్రకటన వెల m, రుసుము d% అయిన రుసుము $= \frac{md}{100}$, అమ్మిన వెల $= \frac{m(100 - d)}{100}$
- బారువడ్డీ(సామాన్య వడ్డీ) ప్రకారం అసలు P, సం॥నకు వడ్డీరేటు R, కాలం సంవత్సరాల్లో T అయితే

  వడ్డీ $I = \frac{PTR}{100}$, మొత్తం $A = P\left(1 + \frac{TR}{100}\right)$
- చక్రవడ్డీ ప్రకారం మొత్తం $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

  ఇక్కడ P – అసలు, R – సంవత్సరానికి వడ్డీరేటు, n – కాలం సంవత్సరాల్లో.
- A ఒక పనిని *x* రోజుల్లో చేసిన, ఒక రోజులో చేసేపని భాగం $= \frac{1}{x}$
- A ఒక పనిని *x* రోజుల్లో, B అదే పనిని y రోజుల్లో చేయగలిగితే ఇద్దరూ కలిసి ఆ పని పూర్తిచేసేందుకు పట్టే కాలం

www.sakshieducation.com

$= \frac{xy}{x+y}$

- A, B, Cలు వరుసగా x, y, z రోజుల్లో పనిచేస్తే ముగ్గురూ కలిసి $= \frac{xyz}{xy+yz+zx}$ రోజుల్లో పని పూర్తి చేస్తారు.
- వేగం = దూరం/కాలం లేదా దూరం = వేగం×కాలం
- వేగాన్ని కి.మీ/గంటల్లో ఇచ్చినప్పుడు మీ/సెకన్‌లలోకి మార్చేందుకు వేగం విలువను 5/18తో గుణించాలి. అదేవిధంగా మీ/సెకన్‌లలో ఇచ్చి, కి.మీ/గంటలలోకి మార్చాలంటే 18/5 తో గుణించాలి.
- ఎదురెదురుగా ప్రయాణించేటప్పుడు సాపేక్ష వేగం = వేగాల మొత్తం
- ఒకేదిశలో ప్రయాణించేటప్పుడు సాపేక్ష వేగం = వేగాల తేడా
- ఒక వస్తువు నిర్దిష్ట దూరానికి x కి.మీ/గం. వేగంతోనూ, తిరుగు ప్రయాణంలో ఆ దూరాన్ని y కి.మీ/గం. వేగంతోనూ ప్రయాణించిన ఆ వస్తువు సరాసరి వేగం $= \frac{2xy}{x+y}$
- చిన్నముల్లు, పెద్ద ముల్లు సాపేక్ష వేగం $= 5\frac{1^0}{2}$
- రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం $\theta = |30H - \frac{11}{2}m|$
- 1 గ్రోసు= 12 డజన్లు, 1 స్కోరు= 20 వస్తువులు
  1 రీము = 480 కాగితాలు

1. 200 మీటర్ల పొడవున్న ఒక రైలు, ప్లాట్‌ఫారంపై నిలబడిన మనిషిని 20 సెకన్లలో దాటిన రైలు వేగం? (గంటకు కి.మీ.లలో) (డీఎస్సీ-2012)

1) 10 2) 18 3) $\frac{25}{9}$ 4) 36

జ. తెలియాల్సిన సూత్రం:

రైలువేగం = రైలు ప్రయాణించిన దూరం (రైలు పొడవు)/ కాలం

$= \frac{200}{2} = 10$ మీటర్లు/సెకన్

మీటర్లు / సెకన్ ప్రమాణాలను కి.మీ./గంటలోకి మార్చాలంటే సమాధానాన్ని $\frac{18}{5}$ తో గుణించాలి.

$\therefore$ రైలు వేగం 10 మీ/సె $= 10 \times \frac{18}{5}$ కి.మీ./ గంట

= 36 కి.మీ/ గంట

కొన్ని సమస్యల్ని షార్ట్‌కట్ పద్ధతులను ఉపయోగించి త్వరగా సాధించవచ్చు. ఒక సమస్యకు ఉపయోగించే షార్ట్‌కట్ వేరొక సమస్యకు సరిపోవచ్చు లేదా సరిపోకపోవచ్చు కాబట్టి ఏ సమస్యకు ఏ పద్ధతిని ఉపయోగించాలో గందరగోళానికి గురికాకుండా నేర్చుకోవాలి.

2. ఒక తొట్టెను రెండు పంపులు వరుసగా 5, 7 నిమిషాల్లో నింపగలుగుతాయి. మూడవ పంపు ఆ తొట్టెను 3 నిమిషాల్లో ఖాళీ చేయగలదు. మూడు పంపులనూ ఒకేసారి తెరిస్తే ఆ తొట్టె నిండేందుకు పట్టే కాలం?

(డీఎస్సీ-2012)

1) 1 గం-45 ని 2) 3 గం- 30 ని 3) 2 గం-15 ని 4) 2 గం-45 ని

జ. సాధారణ పద్ధతి:

ఒక తొట్టెను రెండు పంపులు వరుసగా 5, 7నిమిషాల్లో నింపగలిగితే ఒక నిమిషంలో తొట్టె నిండే భాగం = 1/5+1/7. మూడవ పంపు ఆ తొట్టెను మూడు నిమిషాల్లో ఖాళీ చేయగలిగితే నిమిషంలో తొట్టెను ఖాళీ చేసే భాగం = 1/3. మూడు పంపులను ఒకేసారి తెరిస్తే 1 నిమిషంలో తొట్టె నిండే భాగం

$$=\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{3}=\frac{21+15-35}{105}=\frac{1}{105}$$

పూర్తిగా తొట్టె నిండేందుకు పట్టే సమయం = 105 నిమిషాలు = 1 గంట 45 నిమిషాలు.

సంక్షిప్త పద్ధతి:

మొదటి రెండు పంపులు వరుసగా x, y నిమిషంలో నింపగలిగితే, మూడవ పంపు z నిమిషంలో ఖాళీ చేయగలిగితే తొట్టెను నింపేందుకు పట్టే కాలం?

($\because$ − గుర్తు ఖాళీ చేయడాన్ని సూచిస్తుంది)

$$=\frac{xy(-z)}{xy+y(-z)+(-z)x}$$

$$=\frac{5\times7\times(-3)}{(5\times7)+7\times(-3)+(-3)\times5}$$

$$=\frac{-105}{35-21-15}=\frac{-105}{-1}$$

= 105 సెకన్లు = గంట 45 నిమిషాలు.

- కొన్ని సమస్యలను ఇచ్చిన జవాబుల నుంచి సాధించవచ్చు. విద్యార్థులు ఇప్పటి నుంచే ఈ పద్ధతిని ప్రాక్టీస్ చేస్తూ సమస్యల సాధనను అలవర్చుకోవాలి.

3. B చెల్లించిన ఇంటర్నెట్ చార్జీలు A చెల్లించిన దానికి మూడురెట్లు, వారిద్దరు చెల్లించిన మొత్తం రూ. 120 అయితే B చెల్లించిన మొత్తం (రూపాయల్లో) (డీఎస్సీ-2012)

1) 40 2) 90 3) 60 4) 30

జ. కనుక్కోవాల్సింది B చెల్లించిన మొత్తం

జవాబు (1) నుంచి B చెల్లించిన మొత్తం రూ. 40 అనుకుంటే సమస్య నుంచి A చెల్లించిన మొత్తం = 40/3 ($\because$ B చెల్లించిన మొత్తం, A చెల్లించిన మొత్తానికి మూడు రెట్లు.) కానీ వీరిద్దరి మొత్తం రూ. 120 కాదు (సమస్యలో మొత్తం రూ. 120 అని ఇచ్చారు)

జవాబు (2) నుంచి B చెల్లించినది రూ.90 అనుకుంటే A చెల్లించినది = 90/3 = రూ. 30

వీరిద్దరి మొత్తం = 90 + 30= రూ. 120 (సమస్యలోని దత్తాంశానికి సరిపోతుంది)

కాబట్టి సరైన జవాబు (2)

ఇదేవిధంగా మిగిలిన (3), (4) జవాబులను అవసరమైతే పరిశీలించవచ్చు.

కొన్ని సమస్యలకు జవాబులను అనవసరమైన ఆప్షన్లను తొలగిస్తూ (ఎలిమినేషన్) కనుక్కోవచ్చు.

www.sakshieducation.com

4. **ఆరుగురు వ్యక్తులు ఒక హోటల్‌కు వెళ్లారు. వారిలో అయిదుగురు ఒక్కొక్కరు రూ.24 చొప్పున ఖర్చు చేశారు. ఆరో వ్యక్తి చెల్లించిన మొత్తం ఆరుగురి సరాసరి ఖర్చు కంటే రూ.5 ఎక్కువైన వారు చేసిన మొత్తం ఖర్చు (రూపాయల్లో)?**

1) 30 2) 150 3) 120 4) 29 **(డీఎస్సీ-2012)**

జ. సమస్య నుంచి ఒక్కొక్కరు రూ.24 చొప్పున అయిదుగురు చేసిన మొత్తం ఖర్చు $= 24 \times 5 =$ రూ. 120 ఆరుగురు వ్యక్తులు చేసిన మొత్తం ఖర్చు రూ.120 కంటే ఎక్కువ ఉంటుంది. కాబట్టి (1), (3), (4) జవాబులను తొలగిస్తే సరైన జవాబు (2)

www.sakshieducation.com