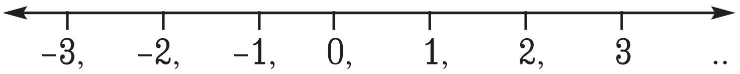
ఎస్‌జీటీ – మ్యాథ్స్ కంటెంట్

సంఖ్యా వ్యవస్థ (Number System)

- సంఖ్యా సిద్ధాంతాలను రూపొందించిన గణిత మేధావి శ్రీనివాస రామానుజన్. 1729ను రామానుజన్ సంఖ్య అంటారు. సంఖ్యలతో అనేక ప్రయోగాలు చేసిన ఉపాధ్యాయుడు 'దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాప్రేకర్'. '6174' ను 'కాప్రేకర్ స్థిరాంకం' అంటారు. ఈయన డెమ్లో సంఖ్యలు, సెల్ఫ్ సంఖ్యలను రూపొందించారు.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 అనే సంజ్ఞలను (గుర్తులను) 'అంకెలు' అంటారు. ఇవి ప్రాచీన భారతదేశంలోనే వాడుకలో ఉన్నట్లు చరిత్రకారుల నమ్మకం.
- అంకెలతో ఏర్పడినవి 'సంఖ్యలు'. ఉదా: 58, 107,....
- సంఖ్యలను అక్షరాల్లో రాస్తే దాన్ని 'సంఖ్యామానం' అంటారు. ఉదా: 5286 = ఐదువేల రెండు వందల ఎనభై ఆరు.
- సంఖ్యలను సంజ్ఞలు ఉపయోగించి రాస్తే దాన్ని 'సంజ్ఞామానం' అంటారు. ఉదా: 5+3=8, 3 < 5
- సంఖ్యలను ఒక రేఖ మీద గుర్తించినట్లయితే దాన్ని 'సంఖ్యారేఖ' అంటారు.



సంఖ్యామాన పద్ధతులు:

హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానం	వంద కోట్లు	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం	బిలియన్లు	వంద మిలియన్లు	పది మిలియన్లు	మిలియన్	వంద వేలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు

10 లక్షలు = 1 మిలియన్ = 1000 వేలు

10 మిలియన్లు = 1 కోటి

100 కోట్లు = 1 బిలియన్ = 1000 మిలియన్లు

మిలియన్ మిలియన్లు = 1 ట్రిలియన్

- ఇచ్చిన సంఖ్యను ఒకట్లు, పదులు, వందలు... మొత్తంగా రాయడాన్ని సంఖ్యా విస్తరణ రూపం అంటారు.
  6372 = 6000+300+70+2
- ఒక అంకెకు 2 విలువలు ఉంటాయి. అవి.. 1) ముఖ విలువ (సహజ విలువ). 2) స్థాన విలువ.
- ఒక అంకెకు స్వతహాగా ఉండే విలువను 'ముఖ విలువ'(సహజ విలువ)అంటారు. ఇది ఎప్పుడూ మారదు.
- సంఖ్యలోని అంకె విలువ అది ఉన్న స్థానాన్ని బట్టి మారుతుంది. దీన్ని 'స్థాన విలువ' అంటారు.
  ఉదా: 4359లో 3 ముఖ విలువ '3', స్థాన విలువ 300
- స్థాన విలువల విధానాన్ని ఉపయోగించిన హిందూ గణిత శాస్త్రవేత్త 'భాస్కరాచార్యుడు'.

భాజనీయతా సూత్రాలు:

- ఒక సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగితమయ్యేందుకు కావాల్సి న నియమాలను'భాజనీయతా సూత్రాలు' అంటారు.
- ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 0, 2, 4, 6 లేదా 8 అయితే ఆ సంఖ్య 2తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. ఉదా: 42, 520 మొదలైనవి.

www.sakshieducation.com

- ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం, 3తో నిశ్శేషంగా భా గితమైతే ఆ సంఖ్య 3తోనిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
  ఉదా: 117 సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 1+1+7 = 9 అనేది 3తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. కాబట్టి 117 కూడా 3తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
- ఒక సంఖ్య చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల, పదుల స్థానంలోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4తో నిశ్శేషంగా భాగితమైన ఆ సంఖ్య 4తో నిశ్శేషంగా భాగితమవు తుంది. **ఉదా:** 524, 7916 మొదలైనవి 4తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతాయి.
- ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 ఉండే సంఖ్యలన్నీ 5తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. ఉదా: 520, 345 మొదలైనవి. 2, 3లతో నిశ్శేషంగా భాగితమయ్యే సంఖ్యలన్నీ 6తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతాయి.
  ఉదా: 7224, 216 మొదలైనవి.
- చివరి 3 అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8తో భాగితమైన ఆ సంఖ్య 8తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
  ఉదా: 93624 సంఖ్యలో చివరి 3 అంకెలతో ఏర్పడే సంఖ్య 624 అనేది 8తో నిశ్శేషంగా భాగితమవు తుంది. కాబట్టి 93624 కూడా 8చే నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
- ఒక సంఖ్యలో అంకెల మొత్తం 9తో నిశ్శేషంగా భాగితమైతే ఆ సంఖ్య 9తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. **ఉదా:** 98 46 సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9+8+4+6 = 27 అనేది 9తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. కాబట్టి 9846 సంఖ్య కూడా 9తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
- ఒకట్ల స్థానంలో '0' గల సంఖ్యలన్నీ 10తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతాయి. ఉదా: 4310, 590 మొదలైనవి.
- ఒక సంఖ్యలోని సరిస్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం, బేసి స్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం సమానం లేదా వాటి తేడా 11 గుణిజం అయితే ఆ సంఖ్య 11తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. ఉదా: 1) 29843 సంఖ్యలో సరి స్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం = 9 + 4 =13; బేసి సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం 2 + 8 + 3 = 13, ఇవి సమానం కాబట్టి 29843 సంఖ్య 11తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.
  2) 19091908 సంఖ్యలో సరి స్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం = 9 + 9 + 9 + 8 = 35; బేసి స్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం = 1 + 0 + 1 + 0 = 2 వీటి భేదం= 35 – 2 = 33, అనేది 11 గుణిజం కాబట్టి 19091908 సంఖ్య 11తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది.

పాలిన్‌డ్రోమ్ సంఖ్యలు (ద్విముఖ సంఖ్యలు): కుడి నుంచి ఎడమ వైపు లేదా ఎడమ నుంచి కుడివైపు మార్చి రాయగా సంఖ్య మారదు. వీటిని పాలిన్‌డ్రోమ్ సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: 1221, ఇలాంటి సరి అంకెలు గల పాలిన్‌డ్రోమ్ సంఖ్యలు 11తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతాయి.

- కారణాంకం(భాజకం): ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే మరో సంఖ్యను ఆ సంఖ్య 'కారణాంకం' అంటారు.
  ఉదా: 24 కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
- ప్రతి సంఖ్యకు కచ్చితంగా 1, అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా ఉంటాయి. ఒకసంఖ్య కారణాంకాలు పరిమితం.
- 1, అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా కలిగిన సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
  ఉదా: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 (1 00 లోపు).
- సరి ప్రధాన సంఖ్య 2. 100 లోపు గల మొత్తం ప్రధాన సంఖ్యలు 25. ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక పద్ధ తిని 'ఎరటోస్తనీస్' అనే గ్రీకు శాస్త్రవేత్త కనుగొన్నాడు. దీన్ని 'ఎరటోస్తనీస్ జల్లెడ' పద్ధతి అంటారు.
- 1, అదే సంఖ్య కాకుండా వేరే కారణాంకాలు గల సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు.
  ఉదా: 4, 6, 8, 9, 10, 12, ... మొదలైనవి.
- 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

- 2 భేదంగా గల వరుస ప్రధాన సంఖ్యలను 'కవల ప్రధాన సంఖ్యలు' అంటారు.

  ఉదా: 3, 5; 5, 7; 11, 13; 41, 43 మొదలైనవి.

- ఏవైనా రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్ప వేరే సామాన్య (ఉమ్మడి) కారణాంకాలు లేకపోతే వాటిని పరస్పర ప్రధా న సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు

  ఉదా: 3, 5; 3, 8; 8,11 మొదలైనవి.

- ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు, కానీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.

అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతం: ప్రతి సంయుక్త సంఖ్యను దాని ప్రధాన సంఖ్యల ఘాతాల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

ఉదా: $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

- ఏదైనా ఒక సంఖ్య కారణాంకాల మొత్తం, ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపైతే ఆ సంఖ్యను 'పరిపూర్ణ సంఖ్య' లేదా 'శుద్ధ సంఖ్య' అంటారు.

  ఉదా: 28 కారణాంకాలు 1, 2, 4, 7, 14, 28. వీటి మొత్తం 56. ఇది 28 సంఖ్యకు రెట్టింపు. కాబట్టి 28ను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటారు.

- ఒక సంఖ్య 'n'ను $n = a^p, b^q, c^r$... a, b, cలు విభిన్న ప్రధానాంకాలు అయితే n కారణాంకాల సంఖ్య = $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$

  ఉదా: $28 = 2^2 \times 7^1$ అని రాస్తే 28 కారణాంకాల సంఖ్య = $(2+1)(1+1) = 6$

  ఒక సంఖ్య'n'ను $n = a^p, b^q, c^r$...a, b, c లు విభిన్న ప్రధానాంకాలు అయితే 'n' కారణాంకాల మొత్తం

  $$\left(\frac{a^{p+1}-1}{a-1}\right)\left(\frac{b^{q+1}-1}{b-1}\right)\left(\frac{c^{r+1}-1}{c-1}\right)$$

  ఉదా: $28 = 2^2 \times 7^1$ అయితే 28 కారణాంకాల మొత్తం

  $$\left(\frac{2^{2+1}-1}{2-1}\right)\left(\frac{7^{1+1}-1}{7-1}\right)=\left(\frac{7}{1}\right)\left(\frac{48}{6}\right)=56$$

- ఒక సంఖ్యను 1, 2, 3, ... సంఖ్యలతో గుణించగా వచ్చే లబ్ధాలను గుణిజ సంఖ్యలు అంటారు.

  ఉదా: 4 గుణిజాలు 4, 8, 12, 16, ... ఒక సంఖ్య గుణిజాలు అపరిమితం.

- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సహజ సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాల్లో అన్నిటికంటే చిన్నదాన్ని ఆ సంఖ్యల 'కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం' (క.సా.గు) అంటారు. ఉదా: 4, 6ల క.సా.గు = 12

- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సహజ సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలలో అన్నిటికంటే పెద్ద సంఖ్యను గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా) అంటారు.

  ఉదా: 4, 6ల గ.సా.భా = 2

- రెండు సంఖ్యల లబ్ధం = క.సా.గు ☓గ.సా.భా

- 2తో భాగిస్తే శేషం '0' వచ్చే సంఖ్యలను 'సరిసంఖ్యలు' అంటారు. ఉదా: 2, 4, 6...

- 2తో భాగిస్తే శేషం '1' వచ్చే సంఖ్యలను 'బేసి సంఖ్యలు' అంటారు. ఉదా: 1, 3, 5......

  సహజ సంఖ్యా సమితి N = { 1, 2, 3, 4, ...}

  పూర్ణాంకాల సమితి W = { 0, 1, 2, 3, 4, ...}

  పూర్ణ సంఖ్యా సమితి Z = { ....–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}

- రెండు విభిన్న సహజ సంఖ్యలు, లేదా పూర్ణాంకాలు లేదా పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య పరిమితమైన సంఖ్యలు ఉంటాయి.
- p, qలు పూర్ణ సంఖ్యలు, $q \neq 0$ అయితే p/q రూపంలో రాయగల సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలంటారు. భిన్నాలన్నీ అకరణీయ సంఖ్యలే.

  ఉదా: $\frac{3}{5}, \frac{9}{1}, \frac{-12}{7}$, మొదలైనవి
- అంతమయ్యే లేదా ఆవర్తనమయ్యే దశాంశ భిన్నాలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటాం. అకరణీయ సంఖ్యా సమితిని Q తో సూచిస్తారు.

అంతమయ్యే దశాంశ భిన్నాలు:

$\frac{2}{5} = 0.4, \frac{1}{8} = 0.125$ మొదలైనవి.

అంతంకాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశభిన్నాలు:

$\frac{1}{3} = 0.333... = 0.\overline{3}$

అంతం కాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశ భిన్నాలలో ఆవర్తనమయ్యే అంకెల గుంపును 'వ్యవధి' అనీ, అందులోని అంకెల సంఖ్యను 'అవధి' అని అంటాం.

ఉదా: $\frac{7}{15} = 0.4\overline{6}$ వ్యవధి = 6, అవధి = 1

$\frac{5}{13} = 0.\overline{384615}$ వ్యవధి = 384615, అవధి = 6

- అకరణీయ సంఖ్యలు కాని వాటిని (లేదా) p/q రూపంలో రాయలేని సంఖ్యలను (లేదా) అంతం కాని, ఆవర్తనం కాని దశాంశ భిన్నాలను కరణీయ సంఖ్యలు అంటారు. కరణీయ సంఖ్యా సమితిని 'Q'తో సూచిస్తారు.

  ఉదా: $\sqrt{2} = 1.4142...,\ \sqrt{3} = 1.7320...,\ \Pi, e$

- అకరణీయ సంఖ్యలను, కరణీయ సంఖ్యలను కలిపి వాస్తవ సంఖ్యలు అంటారు.

  వాస్తవ సంఖ్యాసమితి $R = Q \cup Q^1$
- రెండు విభిన్న అకరణీయ (లేదా) కరణీయ (లేదా) వాస్తవ సంఖ్యల మధ్య విభిన్న వాస్తవ సంఖ్యలు ఉంటాయి. ఈ ధర్మాన్ని 'సాంద్రతా ధర్మం' అంటారు.
- సంఖ్యారేఖపై ఏ బిందువైనా ఒక అకరణీయ సంఖ్యను గానీ, లేదా కరణీయ సంఖ్యనుగానీ సూచిస్తుంది.