

విస్తరణ కొలతలు

1. కింది దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

i) 38, 70, 48, 40, 42, 55, 63, 46, 54, 44

ii) 3, 6, 10, 4, 9, 10

Sol. i) దత్తాంశానికి అంకమధ్యమం $\bar{x} = \frac{38+70+48+40+42+55+63+46+54+44}{10}$

$$= \frac{500}{10} = 50$$

విచలనాల పరమమూల్యాలు $|x_i - \bar{x}| = 12, 20, 2, 10, 8, 5, 13, 4, 4, 6.$

మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం = $\frac{\sum_{i=1}^{10} |x_i - \bar{x}|}{10}$

$$= \frac{12+20+2+10+8+5+13+4+4+6}{10}$$

$$= \frac{84}{10} = 8.4$$

ii) దత్తాంశానికి అంకమధ్యమం (\bar{x}) = $\frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{n}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{3+6+10+4+9+10}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

విచలనాల పరమమూల్యాలు $|x_i - \bar{x}| = 4, 1, 3, 3, 2, 3$

మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం = $\frac{\sum_{i=1}^6 |x_i - \bar{x}|}{6}$

$$= \frac{4+1+3+3+2+3}{6} = \frac{16}{6} = 2.6666 \approx 2.67$$

2. కింది దత్తాంశానికి మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

13, 17, 16, 11, 13, 10, 16, 11, 18, 12, 17

4, 6, 9, 3, 10, 13, 2

Sol. దత్త బిందువులను పరిమాణంపరంగా ఆరోహణ క్రమంలో వ్యక్తపరి చేసి 10, 11, 11, 12, 13, 13, 16, 16, 17, 17, 18

అప్పుడు ఈ 11 పరిశీలనల మధ్యగతం = 13

పరమమూల్య విలువలు $|x_i - M| = 3, 2, 2, 1, 0, 0, 3, 3, 4, 4, 5$

మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనం = $\frac{\sum_{i=1}^{11} |x_i - M|}{n} = \frac{3+2+2+1+0+0+3+3+4+4+5}{11}$

$$= \frac{27}{11} = 2.45$$

- ii) దత్త బిందువులను పరిమాణం పరంగా ఆరోహణ క్రమంలో వ్యక్తపరిస్తే 2, 3, 4, 6, 9, 10, 13
అప్పుడు ఈ 7 పరిశీలనల మధ్యగతం = 6

పరమమూల్య విలువలు $|x_i - \bar{x}| = 4, 3, 2, 0, 3, 4, 7$

$$\text{మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum_{i=1}^7 |x_i - M|}{n} = \frac{4+3+2+0+3+4+7}{7} = \frac{23}{7} = 3.29$$

3. కింది విభజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

i)

x_i	10	11	12	13
f_i	3	12	18	12

ii)

x_i	10	30	50	70	90
f_i	4	24	28	16	8

Sol. i)

x_i	f_i	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
10	3	30	1.87	5.61
11	12	132	0.87	10.44
12	18	216	0.13	2.24
13	12	156	1.13	13.56
	$N = 45$	$\sum f_i x_i = 534$		$\sum f_i x_i - \bar{x} = 31.95$

$$\therefore \text{అంక మధ్యమం } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{534}{45} = 11.87$$

$$\therefore \text{మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{31.95}{45} = 0.71.$$

ii)

x_i	f_i	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
10	4	40	40	160
30	24	720	20	480
50	28	1400	0	0
70	16	1120	20	320
90	8	720	40	320
N = 80		$\Sigma f_i x_i = 4000$		$\Sigma f_i x_i - \bar{x} = 1280$

$$\text{అంకమధ్యమం } (\bar{x}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{N} = \frac{4000}{80} = 50$$

$$\therefore \text{ మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{1280}{80} = 16.$$

4. కింది పౌనఃపున్య విభజనానికి మధ్యగతం నుంచి మధ్యమవిచలనాన్ని కనుక్కండి.

x_i	5	7	9	10	12	15
f_i	8	6	2	2	2	6

Sol.

x_i	f_i	సంచిత పౌనఃపున్యం(CF)	$ x_i - M $	$f_i x_i - M $
5	8	8	2	16
7 $\rightarrow M$	6	14 $> N/2$	0	0
9	2	16	2	4
10	2	18	3	6
12	2	20	5	10
15	6	26	8	48
N = 26				$\Sigma f_i x_i - M = 84$

$$N = 26 \text{ మరియు } \frac{N}{2} = 13$$

$$\text{మధ్యగతం} = 7$$

మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనం

$$= \frac{\sum_{i=1}^6 |x_i - M|}{n} = \frac{84}{26} = 3.23.$$

1. కింది అవిచ్ఛిన్న విభజనాలకు మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి

i)

సాధించిన మార్కులు	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
బాలుర సంఖ్య	6	8	14	16	4	2

ii)

తరగతి అంతరం	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
పొసః పున్యం	5	8	7	12	28	20	10	10

Sol. i)

తరగతి అంతరం	పొసః పున్యం f_i	సంచిత పొసః పున్యం C.F.	మధ్య బిందువు x_i	$ x_i - M $	$f_i x_i - M $
0-10	6	6	5	20.86	137.16
10-20	8	14	15	12.86	102.88
20-30	14	28	25	2.86	40.04
30-40	16	44	35	7.14	114.24
40-50	4	48	45	17.14	68.56
50-60	2	50	55	27.14	54.28
N = 50					517.16

Hence $L = 20$, $\frac{N}{2} = 25$, $f_1 = 14$, $f = 14$, $h = 10$

$$\text{మధ్యగతం (M)} = L + \left[\frac{\left(\frac{N}{2} - f_1 \right)}{f} \right] h = 20 + \frac{25-14}{14} \times 10 = 20 + \frac{110}{14} = 20 + 7.86 = 27.86$$

\therefore మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనం

$$= \frac{\sum_{i=1}^6 f_i |x_i - M|}{N} = \frac{517.16}{50} = 10.34.$$

ii)

తరగతి అంతరం	పౌనః పున్యం f_i	సంచిత పౌ నఃపున్యం C.F.	మధ్య బిందువు x_i	$ x_i - M $	$f_i x_i - M $
0-10	5	5	5	41.43	207.15
10-20	8	13	15	31.43	251.44
20-30	7	20	25	21.43	150.01
30-40	12	32	35	11.43	137.16
40-50	28	60	45	1.43	40.04
50-60	20	80	55	8.57	171.40
60-70	10	90	65	18.57	185.70
70-80	10	100	75	28.57	285.70
	N=100				1428.6

$$N = 100, \frac{N}{2} = 50, L = 40, f_1 = 32, f = 28, h = 10$$

$$\text{మధ్యగతం (M)} = L + \left[\frac{\left(\frac{N}{2} - f_1 \right)}{f} \right] h = 40 + \frac{50 - 32}{28} \times 10 = 40 + \frac{180}{28} = 40 + 6.43 = 46.43$$

∴ మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనం

$$= \frac{\sum_{i=1}^8 f_i |x_i - M|}{N} = \frac{1428.6}{100} = 14.29.$$

2. కింది అవిచ్ఛిన్న విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి..

ఎత్తు (in cms)	95-105	105-115	115-125	125-135	135-145	145-155
బాలూర సంఖ్య	9	13	26	30	12	10

Sol.

ఎత్తు (C.I)	బాలూర సం ఖ్య (f_i)	Mid point x_i	$d_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i d_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
95-105	9	100	-3	-27	25.3	227.7
105-115	13	110	-2	-26	15.3	198.9
115-125	26	120	-1	-26	5.3	137.8
125-135	30	130 → (A)	0	0	4.7	141.0
135-145	12	140	1	12	14.7	176.4
145-155	10	150	2	20	24.7	247.0
	N=100			$\Sigma f_i d_i = -47$		1128.8

$$\text{అంక మధ్యమం } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{N} \cdot h = 130 + \left(\frac{-47}{100} \right) \cdot 10 = 130 - 4.7 = 125.3$$

$$\therefore \text{ మధ్యమం నుంచి మధ్యమం విచలనం} = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{1128.8}{100} = 11.29.$$

3. కింద ఇచ్చిన విచ్ఛిన్న దత్తాంశానికి విస్తృతిని కనుక్కోండి

i) 6, 7, 10, 12, 13, 4, 8, 12

ii) 350, 361, 370, 373, 376, 379, 38, 387, 394, 395

$$\text{Sol. i) అంక మధ్యమం } \bar{x} = \frac{6+7+10+12+13+4+8+12}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
6	-3	9
7	-2	4
10	1	1
12	3	9
13	4	16
4	-5	25
8	-1	1
12	3	9
		$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 74$

$$\text{విస్తృతి } (\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{74}{8} = 9.25.$$

ii) 350, 361, 370, 373, 376, 379, 38, 387, 394, 395

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
350	-27	729
361	-16	256
370	-7	49
373	-4	16
376	-1	1
379	2	4
385	8	64
387	10	100
394	17	289
395	18	324
		1832

$$\text{అంకమధ్యమం } (\bar{x}) = \frac{350 + 361 + 370 + 373 + 376 + 379 + 385 + 387 + 394 + 395}{10} = \frac{3770}{10} = 377$$

$$\text{విస్తృతి } (\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1832}{10} = 183.2.$$

4. కింది పౌనఃపున్య విభజనానికి విస్తృతి, విచలనాలను కనుక్కోండి

x_i	6	10	14	18	24	28	30
f_i	2	4	7	12	8	4	3

Sol.

x_i	f_i	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
6	2	12	-13	169	338
10	4	40	-9	81	324
14	7	98	-5	25	175
18	12	216	-1	1	12
24	8	192	5	25	200
28	4	112	9	81	324
30	3	90	11	121	363
	N=40	760			1736

అంకమధ్యమం

$$(\bar{x}) = \frac{760}{40} = 19$$

విస్తృతి

$$(\sigma^2) = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{1736}{40} = 43.4$$

ప్రామాణిక విచలనం. $(\sigma) = \sqrt{43.4} = 6.59$.

5. సోపాన విచలన పద్ధతిని ఉపయోగించి, కింది దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No.of students	6	5	8	15	7	6	3

Sol.

Class interval	Mid point x_i	f_i	$d_i = (x_i - 35)/10$	$f_i d_i$	$ x_i - \text{median} $	$f_i x_i - \text{median} $
0-10	5	6	-3	-18	28.4	170.4
10-20	15	5	-2	-10	18.4	92
20-30	25	8	-1	-8	8.4	67.2
30-40	35	15	0	0	1.6	24
40-50	45	7	1	7	11.6	81.2
50-60	55	6	2	12	21.6	129.6
60-70	65	3	3	9	31.6	94.8
		N=50		$\sum f_i d_i = -8$		659.2

ఇక్కడ , మధ్యమం $N = 5$, $\text{Mean}(\bar{x}) = A + \frac{h(\sum f_i d_i)}{N}$

$$= 35 + \frac{10(-8)}{50} = 33.4 \text{ marks}$$

మధ్యమం నుంచి మధ్యమం విచలనం = $\frac{1}{N} \sum f_i |x_i - \bar{x}_i| = \frac{1}{50} (659.2) = 13.18$ (nearly)

ధీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు

1.

542 సభ్యుల వయస్సు విభాజనం తెలిపే కింది పట్టికలోని దత్తాంశానికి సోపాన విచలన పద్ధతినుపయోగించి మధ్యమాన్ని, విస్తృతిని కనుక్కోండి.

వయస్సు సం.లలో	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
సభ్యుల సంఖ్య	3	61	132	153	140	51	2

Sol.

వయస్సు సం.ల లC.I.	మధ్య బిందువు (x_i)	(f_i)	$d_i = \frac{x_i - A}{C}$ $A = 55, C = 10$	$f_i d_i$	d_i^2	$f_i d_i^2$
20-30	25	3	-3	-9	9	27
30-40	35	61	-2	-122	4	244
40-50	45	132	-1	-132	1	132
50-60	55→A	153	0	0	0	0
60-70	65	140	1	140	1	140
70-80	75	51	2	102	4	204
80-90	85	2	3	6	9	18
	N=542			-15	28	765

అంకమధ్యమం

$$(\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{N} \times C = 55 + \frac{-15}{542} \times 10 = 55 - 0.277 = 54.723$$

$$\begin{aligned} \text{విస్తృతి} &= \frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N} \right)^2 = \frac{765}{542} - \left(\frac{-15}{542} \right)^2 = \frac{765}{542} - \frac{225}{(542)^2} \\ &= \frac{542 \times 765 - 225}{(542)^2} = \frac{414630 - 225}{293764} = \frac{414405}{293764} = 1.4106 \end{aligned}$$

$$V(\mu) = V\left(\frac{X-A}{C}\right) = \left(\frac{1}{C}\right)^2 \cdot V(X) \quad \left[\because V(ax+n) = a^2 \cdot V(x) \right]$$

$$V(X) = C^2 \cdot V(\mu) = 100 \times 1.4106 = 141.06.$$

2. రెండు విభాజనాల విచలనాంకాలు 60, 70 వాటి ప్రామాణిక విచలనాలు వరసగా 21, 16 వాటి అంకమధ్యమాలను కనుక్కోండి

Sol. Coefficient of variation (C.V) = $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

$$\text{i) } 60 = \frac{21}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow \bar{x} = 35$$

$$\text{ii) } 70 = \frac{16}{\bar{y}} \times 100 \Rightarrow \bar{y} = 22.85$$

3.10 రోజులపాటు జరిగిన వర్షకంలో కింద ఇచ్చిన వాటాల (షేరుల) ధరల నుంచి, ఏ షేరు (వాటా) ఎక్కువ నిలకడ కలిగినదో కనుక్కోండి.

X	35	54	52	53	56	58	52	50	51	49
Y	108	107	105	105	106	107	104	103	104	101

Sol.

X	Y	X_i^2	Y_i^2
-15	8	225	64
4	7	16	49
2	5	4	25
3	5	9	25
6	6	36	36
8	7	64	49
2	4	4	16
0	3	0	9
1	4	1	16
-1	1	1	1
$\Sigma X_i = 10$	$\Sigma Y_i = 50$	$\Sigma X_i^2 = 360$	$\Sigma Y_i^2 = 290$

$$V(X) = \frac{\Sigma X_i^2}{n} - (\bar{X})^2 = \frac{360}{10} - \left(\frac{10}{10}\right)^2 = 36 - 1 = 35$$

$$V(Y) = \frac{\Sigma Y_i^2}{n} - (\bar{Y})^2 = \frac{290}{10} - \left(\frac{50}{10}\right)^2 = 29 - 25 = 4$$

Y is stable.

4.

5 పరిశీలన మధ్యమం 4.4, వాటి విస్తృతి 8.24. వాటిలో మూడు పరిశీలనలు 1, 2, 6 అయితే, మిగిలిన రెండు పరిశీలనలను కనుక్కోండి

Sol.

x_i	x_i^2
1	1
2	4
6	36
x	x^2
y	y^2

$$\text{ప్రామాణిక విచలనము S.D.} = \sqrt{\frac{\sum m^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

అంకమధ్యమం

$$\bar{x} = 4.4$$

$$\Rightarrow 4.4 = \frac{1+2+6+x+y}{5}$$

$$\Rightarrow 9+x+y = 22$$

$$\Rightarrow x+y = 13 \quad \dots(1)$$

$$\text{S.D.}^2 = \frac{1+4+3+x^2+y^2}{5} - (4.4)^2 = \frac{41+x^2+y^2}{5} - 19.36$$

$$\text{S.D.}^2 = 8.24 = \text{విస్తృతి} = \frac{41+x^2+y^2}{5} - 19.36$$

$$8.24+19.36 = \frac{41+x^2+y^2}{5}$$

$$41+x^2+y^2 = 5 \times 27.6$$

$$x^2+y^2 = 138-41$$

$$x^2+y^2 = 97 \quad \dots(2)$$

From (1), (2)

$$x^2 + (13-x)^2 = 97$$

$$x^2 + 169 + x^2 - 26x = 97$$

$$2x^2 - 26x + 72 = 0$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$x - 9x - 4x + 36 = 0$$

$$x(x-9) - 4(x-9) = 0$$

$$(x-9)(x-4) = 0$$

$$x = 4, 9$$

Put $x = 4$ in (1)

$$y = 13 - 4 = 9$$

Put $x = 9$ in (1)

$$y = 13 - 9 = 4$$

\therefore If $x = 4$, then $y = 9$.

If $x = 9$ then $y = 4$.

5.

9 అంశాలు కలిగిన ఒక సమితి యొక్క అంకమధ్యమం, ప్రామాణిక విచలనాలు వరసగా 43, 5. ఈ సమితికి 63 విలువ గల ఒక అంశం చేర్చితే, ఇచ్చిన 10 అంశాల సమితికి కొత్త మధ్యమం, ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

$$\text{Sol. } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i}{n}$$

$$43 = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i}{9}$$

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 43 \times 9 = 387$$

$$\text{కొత్త అంకమధ్యమం} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i + x_{10}}{10} = \frac{387 + 63}{10} = 45$$

$$\text{S.D}^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{9} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 5^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{9} - (43)^2$$

$$\frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{9} = 25 + 1849 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{9} = 1874$$

$$\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 1874 \times 9 = 16866$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = \sum_{i=1}^9 x_i^2 + x_{10}^2 = 16866 + 3969 = 20835$$

$$\begin{aligned} \text{New S.D. కొత్త ప్రామాణిక విచలనం} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{20835}{10} - (45)^2} \\ &= \sqrt{2083.5 - 2025} = \sqrt{58.5} = 7.6485. \end{aligned}$$

6.

ఈ కింది పట్టిక, ఒక కర్మాగారంలో పనివాళ్ళ రోజువారీ జీతాలను తెలుపుతుంది. ఈ పనివాళ్ళ జీతాల ప్రమాణిక విచలనాన్ని, విచలనాంకంను గణనం చేయండి.

రోజువారీ జీతాలు (రూ॥)	125-175	175-225	225-275	275-325	325-375	375-425	425-475	475-525	525-575
పనివారి సంఖ్య	2	22	19	14	3	4	6	1	1

Sol.

తరగతి అంతరాల మధ్య బిందువులు సంఖ్యాపరంగా పెద్దవి కనుక ఈ సమస్యను మనం సోపాన విచలన పద్ధతి ఉపయోగించి సాధన చేద్దాం

$$h = 50. \quad a = 300 \text{ అనుకోండి అప్పుడు } y_i = \frac{x_i - 300}{50}$$

తరగతి అంతరం మధ్య బిందువు x_i	సోపాన: పున్యం f_i	y_i	$f_i y_i$	$f_i y_i^2$
150	2	-3	-6	18
200	22	-2	-44	88
250	19	-1	-19	19
300	14	0	0	0
350	3	1	3	3
400	4	2	8	16
450	6	3	18	54
500	1	4	4	16
550	1	5	5	25
	$N = 72$		$\Sigma f_i y_i = -31$	$\Sigma f_i y_i^2 = 239$

$$\text{అంక మధ్యమం } \bar{x} = A + \left(\frac{\Sigma f_i y_i}{M} \right) \times h = 300 + \left(\frac{-31}{72} \right) 50 = 300 - \frac{1550}{72} = 278.47$$

$$\begin{aligned} \text{విస్తృతి } (\sigma_x^2) &= \frac{h^2}{N^2} [N \Sigma f_i y_i^2 - (\Sigma f_i y_i)^2] \\ &= \frac{2500}{72 \times 72} [72(239) - (31 \times 31)] \end{aligned}$$

$$\sigma_x = \sqrt{2500 \left(\frac{239}{72} - \frac{961}{72 \times 72} \right)} = 88.52$$

$$\text{విచలనాంకం} = \frac{88.52}{278.47} \times 100 = 31.79.$$

7.

ఒకే రకం పరిశ్రమకు చెందిన రెండు సంస్థలు లలోని పనివారికి ఇచ్చిన జీతాలను విశ్లేషణ చేసినప్పుడు ఈ కింది పట్టికలో ని వివరాలు తెలిశాయి

	Firm A	Firm B
పని వారి సంఖ్య	500	600
రోజువారి సగటు జీతం	186	175
జీతాల విభజనానికి విస్తృతి	81	100

(i) A లేదా B లో ఏ సంస్థ, ఆ పరిశ్రమలోని జీతాలలో ఎక్కువ విచలనాన్ని కలిగి ఉంది?

(ii) ఏ సంస్థ ఎక్కువ జీతం బిల్లును కలిగి ఉంది?

జ: సంస్థ A లోని జీతాల విభజనం విస్తృతి 81 కనుక $\sigma_1^2 = 81 \Rightarrow \sigma_1 = 9$.

సంస్థ B లోని జీతాల విభజనం విస్తృతి 100 కనుక $\sigma_2^2 = 100 \Rightarrow \sigma_2 = 10$.

సంస్థ A లోని జీతాల విభజనపు విచలనాంకం $\frac{\sigma_1}{x_1} \times 100 = \frac{9}{186} \times 100 = 4.84$

సంస్థ B జీతాల విభజనాంకం $\frac{\sigma_2}{x_2} \times 100 = \frac{10}{175} \times 100 = 5.71$

సంస్థ విచలనాంకం, సంస్థ విచలనాంకం కంటే పెద్దది కనుక వ్యక్తిగత జీతాలకి సంబంధించి, సంస్థ ఎక్కువ విచలనాన్ని కలిగినదని చెప్పగలం

(ii) సంస్థ A లోని పనివారి సంఖ్య (n_1) = 500

ఆ సంస్థ రోజువారీ సగటు జీతం $\bar{x}_1 = \text{Rs.}186$

రోజువారీ సగటు జీతం = చెల్లించిన మొత్తం జీతాలు/పనివారి సంఖ్య

కాబట్టి పనివారికి చెల్లించిన మొత్తం జీతాలు = $n_1 \bar{x}_1 = 500 \times 186 = \text{Rs.}93,000$

సంస్థ B లోని పనివారి సంఖ్య (n_2) = 600

రోజువారీ సగటు జీతం $\bar{x}_2 = \text{Rs.}175$

పనివారికి చెల్లించిన మొత్తం జీతాలు = $n_2 \bar{x}_2 = 600 \times 175 = \text{Rs.}1,05,000$

కాబట్టి సంస్థ B కి ఎక్కువ జీతం బిల్లు కలదని చెప్పవచ్చు

8. 20 పరిశీలనల విస్తృతి 5. ప్రతి పరిశీలన 2 చే గుణించినపుడు వచ్చే విస్తృతి ని కనుగొనుము.

Sol. x_1, x_2, \dots, x_n ల మధ్యమం \bar{x} అనుకొందాం.

$$n = 20, \text{ విస్తృతి} = 5$$

$$\text{కాబట్టి } \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 5 \text{ or } \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 100 \quad \dots(1)$$

ప్రతి పరిశీలన 2 చే గుణించినపుడు కొత్త పరిశీలనలు

$$y_i = 2x_i, i = 1, 2, \dots, 20 \text{ or } x_i = y_i / 2$$

$$\bar{y} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} y_i = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} 2x_i = 2 \cdot \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i = 2\bar{x} \text{ or } \bar{x} = \frac{1}{2} \bar{y}$$

x_i, \bar{x} లను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\sum_{i=1}^{20} \left(\frac{1}{2} y_i - \frac{1}{2} \bar{y} \right)^2 = 100 \text{ i.e., } \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 400$$

$$\text{అప్పుడు, ఫలితంగా వచ్చే పరిశీలనల విస్తృతి} = \frac{1}{20} \times 400 = 20 = 2^2 \times 5.$$

9. పరిశీలనలు లలో ప్రతిదాన్ని కి పెంచితే లేదా కలిపితే (ఒక ధనాత్మక లేదా రుణాత్మక సంఖ్య), వచ్చే పరిశీలనల విస్తృతి ఏమీ మారదని చూపండి

Sol. x_1, x_2, \dots, x_n ల మధ్యమం \bar{x} అనుకొందాం అప్పుడు వాటి విస్తృతి

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

ప్రతి పరిశీలనకు ఒక స్థిరరాశి కలిపితే, వచ్చే కొత్త పరిశీలనలు

$$y_i = x_i + k \quad \dots(1)$$

$$\text{అప్పుడు కొత్త పరిశీలనల మధ్యమం } \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + k) = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n k \right]$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} (nk) = \bar{x} + k \quad \dots(2)$$

$$\text{కొత్త పరిశీలనల విస్తృతి} = \sigma_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + k - \bar{x} - k)^2, \quad (1), (2)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sigma_1^2.$$

కొత్త పరిశీలనల విస్తృతి, తొలి పరిశీలనల విస్తృతికి సమానం

10.10 ఇన్నింగులలో A,B అనే ఇద్దరు క్రీకెట్ ఆటగాళ్ళ స్కోరులు ఈ కింది ఇవ్వడమైంది. వీరిలో ఎవరు ఎక్కువ పరుగులు సాధించే ఆటగాడో, ఎవరు నిలకడ గల ఆటగాడో కనుక్కోండి

A స్కోరులు : x_i	40	25	19	80	38	8	67	121	66	76
B స్కోరులు: y_i	28	70	31	0	14	111	66	31	25	4

Sol. A అంక మధ్యమం: $\bar{x} = \frac{540}{10} = 54$

B అంక మధ్యమం : $\bar{y} = \frac{380}{10} = 38$

x_i	$(x_i - \text{median})$	$(x_i - \text{median})^2$	y_i	$(y_i - y \text{ median})$	$(y_i - y \text{ median})^2$
40	-14	196	28	-10	100
25	29	841	70	32	1024
19	-35	1225	31	-7	49
80	26	676	0	-38	1444
38	-16	256	14	-24	576
8	-46	2116	111	73	5329
67	13	169	66	28	784
121	67	4489	31	-7	49
66	12	144	25	-13	169
76	22	484	4	-34	1156
$\Sigma x_i = 540$		10596	$\Sigma y_i = 380$		10680

A స్కోరుల ప్రామాణిక విచలనం = $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \Sigma (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{10596}{10}} = \sqrt{1059.6} = 32.55$

స్కోరుల ప్రామాణిక విచలనం B = $\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \Sigma (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{10680}{10}} = \sqrt{1068} = 32.68$

A విచలనాంకం = $\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{32.55}{54} \times 100 = 60.28$

B విచలనాంకం = $\frac{\sigma_y}{\bar{y}} \times 100 = \frac{32.68}{38} \times 100 = 86$

$\bar{x} > \bar{y}$, కనుక A ఎక్కువ స్కోరు సాధించే ఆటగాడు A is a better run getter (scorer).

A విచలనాంకం < B విచలనాంకం కాబట్టి ఎక్కువ నిలకడగల ఆటగాడు కూడా.