

Total No. of Questions - 24

Total No. of Printed Pages - 4

Regd.
No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part - III

MATHEMATICS, Paper I (A)

(Algebra, Vector Algebra and Trigonometry)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

గమనిక : ప్రశ్నాపత్రం నందు A, B, C అను సెక్షన్లు కలవు.

సెక్షన్ - A

I. 'అతి స్వల్ప' సమాధాన ప్రశ్నలు.

10 × 2 = 20

i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. f ప్రమేయాన్ని $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x > 3 \\ x^2 - 2, & 2 \leq x \leq 2 \\ 2x + 1, & x < -3 \end{cases}$ గా నిర్వచిస్తే

 $f(4)$ మరియు $f(2.5)$ విలువలను కనుక్కోండి.

2. క్రింది వాస్తవ మూల్య ప్రమేయము యొక్క ప్రదేశము కనుక్కోండి $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)(x + 3)}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & k \end{bmatrix}$ మరియు $A^2 = O$ అయితే k విలువను కనుక్కోండి.

4. 1 యొక్క వాస్తవం కాని సంకీర్ణ ఘనమూలం ω అయితే $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ అని చూపండి.

5. సదిశ $\bar{a} = 2i + 3j + k$ దిశలో యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.
6. $-3i + 4j + \lambda k$ మరియు $\mu i + 8j + 6k$ లు సరేఖీయ సదిశలు అయితే, λ మరియు μ విలువలను కనుక్కోండి.
7. $i + 2j + 3k$ మరియు $3i - j + 2k$ సదిశల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.
8. $\cos\left(\frac{4x+9}{5}\right)$ ప్రమేయం యొక్క ఆవర్తనం కనుక్కోండి.
9. $3\sin x - 4\cos x$ యొక్క కనిష్ట మరియు గరిష్ట విలువలను కనుక్కోండి.
10. $\sinh x = \frac{3}{4}$ అయితే $\cosh(2x)$ మరియు $\sinh(2x)$ లను కనుక్కోండి.

సెక్షన్ B

II. 'స్వల్ప' సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 4 = 20

- i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.
- ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $3A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ అయితే $A^{-1} = A^T$ అని చూపండి.

12. i, j, k లు ధనాత్మక నిరూపక అక్షాల వెంబడి యూనిట్ సదిశలు అయితే $4i + 5j + k, -j - k, 3i + 9j + 4k$ మరియు $-4i + 4j + 4k$ అనే నాలుగు బిందువులు సతలీయాలని చూపండి.

13. $A(1, 2, 3), B(2, 3, 1)$ మరియు $C(3, 1, 2)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుక్కోండి.

14. $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ అని చూపండి.

15. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ అయితే సమీకరణం $Cot^2 x - (\sqrt{3} + 1)Cot x + \sqrt{3} = 0$ ను సాధించండి.

16. $2Sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - Cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) = Cos^{-1}\left(\frac{323}{325}\right)$ అని చూపండి.

17. ΔABC తో $a^2 Cot A + b^2 Cot B + c^2 Cot C = \frac{abc}{R}$ అని చూపండి.

సెక్షన్ - C

III. 'దీర్ఘ' సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 7 = 35

i) ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలు అయితే $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$ అని నిరూపించండి.

19. గణితానుగమన పద్ధతిని ఉపయోగించి ప్రతి $n \in N$ కు క్రింది ప్రవచనం రుజువుచేయండి.

$$\frac{1^3}{1} + \frac{1^3 + 2^3}{1+3} + \frac{1^3 + 2^3 + 3^3}{1+3+5} + \dots \dots \dots n \text{ పదాల వరకు} = \frac{n}{24} [2n^2 + 9n + 13]$$

20. $\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = 0$ మరియు $\begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ అయితే $abc = -1$ అని చూపండి.

21. క్రింది సమీకరణాలను గౌస్-జోర్డాన్ పద్ధతిలో సాధించండి.

$$2x - y + 3z = 9, \quad x + y + z = 6, \quad x - y + z = 2$$

22. $A = (1, -2, -1), B = (4, 0, -3), C = (1, 2, -1), D = (2, -4, -5)$ బిందువులైతే AB, CD రేఖల మధ్య దూరాన్ని కనుక్కోండి.

23. A, B, C లు త్రిభుజ కోణాలైతే $\sin\left(\frac{A}{2}\right) + \sin\left(\frac{B}{2}\right) + \sin\left(\frac{C}{2}\right) =$

$1 + 4 \sin\left(\frac{\pi - A}{4}\right) \sin\left(\frac{\pi - B}{4}\right) \sin\left(\frac{\pi - C}{4}\right)$ అని రుజువుచేయండి.

24. ΔABC లో $a = 13, b = 14, c = 15$ అయితే, $R = \frac{65}{8}, r = 4, r_1 = \frac{21}{2}, r_2 = 12,$
 $r_3 = 14$ అని చూపండి.