

సరళరేఖ

అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. సరళరేఖ $y = \sqrt{3x} - 4$ Y- అక్షంతో చేసే కోణం, కనుక్కోండి.

సాధన. రేఖ సమీకరణము $y = \sqrt{3x} - 4$

$$\text{వాలు} = m = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3}$$

$$\text{X- అక్షం తో చేసే కోణం} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Y- అక్షం తో చేసే కోణం} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

2. క్రింద ఇచ్చిన బిందు యుగ్మాల ద్వారా పోయే సరళరేఖల వాలులు కనుక్కోండి?

i) $(8,1), (-1,7)$

ii) $(-p, q)(q, -p)(pq \neq 0)$

i) వాలు $= \frac{1-7}{8+1} = \frac{-6}{9} = \frac{-2}{3}$

ii) వాలు $= \frac{q+p}{-p-q} = \frac{(p+q)}{-(p+q)} = -1$

3. ధన X- అక్షంతో ధనదిశల క్రింద ఇచ్చిన కోణాలు చేస్తూ దత్త బిందువు గుండా పోయే సరళరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

i) $\frac{\pi}{3}, (1, 2)$

ii) $135^\circ, (3, -2)$

సాధన.

i) $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

రేఖ సమీకరణము

$$y - 2 = \sqrt{3}(x - 1)$$

$$= \sqrt{3x} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3x} - y + (2 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{ii) } m = \tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ)$$

$$= -\tan 45^\circ = -1$$

$$\text{రేఖా సమీకరణము } y + 2 = -1(x - 3)$$

$$= -x + 3$$

$$\text{i.e., } x + y - 1 = 0$$

4) మూల బిందువు గుండాపోతూ నిరూపకాక్షాలతో సమాన కోణాలు చేసే సరళరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

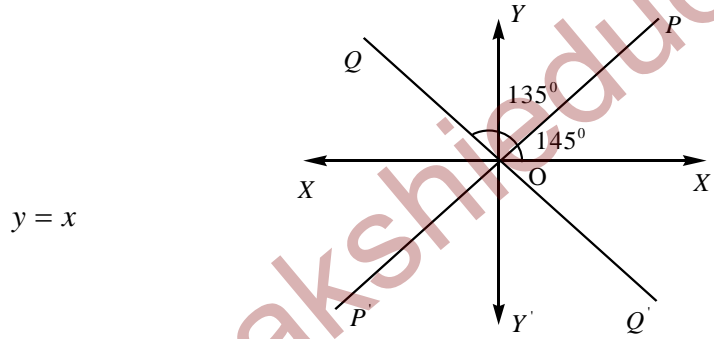
సాధన.

సందర్భం i) PP' $x - 45^\circ$

$$m = \tan 45^\circ = 1$$

PP' రేఖ $O(0,0)$ గుండా పోతుంది.

$$PP' \text{ సమీకరణము } y - 0 = 1(x - 0)$$



సందర్భం ii) QQ' రేఖ x -అక్షం ధన దిశలో 135° కోణం చేస్తుంది.

$$m = \tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ$$

$$QQ' \text{ సమీకరణము } y - 0 = -1(x - 0)$$

$$y = -x$$

5) సరళరేఖ X- అక్షంతో ధనదిశతో చేసే కోణం, దాని Y-Y అంతరఖండం క్రింద ఇచ్చాం. ఆ సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

i) $60^{\circ}, 3$

ii) $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right), 3$

సాధన.

i) రేఖ సమీకరణము $y = mx + c$

$$m = \tan 60^{\circ} = \sqrt{3}, c = 3$$

రేఖ సమీకరణము $y = \sqrt{3}x + 3$

$$\sqrt{3}x - y + 3 = 0$$

ii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow m = \tan \theta = \frac{2}{3}, c = 3$

రేఖ సమీకరణము $y = \frac{2}{3}x + 3$

$$3y = 2x + 9$$

$$2x - 3y + 9 = 0$$

6) $(3, -4)$ బిందువు గుండా పోతూ X, Y- అంతరఖండాలు 2:3 నిష్పత్తి లో గల సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో రేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

దత్తాంశం ప్రకారం $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{3a}{2}$

రేఖ సమీకరణం $\frac{x}{a} + \frac{2y}{3a} = 1$

$$3x + 2y = 3a$$

ఈ రేఖ $P(3, -4)$ గుండా పోతుంది.

$$9 - 8 = 3a \Rightarrow 3a = 1$$

కావలసిన రేఖ సమీకరణము

$$3x + 2y = 1$$

$$3x + 2y - 1 = 0$$

7) కింది బిందువులు సరేఖీయాలని చూపి కలిగి ఉండే L సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

i) $(1,3), (-2, -6), (2,6)$

ii) $(a,b+c), (b,c+a), (c,a+b)$

సాధన.

i) $A(1,3)B(-2, -6), C(2,6)$ AB సమీకరణం

$$(y-3)(1+3) = (x-1)(3+6)$$

$$3(y-3) = 9(x-1)$$

$$3x - y = 0$$

$$C(2,6)$$

$$3x - y = 3 \cdot 2 - 6 = 6 - 6 = 0$$

\therefore దత్తబిందువులు A, B, C లు సరేఖీయాలు.

A, B, C ల గుండా పోయే రేఖ సమీకరణము $3x - y = 0$

ii) $A(a,b+c), B(b,c+a), C(c,a+b)$ AB సమీకరణము

$$(y - (b+c))(a-b) = (x-a)(b+c-c-a)$$

$$(y-b-c)(a-b) = -a(a-b)(x-a)$$

$$y-b-c = -x+a$$

$$x+y-a(a+b+c) = 0$$

$$C(c,a+b)$$

$$c+a+b-a-b-c = 0$$

C బిందువు AB మీద ఉంది.

AB, C సరేఖీయాలు.

ఈ రేఖ సమీకరణము $x+y = a+b+c$

8. $ab \neq 0$ అయినప్పుడు $(a,0), (h,k), (0,b)$ బిందువులు సరేఖీయాలు కావడానికి నియమం కనుక్కోండి.

సాధన. $A(a,0), B(h,k), C(0,b)$ లు సరేఖీయాలు.

$$\Rightarrow AB \text{ వాలు} = AC \text{ వాలు}$$

$$\frac{k-0}{h-a} = \frac{-b}{a}$$

$$ak = -bh + ab$$

$$bh + ak = ab$$

$$\frac{h}{a} + \frac{k}{b} = 1$$

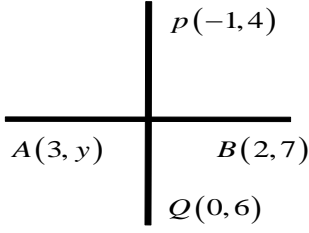
9. $(3, y), (2, 7)$ బిందువుల గుండా పోతూ $(-1, 4), (0, 6)$ బిందువులను కలిపే రేఖకు సమాంతరంగా ఉంటే y విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. $A(3, y), B(2, 7), P(-1, 4), Q(0, 6)$ లు

దత్త బిందువులు.

$$m_1 = AB \text{ వాలు} = \frac{y-7}{3-2} = y-7$$

$$m_2 = PQ \text{ వాలు} = \frac{4-6}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$



AB, PQ లు సమాంతరాలు

$$m_1 = m_2 \Rightarrow y-7 = 2$$

$$y = 2+7 = 9$$

10. $(-4, 5)$ బిందువుగుండా పోతూ నిరూపకాక్షాలలో సమాన శూన్యేతర అంతరఖండాలు చేసే సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో సరళరేఖ సమీకరణము $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

దత్తాంశము ప్రకారము $a = b$

రేఖా సమీకరణము $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$\Rightarrow x + y = a$$

ఈ రేఖ $P(-4, 5)$ గుండా పోతుంది.

$$-4+5 = a \Rightarrow a = 1$$

కావలసిన రేఖ సమీకరణము

$$-4+5 = a \Rightarrow a = 1$$

కావలసిన రేఖ సమీకరణము $x + y = 1$ లేదా $x + y - 1 = 0$

11. $(-2, 4)$ బిందువు గుండా పోతూ శూన్యేతర అనితర ఖండాల మొత్తము సున్న సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో రేఖ సమీకరణము $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

దత్తాంశము ప్రకారం $a + b = 0 \Rightarrow b = -a$

రేఖ సమీకరణము $\frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x - y = a$

ఈ రేఖ $P(-2, 4)$ గుండా పోతుంది.

$$-2 - 4 = a \Rightarrow a = -6$$

కావలసిన రేఖ సమీకరణము

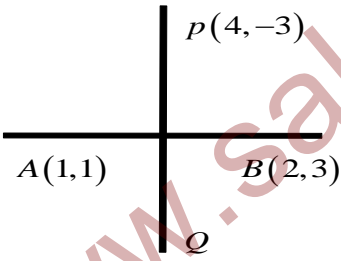
$$x - y = -6$$

$$x - y + 6 = 0$$

12. $(4, -3)$ బిందువు గుండా పోతూ $(1, 1), (2, 3)$ బిందువుల ద్వారా పోయే సరళరేఖకు లంబంగా ఉండే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

సాధన. $A(1, 1), B(2, 3)$ లు దత్త బిందువులు

$$m = AB \text{ వాలు} = \frac{1-3}{1-2} = \frac{-2}{-1} = 2$$



PQ రేఖ AB లంబంగా ఉంది.

$$PQ \text{ వాలు} = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2}$$

PQ రేఖ $P(4, -3)$ గుండా పోతుంది.

PQ సమీకరణము $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

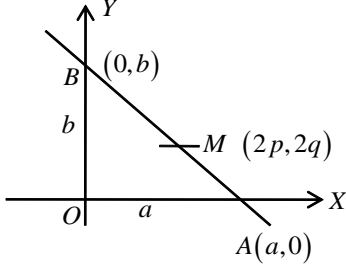
$$2y + 6 = -x + 4$$

$$x + 2y + 2 = 0$$

13. ఒక సరళరేఖ నిరూపకాక్షాల మధ్య గల భాగాన్ని $(2p, 2q)$ సమద్విఖండన చేస్తే ఆ రేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో AB సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots\dots\dots (1)$$



A నిరూపకాలు $(a, 0)$, B నిరూపకాలు $(0, b)$

M మధ్య బిందువు AB

$$M \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = (2p, 2q)$$

$$\frac{a}{2} = 2p, \frac{b}{2} = 2q$$

$$a = 4p, b = 4q$$

(1) లో ప్రతిక్షేపిస్తే AB సమీకరణము

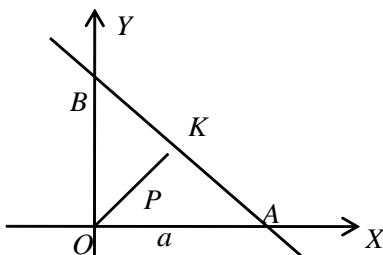
$$\frac{x}{4p} + \frac{y}{4q} = 1$$

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 4$$

14. ఒక సరళరేఖ నిరూపకాక్షాల మీద చేసే అంతరఖండాలు a, b అయితే మూల బిందువు నుంచి ఆ రేఖకు లంబ దూరమైన p విలువను a, b లలో కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో రేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$



$p =$ మూలబిందువు నుండి లంబంగా

$$= \frac{|0+0-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} \Rightarrow \frac{1}{p} = \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$$

$$\text{ఇరువైపులా వర్గీకరించగా } \frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$
$$= \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$$

$$p^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \Rightarrow p = \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

15. ఈ క్రింది వాటిలో మూల బిందువు నుంచి సరళరేఖ దూరాన్ని p సూచిస్తుంది. మూల బిందువు నుండి సరళరేఖను ఒక అభిలంబ కిరణనం $x -$ అక్షం ధన దిశలో అపసవ్య దిశలో α కోణాన్ని చేస్తుంది. క్రింది ఇచ్చిన p, α విలువలు గల సరళరేఖల సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

i) $p = 5, \alpha = 60^\circ$ ii) $p = 6, \alpha = 150^\circ$

సాధన. అభిలంబ రూపంలో సమీకరణం $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

i) $p = 5, \alpha = 60^\circ$

$$\cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{స్పర్శరేఖ సమీకరణము } \frac{1}{2}x + y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{3}y = 10$$

ii) $p = 6, \alpha = 150^\circ$

$$\cos \alpha = \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ)$$

$$= -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \alpha = \sin 150^\circ$$

$$= \sin(180^\circ - 30^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

సరళరేఖ సమీకరణము

$$x \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + y \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$-\sqrt{3}x + y = 12$$

$$\text{లేదా } \sqrt{3}x - y + 12 = 0$$

16.X - అక్షం ధన దిశలో అపసవ్య దిశలో $\frac{\pi}{3}$ కోణం చేసే ఒక సరళ రేఖ సమీకరణం Y-అక్షం మీద

ధన అంతరఖండం చేస్తోంది. ఆ సరళరేఖ మూలబిందువు నుంచి 4 దూరంలో ఉంటే, ఆ రేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. $\alpha = \frac{\pi}{3}, p = 4$ అని ఇవ్వబడింది.

$$m = \tan \alpha = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

వాలు-అంతరఖండ రూపంలో సరళరేఖ సమీకరణము.

$$y = \sqrt{3}x + c$$

$$\sqrt{3}x - y + c = 0$$

మూల బిందువు నుండి పోయే ధ్రువము = 4

$$\frac{|0 - 0 + c|}{\sqrt{3+1}} = 4$$

$$|c| = 4 \times 2 = 8$$

$$c = \pm 8$$

$$c > 0 \quad \therefore c = 8$$

సరళరేఖ సమీకరణము $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$

17) కింది రేఖల ఖండన బిందువును కనుక్కోండి.

$$i) 4x + 8y - 1 = 0, 2x - y + 1 = 0$$

$$\text{సాధన. } 4x + 8y - 1 = 0, 2x - y + 1 = 0$$

ఖండన బిందువు

$$\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \right)$$

$$\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{8 \cdot 1 - (-1)(-1)}{4(-1) - 8(2)}$$

$$= \frac{81 - 1}{-4 - 16} = \frac{-7}{20}$$

$$\frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{-1.2-1.4}{4(-1)-8(2)} = \frac{-6}{-20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{ఖండన బిందువు} \left(\frac{-7}{20}, \frac{3}{10} \right)$$

ii) కింద ఇచ్చిన సమీకరణంను $L_1 + \lambda L_2 = 0$ రూపంలోకి మార్చండి. ఈ సమీకరణం సూచించే సరళరేఖా కుటుంబం అనుషక్త బిందువును కనుక్కోండి.

$$\text{సాధన. } (2+5x)x - 3(1+3k)y + (2-k) = 0$$

$$(2+5x)x - 3(1+3k)y + (2-k) = 0$$

ఇది $L_1 + \lambda L_2 = 0$ రూపం లో ఉంది.

$$L_1 + 2x - 3y + 2 = 0$$

$$L_2 = 5x - 6y - 1 = 0$$

x	y	1
-3	2	2
-6	-1	-3
2	5	-6

$$X = \frac{15}{3} = 5, y = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{x}{3+12} = \frac{y}{10+2} = \frac{1}{-12+15}$$

$P(5,4)$ అనుషక్త బిందువు.

18. $ax+by+c=0$ ($abc \neq 0$), $lx+my+n=0$ సమీకరణం ఒకే రేఖను సూచిస్తే, $r = \frac{l}{a} = \frac{n}{c}$

అయినప్పుడు r విలువను m, b లలో కనుక్కోండి.

$$\text{సాధన. } ax+bx+c=0$$

$$lx+my+n=0$$

$$\therefore \frac{l}{a} = \frac{m}{b} = \frac{n}{c} = r$$

$$\frac{m}{b} = r$$

19. కింది సమస్యలలో ఇచ్చిన వాలుతో, ఇచ్చిన బిందువు గుండా పోయే సరళరేఖల సమీకరణాలు సాప్తవ

~¶, ౧..ÖH#°HÖ°.

i) $\sqrt{3}, (2, 3)$

ii) $-\frac{1}{\sqrt{3}}, (-2, 0)$

సాధన. i) సాప్తవ రూపంలో సరళరేఖ సమీకరణము

$$\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\sin \alpha} = r$$

$$(x_1, y_1) = (2, \sqrt{3})$$

$$m = \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\sin \alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

సాప్తవ రూపంలో సరళరేఖ సమీకరణము

$$\frac{x - 2}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{y - \sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

ii) $(x_1, y_1) = (-2, 0)$

$$\tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

సరళరేఖ సమీకరణము

$$\frac{x + 2}{\cos 150^\circ} = \frac{y}{\sin 150^\circ}$$

20. సరళరేఖ $x \tan \alpha + y \sec \alpha = 1$ ($0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$), నిరూపకాల మీద చేసే అంతర ఖండాల లబ్ధము

$\sin \alpha$ అయితే α కనుక్కోండి.

$$x \tan \alpha + y \sec \alpha = 1$$

$$\frac{x}{\cot \alpha} + \frac{y}{\cos \alpha} = 1$$

$$a = \cot \alpha, b = \cos \alpha$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = \sin \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\tan^2 \alpha = 1 \Rightarrow \tan \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

21. ఒక చల (variable) సరళరేఖ నిరూపకాక్షాలతో చేసే అనితరఖండాల విలోమాల మొత్తం స్థిరం అయితే ఆ రేఖ ఒక స్థిర బిందువు గుండా పోతుందని నిరూపించండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో రేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \dots (1)$$

అంతరఖండాల విలోమాల మొత్తము

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = k$$

$$\frac{1}{ak} + \frac{1}{bk} = 1$$

$$\left(\frac{1}{k}\right) + \left(\frac{1}{k}\right) = 1$$

రేఖ (1), $\left(\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right)$ స్థిర బిందువు గుండా పోతుంది.

22. కింది సూచించిన సరళరేఖలు దత్త బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలను విభజించే నిష్పత్తులను కనుక్కోండి. ఆ బిందువులు సరళరేఖకు ఒకే వైపున ఉన్నాయో, వేరొక వైపున ఉన్నాయో తెలపండి.

సాధన. ii) $3x + 4y = 6$, (2, -1), (1, 1)

సరళరేఖ సమీకరణము $3x + 4y - 6 = 0$

$$\begin{aligned} \frac{l}{m} &= \frac{-(ax_1 + by_1 + c)}{(ax_2 + by_2 + c)} \\ &= \frac{-(3 \cdot 2 + 4(-1) - 6)}{3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 6} \\ &= \frac{-(-4)}{1} = 4 \end{aligned}$$

దత్త బిందువులు రేఖకు వ్యతిరేక దిశలలో ఉంటాయి.

iii) $2x + 3y = 5$, (0, 0), (-2, 1)

సాధన. $2x + 3y - 5 = 0$

$$\frac{l}{m} = \frac{-(0 + 0 - 5)}{-4 + 3 - 5}$$

$$= \frac{-5}{6}$$

దత్త బిందువులు రేఖకు ఒకే వైపున ఉంటాయి.

23. $(a-b)x+(b-c)y=c-a$, $(b-c)x+(c-a)y=(a-b)$, $(c-a)x+(a-b)y=b-c$ సరళరేఖలు అనుషక్తాలు అని చూపండి.

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$(a-b)x+(b-c)y=c-a.....(1)$$

$$(b-c)x+(c-a)y=a-b.....(2)$$

$$(c-a)x+(a-b)y=b-c.....(3)$$

(1), (2) ల నుండి

$$\begin{array}{ccc} & x & y & 1 \\ b-c & \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ & \searrow & \searrow & \searrow \\ c-a & & & \end{array}$$

$$\frac{x}{-(b-c)(a-b)+(c-a)^2} = \frac{1}{(a-b)(c-a)-(b-c)^2}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(c-a)^2 - (b-c)(a-b)}{(a-b)(c-a) - (b-c)^2} \\ &= \frac{c^2 + a^2 - 2ca - ab + b^2 + ac - bc}{ac - a^2 - bc + ab - b^2 - c^2 + 2bc} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{-(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{(a-b)^2 - (c-a)(b-c)}{(a-b)(c-a) - (b-c)^2} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - 2ab - bc + c^2 + ab - ac}{ac - a^2 - bc + ab - b^2 - c^2 + 2bc} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{-(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)} = -1 \end{aligned}$$

(1), (2) ల ఖండన బిందువు $P(-1,-1)$

(3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$(c-a)(-1) + (a-b)(-1)$$

$$= -c + a - a + b = b - c$$

$p(-1, -1)$ బిందువు (3) మీద ఉంది.

దత్త రేఖలు అనుషక్తాలు

24. $x + p = 0, y + 2 = 0, 3x + 2y + 5 = 0$ సరళరేఖలు అనుషక్తాలయితే p విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. దత్తరేఖల సమీకరణాలు

$$x + p = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$y + 2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$3x + 2y + 5 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

(2) నుండి $y = -2$

(3) లో ప్రతిక్షేపించగా $3x - 4 + 5 = 0$

$$3x = 4 - 5 = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

(2), (3) ల ఖండన బిందువు $p\left(-\frac{1}{3}, -2\right)$

దత్త రేఖలు అనుషక్తాలు

p బిందువు $x + p = 0$ పై ఉంది.

$$-\frac{1}{3} + p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

25. నిరూపకాక్షాలతో, క్రింది సూచించిన సరళరేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యాలను కనుక్కోండి.

$$i) x - 4y + 2 = 0$$

సాధన. AB సమీకరణము $x - 4y + 2 = 0$

$$-x + 4y = 2$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 1$$

$$a = -2, b = \frac{1}{2}$$

$$\Delta OAB \text{ వైశాల్యము} = \frac{1}{2}|ab|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -2 \times \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} \text{ చ. యూనిట్లు}$$

26. క్రింది సరళరేఖల మధ్య అఘుకోణాన్ని కనుక్కోండి.

$$y = 4 - 2x, y = 3x + 7$$

సాధన. $y = 4 - 2x \Rightarrow 2x + y - 4 = 0$

$$3x - y + 7 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$= \frac{|2 \cdot 3 + 1(-1)|}{\sqrt{4+1} \sqrt{9+1}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{5} \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

27. క్రింది సరళరేఖల మీదికి ఎదురుగా ఇచ్చిన బిందువు నుంచి లంబ దూరాన్ని కనుక్కోండి.

i). $5x - 2y + 4 = 0, (-2, -3)$

సాధన. లంబ దూరము

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|5(-2) - 2(-3) + 4|}{\sqrt{25+4}} = \frac{|-10+10|}{\sqrt{29}} = 0$$

ii). $5x - 3y - 4 = 0, 10x - 6y - 9 = 0$

సాధన. దత్తరేఖల సమీకరణాలు

$$10x - 6y - 8 = 0$$

$$10x - 6y - 9 = 0 \text{ గా తీసుకొనవచ్చు.}$$

సమాంతర రేఖల మధ్యదూరం

$$= \frac{|-8+9|}{\sqrt{100+36}} = \frac{1}{2\sqrt{34}}$$

27. $6x - 10y + 3 = 0, kx - 5y + 8 = 0$ సరళరేఖలు సమాంతరంగా ఉంటే k విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. దత్తరేఖల సమీకరణాలు

$$6x - 10y + 3 = 0$$

$$kx - 5y + 8 = 0$$

ఈ రేఖలు సమాంతరాలు

$$a_1b_2 = a_2b_1$$

$$-30 = -10k$$

$$k = 3$$

28. $y - 3kx + 4 = 0, (2k - 1)x - (8k - 1)y - 6 = 0$ సరళరేఖలు లంబంగా ఉంటే k విలువను కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$-3kx + y + 4 = 0$$

$$(2k - 1)x - (8k - 1)y - 6 = 0$$

ఈ రేఖలు లంబంగా ఉన్నాయి.

$$\Rightarrow -3k(2k - 1) - 1(8k - 1) = 0$$

$$-6k^2 + 3k - 8k + 1 = 0$$

$$6k^2 + 5k - 1 = 0$$

$$(k + 1)(6k - 1) = 0$$

$$k = -1 \quad \text{లేదా} \quad \frac{1}{6}$$

29. $3x + 4y + 6 = 0$ రేఖకు లంబంగా ఉంటూ X- అక్షం మీద - 4 అంతర ఖండం చేసే రేఖ సమీకరణం కనుగొనండి.

సాధన.

దత్తరేఖ సమీకరణము $3x + 4y + 6 = 0$ లంబంగా ఉండే రేఖ సమీకరణము

$$\frac{4x}{k} - \frac{3y}{k} = 1$$

$$\left(\frac{x}{\frac{k}{4}}\right) + \left(\frac{y}{\frac{k}{-3}}\right) = 1$$

$$x - \text{అంతరఖండం} = \frac{k}{4} = -4 \Rightarrow k = -16$$

$$\begin{aligned} \text{కావలసిన రేఖ సమీకరణము} \quad 4x - 3y = -16 \\ \Rightarrow 4x - 3y + 16 = 0 \end{aligned}$$

30. కింది సరళరేఖల మధ్య లఘుకోణాన్ని కనుక్కోండి.

1. $ax + by = a + b, a(x - y) + b(x + y) = 2b$

$$\cos \theta = \frac{|a(a+b) + (-a+b)|}{\sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{(a^2 + b^2)}}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{\sqrt{2}(a^2 + b^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$$

31. బిందువు (2,3) గుండా పోతూ నిరూపకాక్షాతో చేసే శూన్యేతర అంతరఖండాల మొత్తము సున్న అయ్యే సరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో రేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$b = -a$ అని ఇవ్వబడింది.

$$\text{రేఖ సమీకరణము} \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x - y = a$$

ఈ రేఖ (2,3) గుండా పోతుంది.

$$2 - 3 = a \Rightarrow -1$$

ంఖ సమీకరణము

$$x - y = 1 \quad \text{లేదా} \quad x - y + 1 = 0$$

$$x - y = -1 \quad x - y + 1 = 0$$

32. A(-1,3) బిందువు గుండా పోతూ B(2,-5), C(4,6) బిందువులగుండా పోయే సరళరేఖకు
i) సమాంతరంగా, ii) లంబంగా ఉండే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

a) BC వాలు = $\frac{-5-6}{2-4} = \frac{-11}{-2} = \frac{11}{2}$

i) కావలసిన BC కి సమాంతరము మరియు A(-1,3)

గుండా పోతుంది.

సమాంతర రేఖ సమీకరణము.

$$y-3 = \frac{11}{2}(x+1)$$

$$2y-6 = 11x+11$$

$$11x-2y+17 = 0$$

ii) దత్త రేఖ BC కి లంబంగా ఉంది.

$$\text{ఈ రేఖ వాలు} = -\frac{1}{m} = -\frac{2}{11}$$

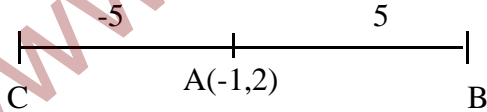
ఈ రేఖ A(-1,3) గుండా పోతుంది. కావలసిన రేఖ సమీకరణము

$$y-3 = -\frac{2}{11}(x+1)$$

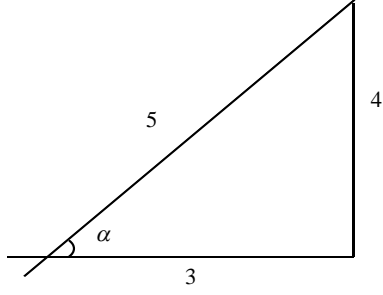
$$11y-33 = -2x-2$$

$$2x+11y-31 = 0$$

- 33) ఒక సరళరేఖ A(1,-2) గుండా పోతూ X-అక్షం ధన దిశతో అపసవ్య దిశలో $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ కోణం
చేస్తుంది. ఆ సరళరేఖ పై A నుంచి 5 యూనిట్ల దూరంలో గల బిందువులను కనుక్కోండి.
సాధన.



$$\text{దత్తకోణం } \alpha = \tan^{-1} \frac{4}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$$



$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$(x_1, y_1) = (1, -2) \Rightarrow x_1 = 1, y_1 = -2$$

సందర్భం i) $r = 5$

$$x = x_1 + r \cos \alpha = 1 + 5 \cdot \frac{3}{5} = 1 + 3 = 4$$

$$y = y_1 + r \sin \alpha = -2 + 5 \cdot \frac{4}{5} = -2 + 4 = 2$$

B నిరూపకాలు $(4, 2)$

సందర్భం ii) $r = -5$

$$x = x_1 + r \cos \alpha = 1 - 5 \cdot \frac{3}{5} = 1 - 3 = -2$$

$$y = y_1 + r \sin \alpha = -2 - 5 \cdot \frac{4}{5} = -2 - 4 = -6$$

C నిరూపకాలు $(-2, -6)$

34) $x = 0, y = 0, 3x + 4y = a (a > 0)$ సరళరేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజవైశాల్యం 6 అయితే, a విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. రేఖ సమీకరణము $3x + \frac{4y}{a} = 1$

$$\frac{x}{\left(\frac{a}{3}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{a}{4}\right)} = 1$$

$$OA = x - \text{అంతర ఖండము} = \frac{a}{3},$$

$$OB = y - \text{అంతర ఖండము} = \frac{a}{4}$$

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} |OA \cdot OB|$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & a \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \frac{a^2}{24}$$

$$\frac{a^2}{24} = 6 \Rightarrow a^2 = 144$$

$$a = \pm 12$$

$a > 0$ కనుక

$$\therefore a = 12$$

స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. ఒక త్రిభుజానికి $A(10,4), B(-4,9), C(-2,-1)$ లు శీర్షాలు.

i) \overline{AB}

ii) A ద్వారా పోయే మధ్యగత రేఖ

iii) B ద్వారా పోయే ఉన్నతి

iv) భుజం \overline{AB} కి లంబ సమద్విఖండన రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

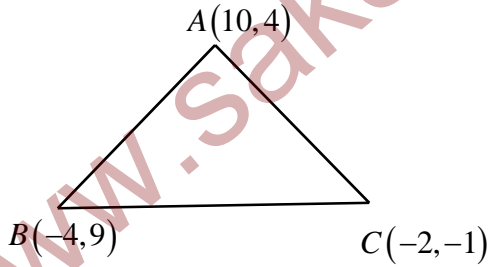
సాధన. i) $A(10,4), B(-4,9)$ లు దత్త బిందువులు AB సమీకరణము

$$(y-4)(10+4) = (x-10)(4-9)$$

$$14y - 56 = -5x + 50$$

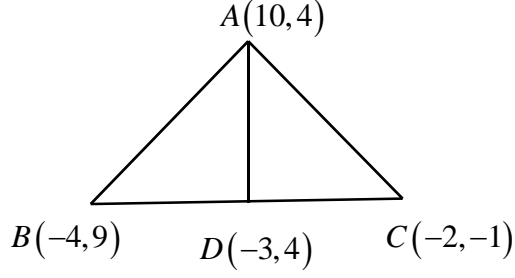
$$5x + 14y - 106 = 0$$

$$5x + 14y - 106 = 0$$



ii) D బిందువు BC మధ్య బిందువు

$$D \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{-4, -2}{2}, \frac{9-1}{2} \right) = (-3, 4)$$

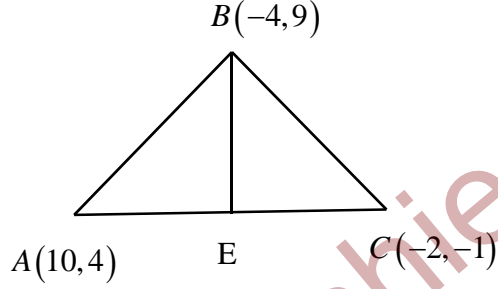


A(10,4) మూడవ శీర్షంలో AD సమీకరణం

$$(y-4)(10+3) = (x+3)(4-4)$$

$$13(y-4) = 0 \Rightarrow y-4 = 0 \text{ (లేదా) } y = 4$$

iii)



$$AC \text{ వాలు} = \frac{4+1}{10+2} = \frac{5}{12}$$

BE రేఖ AC కి లంబంగా ఉంది.

$$BE \text{ వాలు} = \frac{-1}{m} = \frac{12}{5}$$

BE రేఖ B(-4,9)

BE సమీకరణం ఉన్నతి

$$y-9 = \frac{-12}{5}(x+4)$$

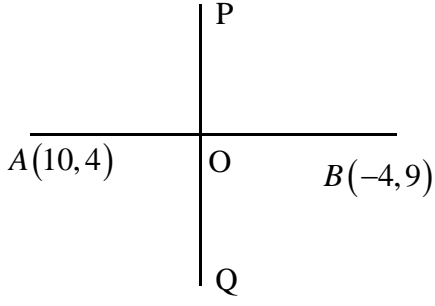
$$5y-45 = -12x-48$$

$$12x+5y+3=0$$

iv) O మధ్య బిందువు AB

$$O \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{10-4}{2}, \frac{4+9}{2} \right)$$

$$= \left(3, \frac{13}{2}\right)$$



$$AB \text{ వాలు} = \frac{4-9}{10+4} = \frac{-5}{14}$$

PQ రేఖ AB కి లంబంగా ఉంది.

$$PQ \text{ వాలు} = \frac{-1}{m} = \frac{14}{5}$$

AB లంబ సమద్విఖండన రేఖ సమీకరణము

$$y - \frac{13}{2} = \frac{14}{5}(x - 3)$$

$$5y - \frac{65}{2} = 14x - 42$$

$$14x - 5y + \left(\frac{65}{2} - 42\right) = 0$$

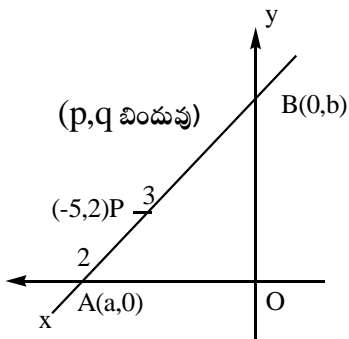
$$14x - 5y - \frac{19}{2} = 0$$

$$28 - 10y - 19 = 0$$

2) ఒక సరళరేఖ నిరూపకాక్షాలను A, B లో కలుస్తుంది.

i) $(-5, 2)$ వద్ద 2:3 నిష్పత్తిలో \overline{AB} విభజించబడినప్పుడు.

సాధన.



$OA = a, OB = b$ అనుకుందాం.

A నిరూపకాలు $(a, 0)$, నిరూపకాలు $(0, b)$

P బిందువు AB ని 2:3 నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

$$P \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{3a}{5}, \frac{2b}{5} \right) = (-5, 2)$$

$$\frac{3a}{5} - 5, \frac{2b}{5} = 2$$

$$a = -\frac{25}{3}, b = 5$$

$$AB \text{ సమీకరణము } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{\left(-\frac{25}{3}\right)} + \frac{y}{5} = 1$$

$$\frac{-3x}{25} + \frac{y}{5} = 1$$

$$-3x + 5y = 25$$

$$3x - 5y + 25 = 0$$

ii) (p, q) బిందువు ని \overline{AB} సమద్విఖండన చేసినప్పుడు అసరళరేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. $OA = a, OB = b$ అనుకుందాం.

A నిరూపకాలు $(a, 0)$, B నిరూపకాలు $(0, b)$

$$\text{ii) } AB \text{ మధ్య బిందువు } = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) = (p, q)$$

$$\frac{a}{2} = p, \frac{b}{2} = q$$

$$a = 2p, b = 2q$$

$$AB \text{ సమీకరణము } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{2p} + \frac{y}{2q} = 1$$

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 2$$

3) $(1,2), (3,4)$ బిందువులు $3x-5y+a=0$ సరళరేఖకు ఒకేవైపున ఉంటే a విలువల సమితిని కనుక్కోండి.

సాధన. $P(1,2), Q(3,4)$ లు దత్త బిందువులు.

దత్త సమీకరణము $3x-5y+a=0$

$$L_{11} = 3.1 - 5.2 + a = a - 7$$

$$L_{22} = 3.3 - 5.4 + a = a - 11$$

$a-7, a-11$ లు రెండూ ధనాత్మకాలు రెండూ ఋణాత్మకాలు కావాలి.

సందర్భం i) $a-7 > 0, a-11 > 0$

$$a > 7, a > 11$$

$$\therefore a > 11 \Rightarrow a \in (11, \infty)$$

సందర్భం ii) $a-7 < 0, a-11 < 0$

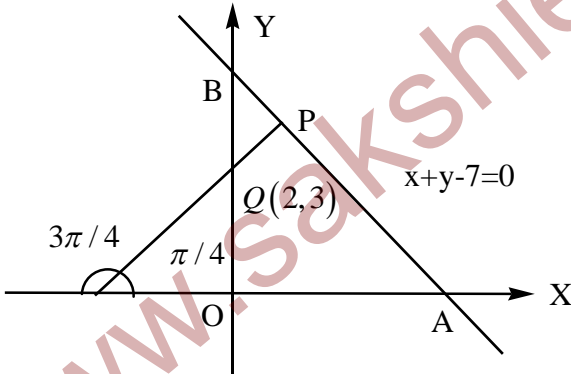
$$a < 7, a < 11$$

$$\Rightarrow a < 7, \Rightarrow a \in (-\infty, 7)$$

$$\therefore a \in (-\infty, 7) \cup (11, \infty)$$

4) ఒక సరళరేఖ $Q(2,3)$ గుండా పోతూ X - అక్షం రుణ దిశలో $\frac{3\pi}{4}$ కోణం చేస్తోంది. $x+y-7=0$

రేఖను P వద్ద ఆ సరళ రేఖ రేఖ ఖండిస్తూంటే, PQ దూరాన్ని కనుక్కోండి.



సాధన. PQ రేఖ X - అక్షం ఋణదిశలో $\frac{3\pi}{4}$ కోణం చేస్తోంది.

PQ రేఖ X - అక్షం దిశలో $\pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ కోణం చేస్తుంది.

Q నిరూపకాలు $(2,3)$

P నిరూపకాలు $(x_1 + r \cos \theta, y_1 + r \sin \theta)$

$$= \left(2 + r \cos \frac{\pi}{4}, 3 + r \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \left(2 + \frac{r}{\sqrt{2}}, 3 + \frac{r}{\sqrt{2}} \right)$$

P బిందువు $x + y - 7 = 0$ రేఖ పై ఉంది.

$$2 + \frac{r}{\sqrt{2}} + 3 \frac{r}{\sqrt{2}} - 7 = 0$$

$$2 \cdot \frac{r}{\sqrt{2}} = 7 - 2 - 3 = 2$$

$$\therefore r = \sqrt{2}$$

$$PQ = r = \sqrt{2} \text{ యూనిట్లు.}$$

5. క్రింది సమీకరణాలను

a) వాలు - అంతరఖండ రూపం

b) అనితరఖండ రూపం

c) అభిలంబ రూపంలో మార్చండి.

$$i) 3x + 4y = 5 \quad iii) \sqrt{3}x + y = 4$$

సాధన. i) $3x + 4y = 5$

వాలు - అంతరఖండ రూపము

$$4y = -3x + 5$$

$$y = \left(-\frac{3}{4} \right)x + \left(\frac{5}{4} \right)$$

అంతరఖండ రూపము

$$3x + 4y = 5$$

$$\frac{3x}{5} + \frac{4y}{5} = 1$$

$$\frac{x}{\left(\frac{5}{3} \right)} + \frac{y}{\left(\frac{5}{4} \right)} = 1$$

అంభిలంబ రూపము

$$3x + 4y = 5$$

$$\sqrt{9+16} = 5 \text{ తో భాగించగా}$$

$$\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y = 1$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1$$

$$\text{iii) } \sqrt{3}x + y = 4$$

వాలు - అంతరఖండ రూపము

$$\sqrt{3}x + y = 4$$

$$y = -\sqrt{3}x + 4$$

అంతరఖండ రూపము

$$\sqrt{3}x + y = 4$$

$$\frac{\sqrt{3}x}{4} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\frac{x}{\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)} + \frac{y}{4} = 1$$

అబిలంబ రూపము

$$\sqrt{3}x + y = 4$$

$$\sqrt{3+1} = 2 \text{ తో భాగించగా}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y = 2$$

$$x \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + y \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$$

6. సరళరేఖ నిరూపకాక్షాలతో చేసే అనితరఖండాలు

a, b మూల బిందువును స్థిరంగా ఉంచి అక్షాలకు ఒక దత్త కోణం గుండా తిప్పినప్పుడు ఆ రేఖ

L నూతన అక్షాలతో చేసే అంతరఖండాలు p, q అయితే $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}$ అని చూపండి.

సాధన. అంతరఖండ రూపంలో తొలి వ్యవస్థలో సరళరేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

మూల బిందువు నుండి లంబదూరము

$$= \frac{|0+0-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} \dots\dots\dots (1)$$

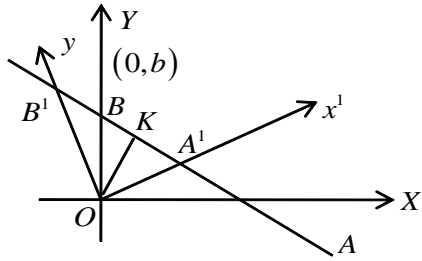
రెండవ వ్యవస్థలో అంతరఖండ రూపంలో సరళరేఖ సమీకరణము

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{p} + \frac{y}{q} - 1 = 0$$

మూల బిందువు నుండి లంబ దూరము

$$= \frac{|0+0-1|}{\sqrt{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}}} \dots\dots\dots (2)$$



(1), (2) లలో మూల బిందువు, లంబదూరాలు మారలేదు కనుక

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}$$

7. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ సమీకరణాన్ని $a > 0, b > 0$ అయినప్పుడు అభిలంబ రూపంలోకి రూపాంతరం చేయండి.

ఆ రేఖకు మూల బిందువు నుండి లంబదూరం p అయితే $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ అని చూపండి.

సాధన. సరళరేఖ సమీకరణము $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$bx + ay = ab$$

$\sqrt{a^2 + b^2}$ తో భాగించగా

$$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot x + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot y = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

అనుకుంటే రేఖ సమీకరణం

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ అవుతుంది.}$$

$$p = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow p^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = \frac{a^2}{a^2 b^2} + \frac{b^2}{a^2 b^2}$$

$$= \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

8. ఒక సరళరేఖ $A(-2,1)$ నుంచి పోతూ X - అక్షం ధన దిశలో 30° కోణం చేస్తుంది. ఆ సరళరేఖపై A నుంచి 4 యూనిట్ల దూరంలో ఉన్న బిందువులను కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖ మీద ఏదేని బిందువు నిరూపకాలు $(x_1 + r \cos \alpha, y_1 + 4 \sin \alpha)$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$(x_1, y_1) = (-2, 1) \Rightarrow x_1 = -2, y_1 = 1$$

$r = 4$ గా తీసుకుంటే p నిరూపకాలు

$$\left(-2+4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}, 1+4\cdot\frac{1}{2}\right) = (-2, +2\sqrt{3}, 3)$$

$r = -4$ గా తీసుకుంటే p నిరూపకాలు

$$\left(-2-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}, 1-4\cdot\frac{1}{2}\right) = (-2, -2\sqrt{3}, -1)$$

9. $3x-4y-1=0$ రేఖపై ఉంటూ, బిందువు $(3,2)$ నుంచి 5 యూనిట్లు దూరంలో ఉన్న బిందువులను కనుక్కోండి.

సాధన. సౌష్ఠవ రూపంలో సరళరేఖసమీకరణము

$$\frac{x-3}{\cos \alpha} = \frac{y-2}{\sin \alpha} = r$$

p నిరూపకాలు

$$(3+r \cos \alpha, 2+r \sin \alpha)$$

$$= (3+5 \cos \alpha, 2+5 \sin \alpha)$$

p బిందువు $3x-4y-1=0$ రేఖపై ఉంది.

$$3(3+5 \cos \alpha) - 4(2+5 \sin \alpha) - 1 = 0$$

$$9+15 \cos \alpha - 8 - 20 \sin \alpha - 1 = 0$$

$$15 \cos \alpha - 20 \sin \alpha = 0$$

$$15 \cos \alpha = +20 \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = +\frac{3}{4}$$

$$\text{సందర్భం } i): \cos \alpha = +\frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\text{సందర్భం } ii): \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

సందర్భం i): p నిరూపకాలు

$$\left(3+5\cdot\frac{4}{5}, 2+5\cdot\frac{3}{5}\right) = (7, 5)$$

సందర్భం ii): p నిరూపకాలు

$$\left(3-5\cdot\frac{4}{5}, 2-5\cdot\frac{3}{5}\right) = (-1, -1)$$

10. A(2,1) బిందువు గుండా పోయేటట్లు గీసిన ఒక సరళరేఖ $x + y = 9$ రేఖను ఖండించే బిందువు

A నుంచి $3\sqrt{2}$ దూరంలో ఉంటే, ఆ రేఖ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. L- రేఖ X- అక్షం ధన దిశలో α కోణం చేస్తుందను కుందాము

ఈ రేఖమీది ఏదేని బిందువు నిరూపకాలు

$$(x_1 + r \cos \alpha, y_1 + r \sin \alpha)$$

$$= (2 + 3\sqrt{2} \cos \alpha, 1 + 3\sqrt{2} \sin \alpha)$$

ఈ బిందువు $x + y = 9$ రేఖ మీద ఉంది.

$$2 + 3\sqrt{2} \cos \alpha + 1 + 3\sqrt{2} \sin \alpha = 9$$

$$3\sqrt{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) = 6$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{6}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha = 1$$

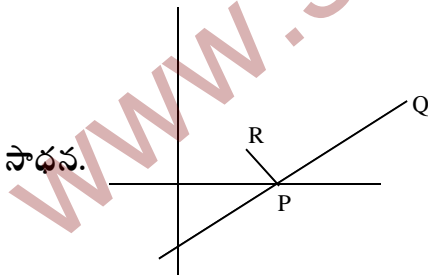
$$\cos \alpha \cdot \cos 45^\circ + \sin \alpha \cdot \sin 45^\circ = 1$$

$$\cos(\alpha - 45^\circ) = \cos 0^\circ$$

$$\alpha - 45^\circ = 0 \Rightarrow \alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

11. $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ రేఖ X-అక్షాన్ని P వద్ద కలుస్తుంది. P గుండా పోతూ, ఈ రేఖకు లంబంగా ఉండే రేఖ

సమీకరణం కనుక్కోండి.



PQ సమీకరణము $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$

X- అక్షం సమీకరణము $y = 0$

$$\frac{x}{a} = 1 \Rightarrow x = a$$

P నిరూపకాలు $(a,0)$

PR రేఖ PQ కి లంబంగా ఉంది.

$$\text{PR సమీకరణము } \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = k$$

PR రేఖ $P(a,0)$ గుండా పోతుంది.

$$\frac{a}{b} + 0 = k \Rightarrow k = a/b$$

$$\text{PR సమీకరణము } \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{a}{b}$$

12) సరళరేఖ $3x+4y-1=0$ లోబిందువు $(1,2)$ ప్రతిబింబాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. దత్తరేఖ సమీకరణము $3x+4y-1=0$

(x_1, y_1) దస్య్యా ప్రతిబింబము (x_2, y_2) అయితే

$$ax+by+c=0$$

$$\frac{x_2 - x_1}{a} = \frac{y_2 - y_1}{b} = \frac{2(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{x_2 - 1}{3} = \frac{y_2 - 2}{4} = -\frac{2(3+8-1)}{9+16}$$

$$\frac{x_2 - 1}{3} = \frac{y_2 - 2}{4} = -\frac{2 \times 10}{25} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{x_2 - 1}{3} = -\frac{4}{5} \Rightarrow x_2 - 1 = -\frac{12}{5}$$

$$x_2 = 1 - \frac{12}{5} = \frac{5-12}{5} = -\frac{7}{5}$$

$$\frac{y_2 - 2}{4} = -\frac{4}{5} \Rightarrow y_2 - 2 = -\frac{16}{5}$$

$$y_2 = 2 - \frac{16}{5} = \frac{10-16}{5} = -\frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{ప్రతిబింబ నిరూపకాలు } \left(-\frac{7}{5}, -\frac{6}{5} \right)$$

13. (4,1) నుంచి $3x-4y+12=0$ సరళరేఖకు గీసిన లంబపాదాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖ సమీకరణము $3x-4y+12=0$ (x_1, y_1) నుండి ఈ రేఖ మీదకు లంబపాదం

(x_2, y_2) అయితే

$ax+by+c=0$ అప్పుడు

$$\frac{x_2-x_1}{a} = \frac{y_2-y_1}{b} = -\frac{(ax_1+by_1+c)}{a^2+b^2}$$

$$\frac{x_2-4}{3} = \frac{y_2-1}{-4} = -\frac{20}{25} = -\frac{4}{5}$$

$$x_2-4 = -\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow x_2 = 4 - \frac{12}{5} = \frac{20-12}{5} = \frac{8}{5}$$

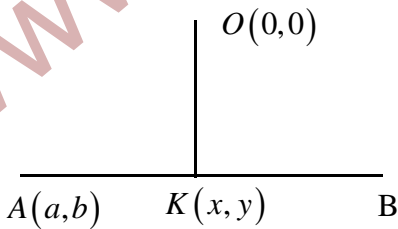
$$y_2-1 = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow y_2 = 1 + \frac{16}{5} = \frac{5+16}{5} = \frac{21}{5}$$

$$\text{లంబపాదము} = \left(\frac{8}{5}, \frac{21}{5}\right)$$

14. స్థిర బిందువు (a, b) గుండాపోయే చల సరళరేఖకు మూల బిందువు నుంచి లంబపాదాల బిందు పథాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన.



AB రేఖ వాలు m అనుకుందాం.

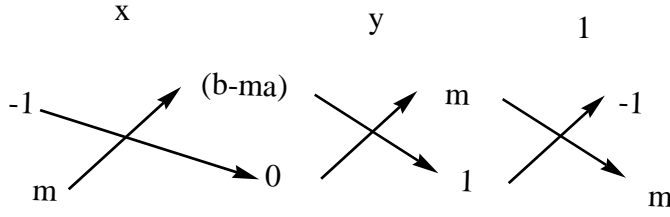
$$AB \text{ సమీకరణము } y-b = m(x-a)$$

$$= mx - ma$$

$$mx - y + (b - ma) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

మూల బిందువు గుండా పోయే AB కి K నిరూపకాలు అనుకుందాం.

AB సమీకరణము $x + my = 0$ (2)



$$\frac{x}{-m(b-ma)} = \frac{b-ma}{b-ma} = \frac{1}{m^2+1}$$

$$x = \frac{-m(b-ma)}{1+m^2}, y = \frac{b-ma}{1+m^2}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{b-ma}{1+m^2}}{\frac{-m(b-ma)}{1+m^2}} = -\frac{1}{m}$$

$$m = \frac{-x}{y}$$

(1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$-\frac{x^2}{y} - b + \frac{x}{y} \cdot a = 0$$

$$-x^2 - y^2 + by + ax = 0$$

లేదా $x^2 + y^2 - ax - by = 0$

K బిందు పథము $x^2 + y^2 - ax - by = 0$

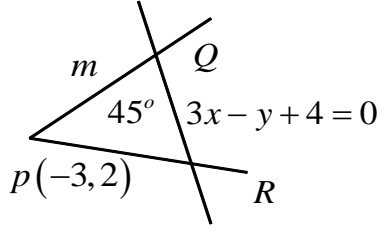
15. (-3, 2) బిందువు గుండా పోతూ $3x - y + 4 = 0$ రేఖలో 45° కోణాన్ని చేసే రేఖల సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త బిందువు

$$P(x_1, y_1) = (-3, 2)$$

దత్త రేఖ $3x - y + 4 = 0$(1)

వాలు $m = -\frac{a}{b} = 3$



$$\tan 45^\circ = \frac{m-3}{1+3m}$$

$$\left| \frac{m-3}{1+3m} \right| = 1 \Rightarrow \frac{m-3}{1+3m} = 1$$

$$m-3=1+3m$$

$$2m = -4 \text{ లేదా } m = -2$$

$$\frac{m-3}{1+3m} = -1 \Rightarrow m-3 = -1-3m$$

$$4m = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

సందర్భం (i): $m = -2$

PQ సమీకరణము

$$y-2 = -2(x+3)$$

$$= -2x-6$$

$$2x+y+4=0$$

సందర్భం (ii): $m = \frac{1}{2}$

PR సమీకరణము

$$y-2 = \frac{1}{2}(x+3)$$

$$2y-4 = x+3$$

$$x-2y+7=0$$

16. $x=1, y=1, x+y=1$ లు భుజాలుగా గల త్రిభుజ అంతరకేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. AB సమీకరణము $x=1$

BC సమీకరణము $y=1$

AC సమీకరణము $x+y=1$

సాధించగా $A(1,0), B(1,1), C(0,1)$ లు శీర్షాలు

$$a = BC = \sqrt{(1-0)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{1+0} = 1$$

$$b = CA = \sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$c = AB = \sqrt{(1-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{0+1} = 1$$

$$\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c} = \frac{1.1 + \sqrt{2}.1 + 1.0}{2 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} = \frac{1.0 + \sqrt{2}.1 + 1.1}{2 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

అంతరకేంద్రం $I\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

17. $kx + y + 9 = 0, 3x - y = 4$ సరళరేఖల మధ్యకోణం 45° అయితే k విలువను కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$kx + y + 9 = 0$$

$$3x - y + 4 = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{|3k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}\sqrt{9 + 1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|3k - 1|}{\sqrt{10}\sqrt{k^2 + 1}}$$

వర్గీకరించి అడ్డగుణకారము చేయగా

$$5k^2 + 5 = (3k - 1)^2 = 9k^2 - 6k + 1$$

$$4k^2 - 6k - 4 = 0$$

$$2k^2 - 3k - 2 = 0$$

$$(k - 2)(2k + 1) = 0$$

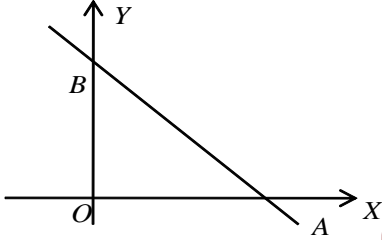
$$k = 2 \text{ లేదా } -\frac{1}{2}$$

18. 11. $x = 0, y = 0, 3x + 4y = a (a > 0)$ సరళరేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యం 6 అయితే a విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. రేఖ సమీకరణము $3x + 4y = a$

$$\frac{3x}{a} + \frac{4y}{a} = 1$$

$$\frac{x}{\left(\frac{a}{3}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{a}{4}\right)} = 1$$



$$OA = x - \text{అంతరఖండము} = \frac{a}{3}$$

$$OB = y - \text{అంతరఖండము} = \frac{a}{4}$$

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} |OA \cdot OB| = \frac{1}{2} \left| \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{4} \right| = \frac{a^2}{24}$$

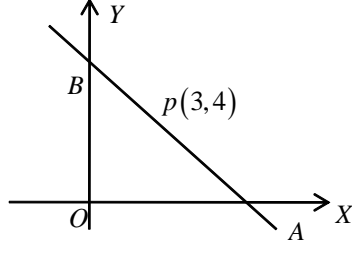
$$\frac{a^2}{24} = 6 \Rightarrow a^2 = 144$$

$$a = \pm 12$$

$$a > 0 \text{ కనుక}$$

$$a = 12$$

19. నిరూపకాక్షాలతో ఒక సరళరేఖతోను మొదటి పాదంలో ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యం 24 చ.యూనిట్లు. ఆ సరళరేఖ (3,4) బిందువు గుండా పోతుంటే, దాని సమీకరణం కనుక్కోండి



సాధన. అంతరఖండ రూపంలో AB సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

ఈ రేఖ P(3,4) గుండా పోతుంది.

$$\frac{3}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\frac{4}{b} = 1 - \frac{3}{a} = \frac{a-3}{a}$$

$$b = \frac{4a}{a-3}$$

$$\Delta OAB \text{ వైశాల్యము} = 24 \Rightarrow \frac{1}{2}|ab| = 24$$

$$\frac{1}{2} \frac{4a^2}{a-3} = 24$$

$$a^2 = 12(a-3)$$

$$= 12a - 36$$

$$a^2 - 12a + 36 = 0$$

$$(a-6)^2 = 0 \Rightarrow a = 6$$

$$b = \frac{4a}{a-3} = \frac{24}{3} = 8$$

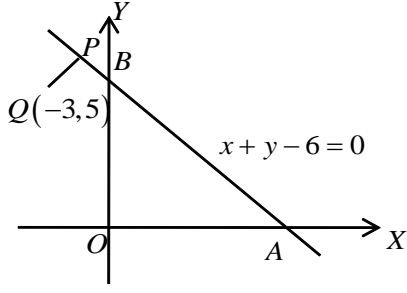
$$AB \text{ సమీకరణము } \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$$

$$4x + 3y = 24$$

$$4x + 3y = 24 = 0$$

20. వాలు 1 కలిగి $Q(-3,5)$ గుండా పోయే సరళరేఖ $x+y-6=0$ సరళరేఖను P వద్ద ఖండిస్తోంది.

PQ దూరాన్ని కనుక్కోండి.



సాధన. వాలు = 1

$$\tan \alpha = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

ఈ రేఖ $Q(-3,5)$ గుండా పోతుంది.

P నిరూపకాలు $(x_1 + r \cos \alpha_1, y_1 + r \sin \alpha)$

$$= (-3 + r \cos 45^\circ, 5 + r \sin 45^\circ)$$

$$= \left(-3 + \frac{r}{\sqrt{2}}, 5 + \frac{r}{\sqrt{2}} \right)$$

P బిందువు $x+y-6=0$ రేఖ పై ఉంది.

$$-3 + \frac{r}{\sqrt{2}} + 5 + \frac{r}{\sqrt{2}} - 6 = 0$$

$$2 \cdot \frac{r}{\sqrt{2}} = 4 \Rightarrow r = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$PQ = 2\sqrt{2}$$

21. క్రింది రేఖలు అనుషక్తాలయితే, P విలువ కనుక్కోండి.

$$ii) 4x - 3y - 7 = 0, 2x + py + 2 = 0, \quad 6x + 5y - 1 = 0$$

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$4x - 3y - 7 = 0,$$

$$6x + 5y - 1 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{ccc} & x & \\ 3 & \nearrow & -7 \\ & \searrow & \\ 5 & & -1 \end{array} & \begin{array}{ccc} & y & \\ 4 & \nearrow & \\ & \searrow & \\ 6 & & 5 \end{array} & \begin{array}{ccc} & 1 & \\ 4 & \nearrow & -3 \\ & \searrow & \\ 6 & & 5 \end{array} \end{array}$$

$$\frac{x}{3+35} = \frac{y}{-42+4} = \frac{1}{20+18}$$

$$x=1, y=-1$$

P నిరూపకాలు $(1, -1)$

దత్తరేఖలు అనుషక్తాలు

P బిందువు $2x + py + 2 = 0$ పై ఉంది

$$2 - p + 2 = 0$$

$$p = 4$$

22. $3a + 2b + 4c = 0$ అయితే $ax + by + c = 0$ సమీకరణము అనుషక్త రేఖల కుటుంబాన్ని సూచిస్తుందని చూపండి. అనుషక్త బిందువును కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త నియమము $3a + 2b + 4c = 0$

$$\left(\frac{3}{4}\right)a + \left(\frac{1}{2}\right)b + c = 0$$

a, b ల అన్ని విలువలలో $ax + by + c = 0$ రేఖ $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$ బిందువు గుండా పోతుంది.

$ax + by + c = 0$ సమీకరణం అనుషక్త రేఖలను సూచిస్తుంది.

అనుషక్త బిందువు $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$

23. శూన్యేతర సంఖ్యలు a, b, c లు హారాత్మక శ్రేణిలో ఉంటే $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0$ సమీకరణం ఒక అనుషక్త రేఖల కుటుంబాన్ని సూచిస్తుందని చూపి, అనుషక్త బిందువును కనుక్కోండి.

సాధన. a, b, c లు $H.P$ లో ఉన్నాయి.

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{(-2)}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

a, b, c అని విలువలకు

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

రేఖ $(1, -2)$ బిందువు గుండా పోయే రేఖను సూచిస్తుంది.

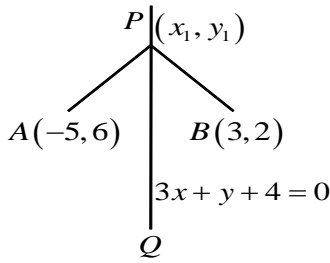
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0 \text{ అనుషక్త రేఖలను సూచిస్తున్నాయి. అనుషక్త బిందువు } P(1, -2)$$

24. $(-5, 6), (3, 2)$ బిందువుల నుంచి సమదూరంలో ఉంటూ, $3x + y + 4 = 0$ సరళరేఖ పై ఉన్న బిందువును కనుక్కోండి.

సాధన. $P(x_1, y_1)$ బిందువు $3x + y + 4 = 0$ మీద ఉంది.

$$3x_1 + y_1 + 4 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

దత్తాంశం ప్రకారం $PA = PB \Rightarrow PA^2 = PB^2$



$$(x_1 + 5)^2 + (y_1 - 6)^2 = (x_1 - 3)^2 + (y_1 - 2)^2$$

$$x_1^2 + 10x_1 + 25 + y_1^2 - 12y_1 + 36$$

$$= x_1^2 - 6x_1 + 9 + y_1^2 - 4y_1 + 4$$

$$16x_1 - 8y_1 + 48 = 0$$

$$2x_1 - y_1 + 6 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$3x_1 + y_1 + 6 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

కూడగా $5x_1 + 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -2$

(1) నుండి $-6 + y_1 + 4 = 0$

$$y_1 = 6 - 4 = 2$$

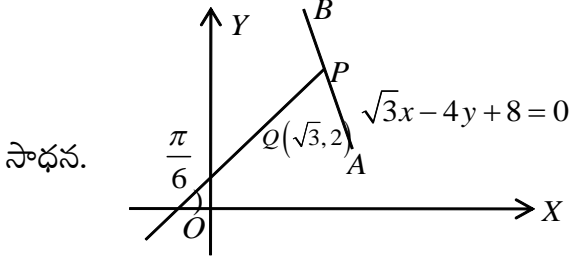
P నిరూపకాలు $(-2, 2)$

25. ఒక సరళరేఖ $Q(\sqrt{3}, 2)$ గుండా పోతూ, $X -$ అక్షం ధన దిశలో $\frac{\pi}{6}$ కోణం చేస్తుంది. ఆ సరళరేఖ

$\sqrt{3}x - 4y + 8 = 0$ రేఖను P వద్ద ఖండిస్తోంది. PQ దూరం కనుక్కోండి.

సూచన. AB, PQ లు లంబంగా లేవు.

కనుక మొదటి పద్ధతిను పయోగించాలి.



PQ రేఖ $X -$ అక్షం ధన దిశలో $\frac{\pi}{6}$ కోణం చేస్తుంది.

$$m = PQ \text{ వాలు} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

PQ రేఖ $Q(\sqrt{3}, 2)$ గుండా పోతుంది.

$$PQ \text{ సమీకరణము } y - 2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - \sqrt{3})$$

$$\sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = x - \sqrt{3}$$

$$x - \sqrt{3}y = -\sqrt{3} \dots \dots \dots (1)$$

$$AB \text{ సమీకరణము } \sqrt{3}x - 4y + 8 = 0$$

$$\sqrt{3}x - 4y = -8 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \times \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x - 3y = -3$$

$$\text{తీసివేయగా } -y = -5$$

$$y = 5$$

$$(1) \text{ నుండి } x = \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$P \text{ నిరూపకాలు } (4\sqrt{3}, 5)$$

$$Q \text{ నిరూపకాలు } (\sqrt{3}, 2)$$

$$PQ^2 = (4\sqrt{3} - \sqrt{3})^2 + (5 - 2)^2$$

$$= 27 + 9 = 36 \quad PQ = 6 \text{ యూనిట్లు.}$$

26. నిరూపకాలతో శూన్యేతర సమాన అంతర ఖండాలు చేస్తూ, $2x-5y+1=0, x-3y-4=0$ సరళరేఖ ఖండన బిందువు గుండా పోయే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$L_1 = 2x - 5y + 1 = 0 \text{ మరియు}$$

$$L_2 = x - 3y - 4 = 0$$

ఈ రేఖలు ఖండన బిందువు గుండా పోతే ఏదేని రేఖ సమీకరణము

$$L_1 + kL_2 = 0$$

$$(2k - 5y + 1) + k(x - 3y - 4) = 0$$

$$(2+k)x - (5+3k)y + (1-4k) = 0 \dots\dots(1)$$

అంతర ఖండాలు సమానం

$$2+k = -5-3k$$

$$4k = -7$$

$$\Rightarrow k = -7/4$$

(1) లో ప్రతిక్షేపించగా కావలసిన రేఖ సమీకరణము

$$\left(2 - \frac{7}{4}\right)x - \left(5 - \frac{21}{4}\right)y + (1+7) = 0$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + 8 = 0$$

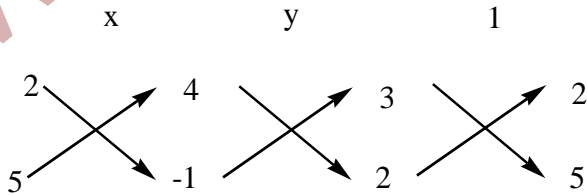
$$\Rightarrow x + y + 32 = 0$$

27. $3x+2y+4=0, 2x+5y-1=0$, రేఖల ఖండన బిందువు నుంచి $7x+24y-15=0$ సరళరేఖకు గల లంబదూరం కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$3x + 2y + 4 = 0$$

$$2x + 5y - 1 = 0$$



$$\frac{x}{-2-20} = \frac{y}{8+3} = \frac{1}{15-4}$$

$$x = \frac{-22}{11} = -2, y = \frac{11}{11} = 1$$

P నిరూపకాలు $(-2, 1)$

రేఖ సమీకరణము $7x+24y-15=0$ లంబ దూరము

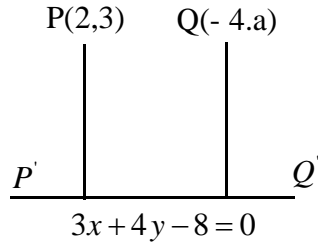
$$= \frac{|-14+24-15|}{\sqrt{49+576}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

28. $3x=4y-8=0$ సరళరేఖ నుంచి $(2,3), (-4,a)$ బిందువుల దూరాలు సమానమయితే 'a' విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. Q సమీకరణము $3x+4y-8=0$

$P(2,3), Q(-4,a)$ లు దత్త బిందువులు

PP', QQ' P, Q ల నుండి లంబం



$$PP' = QQ'$$

$$\frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 - 8|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|3(-4) + 4a - 8|}{\sqrt{9+16}}$$

$$10 = |4a - 20|$$

$$4a - 20 = \pm 10 \Rightarrow 4a = 20 \pm 10 = 30 \quad 10$$

$$a = \frac{30}{4} \quad (\text{లేదా}) \quad \frac{10}{4}$$

$$\text{i.e., } a = \frac{15}{2} \quad (\text{లేదా}) \quad \frac{5}{2}$$

29) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + 1, \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$ రేఖల మధ్య కోణం θ అయితే $a > b$ అయినప్పుడు $\sin \theta$ విలువ కనుక్కోండి.

సాధన. AB సమీకరణము $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow bx + ay = ab$

AC సమీకరణము $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow ax + by = ab$

$$\cos \theta = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$= \frac{|ab + ab|}{\sqrt{b^2 + a^2} \sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2 + b^2)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{(a^2 - b^2)^2}{(a^2 + b^2)^2}$$

$$\sin \theta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

ధీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు

1. $x + y = 0, 3x + y - 4 = 0, x + 3y - 4 = 0$ సరళరేఖలు ఒక సమబహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి
K₁, K₂, K₃

సాధన. దత్త రేఖలు

$$x + y = 0 \quad \text{-----(1)}$$

$$3x + y - 4 = 0 \quad \text{-----(2)}$$

$$x + 3y - 4 = 0 \quad \text{-----(3)}$$

(1), (2) రేఖల మధ్యకోణము θ అయితే

$$\cos \theta_1 = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$= \frac{3+1}{\sqrt{1+1}\sqrt{9+1}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

(2), (3) రేఖల మధ్యకోణము θ_2 అయితే

$$\cos \theta_2 = \frac{3+3}{\sqrt{9+1}\sqrt{1+9}}$$

$$= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$$

(3),(1) రేఖల మధ్యకోణము θ_3 అయితే

$$\cos \theta_3 = \frac{1+3}{\sqrt{1+1}\sqrt{1+9}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \theta_3 = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\theta_1 = \theta_3$$

∴ కనుక దత్త త్రిభుజము సమద్విబాహు త్రిభుజము.

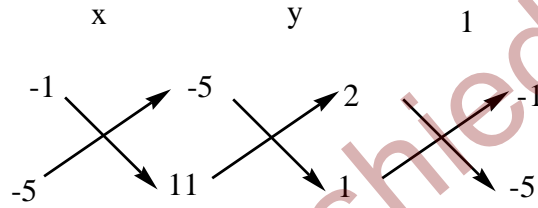
2. $2x - y - 5 = 0, x - 5y + 11 = 0, x + y - 1 = 0$ సరళరేఖలతో ఏర్పడిన త్రిభుజం వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖలు

$$2x - y - 5 = 0 \quad \text{-----(1)}$$

$$x - 5y + 11 = 0 \quad \text{-----(2)}$$

$$x + y - 1 = 0 \quad \text{-----(3)}$$



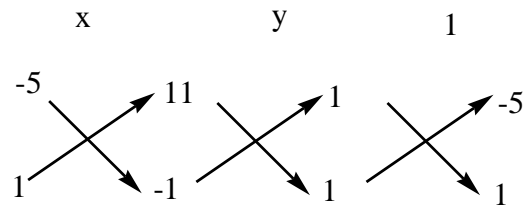
$$\frac{x}{-11-25} = \frac{y}{-5-22} = \frac{1}{-10+1}$$

$$\frac{x}{-36} = \frac{y}{-27} = \frac{1}{-9}$$

$$x = \frac{-36}{-9} = 4, y = \frac{-27}{-9} = 3$$

C నిరూపకాలు = (4,3)

(2),(3)లను సాధించగా



$$\frac{x}{5-11} = \frac{y}{11+1} = \frac{1}{1+5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-6} = \frac{y}{12} = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{-6}{6} = -1, y = \frac{12}{6} = 2$$

$$\therefore A \text{ నిరూపకాలు} = (-1, 2)$$

(3),(1)లను సాధించగా

$$\begin{array}{ccc} x & y & 1 \\ \begin{array}{c} 1 \nearrow \\ -1 \searrow \end{array} & \begin{array}{c} -1 \nearrow \\ -5 \searrow \end{array} & \begin{array}{c} 1 \nearrow \\ 2 \searrow \end{array} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ -1 \end{array}$$

$$\frac{x}{-5-1} = \frac{y}{-2+5} = \frac{1}{-1-2}$$

$$\frac{x}{-6} = \frac{y}{3} = \frac{1}{-3}$$

$$x = \frac{-6}{-3} = 2, y = \frac{3}{-3} = -1$$

$$\therefore B \text{ నిరూపకాలు} = (2, -1)$$

$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4+1 & 4-2 \\ 3-2 & a3+1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} |20-2|$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ చ.యూనిట్లు.}$$

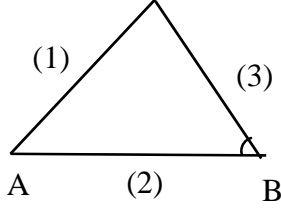
3. $x-7y-22=0, 3x+4y+9=0, 7x+y-54=0$ రేఖలు ఒక సమద్విబాహు సమకోణ త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయని చూపండి.

సాధన. దత్తరేఖలు

$$x-7y-22=0 \quad \text{-----(1)}$$

$$3x+4y+9=0 \quad \text{-----(2)}$$

$$7x+y-54=0 \quad \text{-----(3)}$$



(1), (2) రేఖల మధ్యకోణం 'A' అనుకుందాం.

$$\cos A = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$= \frac{|3-28|}{\sqrt{1+49} \sqrt{9+16}} = \frac{25}{5\sqrt{2.5}} = \frac{25}{25\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A = 45^\circ$$

(2), (3) రేఖల మధ్యకోణం 'B' అనుకుందాం.

$$\cos B = \frac{21+4}{\sqrt{9+16} \sqrt{49+1}} = \frac{25}{25\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B = 45^\circ$$

(1),(2) రేఖల మధ్యకోణం 'A' అనుకుందాం.

(3), (1) రేఖల మధ్యకోణం C అనుకుందాం.

$$\cos C = \frac{7-7}{\sqrt{1+49} \sqrt{49+1}} = 0 = \cos 90^\circ$$

$$C = 90^\circ$$

$$|A| = |B| = 45^\circ$$

$$|C| = 90^\circ$$

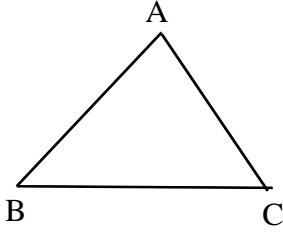
∴ దత్త రేఖలు లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి.

4. $x + y - 4 = 0, 2x + y - 6 = 0, 5x + 3y - 15 = 0$ రేఖలు భుజాలుగా గల త్రిభుజం కోణాలు కనుక్కోండి.

సాధన. AB సమీకరణము $x + y - 4 = 0$

BC సమీకరణము $2x + y - 6 = 0$

AC సమీకరణము $5x + 3y - 15 = 0$



$$\cos \angle ABC = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{1+1}\sqrt{4+1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \angle B = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\cos \angle BCA = \frac{|10+3|}{\sqrt{4+1}\sqrt{25+9}} = \frac{13}{\sqrt{170}}$$

$$\Rightarrow \angle C = \cos^{-1}\left(\frac{13}{\sqrt{170}}\right)$$

$$\cos \angle CAB = \frac{|5+3|}{\sqrt{25+9}\sqrt{1+1}} = \frac{8}{2\sqrt{17}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \angle A = \cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$$

త్రిభుజ కోణాలు $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$

$$\cos^{-1}\left(\frac{13}{\sqrt{170}}\right), \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

5. $3x + 2y + 4 = 0, 2x + 5y = 1$ సరళరేఖల ఖండన బిందువు గుండా పోతూ $(2, -1)$ నుంచి 2 యూనిట్లు

దూరంలో గల సరళరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

సాధన. $L_1 \equiv 3x + 2y + 4 = 0, L_2 = 2x + 5y - 1 = 0$

రేఖల ఖండన బిందువు గుండా పోయే రేఖ సమీకరణము

$$L_1 + \lambda L_2 = 0$$

$$(3x + 2y + 4) + \lambda(2x + 5y - 1) = 0$$

$$(3 + 2\lambda)x + (2 + 5\lambda)y + (4 - \lambda) = 0 \text{-----(1)}$$

(2, -1) నుండి (1) కు అంబదూరము =2

$$\frac{|(3+2\lambda)+2+(2+5\lambda)(-1)+(4-\lambda)|}{\sqrt{(3+2\lambda)^2+(2+5\lambda)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|-2\lambda+8|}{\sqrt{(3+2\lambda)^2+(2+5\lambda)^2}}$$

$$\Rightarrow (-\lambda+4)^2 = 9+4\lambda^2+12\lambda+4+25\lambda^2+20\lambda$$

$$\Rightarrow 28\lambda^2+40\lambda-3=0$$

$$\Rightarrow 28\lambda^2-2\lambda-42\lambda-3=0$$

$$\Rightarrow (2\lambda+3)(14\lambda-1)=0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{14}, \lambda = -\frac{3}{2}$$

(1) నుండి

$$\lambda = \frac{1}{14} \text{ అయితే}$$

$$\Rightarrow \text{కావలసిన రేఖ సమీకరణము } 4x+3y+5=0$$

$$\lambda = -\frac{3}{2} \text{ అయితే}$$

$$\Rightarrow y-1=0 \text{ కావలసిన రేఖ సమీకరణము}$$

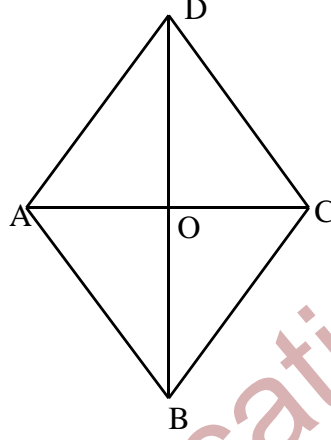
6. $ab > 0$ అయినప్పుడు $ax \pm by \pm c = 0$ అనే నాలుగు సరళరేఖలతో ఆవృతమైన సమలంబ చతుర్భుజం వైశాల్యం కనుక్కోండి

సాధన.

AB సమీకరణము $ax + by + c = 0$ (1)

CD సమీకరణము $ax + by - c = 0$ (2)

BC సమీకరణము $ax - by + c = 0$ (3)



AD సమీకరణము $ax - by - c = 0$ (4)

(1),(3) లను సాధిస్తే B నిరూపకాలు $\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$

(1),(4) సాధిస్తే A నిరూపకాలు $\left(0, \frac{c}{b}\right)$

(2),(3) సాధిస్తే C నిరూపకాలు $\left(0, \frac{c}{b}\right)$

(2),(4) లను సాధిస్తే D నిరూపకాలు $\left(\frac{c}{a}, 0\right)$

ABCD సమచతుర్భుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \left| \sum X_1 (y_2 - y_4) \right|$

$$= \frac{1}{2} \left| 0(0-0) - \frac{c}{a} \left(\frac{c}{a} + \frac{c}{b} \right) + 0(0-0) + \frac{c}{a} + \left(\frac{-c}{b} - \frac{c}{b} \right) \right|$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4c^2}{ab} = \frac{2c^2}{2b} \text{ చ.యూనిట్లు.}$$

7. $3x+4y+5=0, 3x+4y-2=0, 2x+3y+1=0, 2x+3y-7=0$ సరలరేఖలు భుజాలుగా గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.

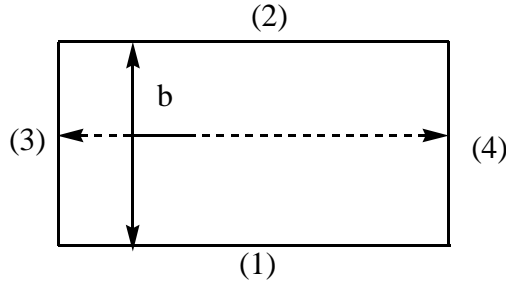
సాధన. దత్త భుజాలు

$$3x+4y+5=0 \dots\dots\dots(1)$$

$$3x+4y-2=0 \dots\dots\dots(2)$$

$$2x+3y+1=0 \dots\dots\dots(3)$$

$$2x+3y-7=0 \dots\dots\dots(4)$$



(1),(2),(3),(4) లతో ఏర్పడే సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం

$$= \left| \frac{(C_1 - C_2)(d_1 - d_2)}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \right|$$

$$= \left| \frac{(5+2)(1+7)}{3(3)-2(4)} \right|$$

$$= \left| \frac{7 \times 8}{9-8} \right| = \frac{56}{1} = 56 \text{ చ.యూనిట్లు.}$$

8. $(1, \sqrt{3}), (2, 0), (0, 0)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం అంతరకేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. $O(0,0), A(1, \sqrt{3}), B(2, 0)$ లు

ΔABC శీర్షాలు

$$a = \sqrt{(1-2)^2 + (\sqrt{3}-0)^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

$$b = \sqrt{(2-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$c = \sqrt{(0-1)^2 + (0-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

ABC ఒక సమబాహు త్రిభుజము

అంతర కేంద్రం నిరూపకాలు

$$\left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

$$= \left(\frac{2.0 + 2.1 + 2.2}{2+2+2}, \frac{2.0 + 2.\sqrt{3} + 2.0}{2+2+2} \right)$$

$$= \left(\frac{6}{6}, \frac{2\sqrt{3}}{6} \right) = \left(1, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

9. $x + y + 10 = 0, x - y - 2 = 0, 2x + y - 7 = 0$ భుజాలుగా గల త్రిభుజి లంబకేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. AB సమీకరణము

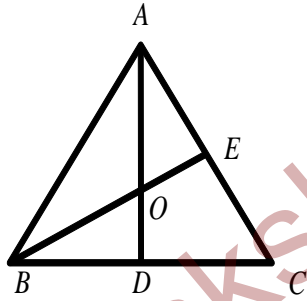
$$x + y + 10 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

BC సమీకరణము

$$x - y - 2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

AC సమీకరణము

$$2x + y - 7 = 0 \dots\dots\dots (3)$$



(1), (2) లను సాధించగా B నిరూపకాలు

$$(-4, -6)$$

(1), (3) లను సాధించగా A నిరూపకాలు

$$(17, -27)$$

BC సమీకరణము $x - y - 2 = 0$

AD రేఖ BC కి లంబంగా ఉంది.

AD సమీకరణము $x + y + k = 0$

AD రేఖ $A(17, -27)$ గుండా పోతుంది.

$$17 - 27 + k = 0 \Rightarrow k = 10$$

AB సమీకరణము $x + y + 10 = 0 \dots\dots\dots (1)$

AC సమీకరణము $2x + y - 7 = 0$

BE రేఖ AC కి లంబంగా ఉంది.

DE సమీకరణము $x - 2y = k$

BE సమీకరణము $B(-4, -6)$

$$-4 + 12 = k \Rightarrow k = 8$$

BE సమీకరణము $x - 2y = 8$

$$x - 2y - 8 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$x + y + 10 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$-3y - 18 = 0$$

$$3y = -18 \Rightarrow y = -6$$

$$x + y + 10 = 0 \Rightarrow x - 6 + 10 = 0$$

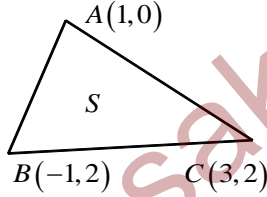
$$x = 6 - 10 = -4$$

ΔABC యొక్క లంబకేంద్రం $(-4, -6)$

a) $4x - 7y + 10 = 0, x + y = 5, 7x + 4y = 15$ భుజాలుగా గల త్రిభుజ లంబకేంద్రం కనుక్కోండి.

10. $(1, 0), (-1, 2), (3, 2)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. $A(1, 0), B(-1, 2), C(3, 2)$ లు ΔABC త్రిభుజ శీర్షాలు



$S(x, y)$ ΔABC యొక్క పరికేంద్రం

$$SA = SB = SC$$

$$SA = SB \Rightarrow SA^2 = SB^2$$

$$(x-1)^2 + y^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4$$

$$4x - 4y = -4 \Rightarrow x - y = -1 \dots\dots (1)$$

$$SB = SC \Rightarrow SB^2 = SC^2$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9$$

$$8x = 8 \Rightarrow x = 1$$

$$(1) \text{ నుండి } 1 - y = -1$$

$$y = 2$$

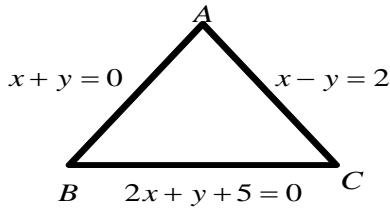
పరికేంద్రము (1,2)

11. $x + y = 0, 2x + y + 5 = 0, x - y = 2$ భుజాలుగా గల త్రిభుజ పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. AB సమీకరణము $x + y = 0$ (1)

BC సమీకరణము $2x + y + 5 = 0$ (2)

AC సమీకరణము $x - y = 2$ (3)



(1), (2) లను సాధిస్తే, B నిరూపకాలు $(-5, 5)$

(2), (3) లను సాధిస్తే A నిరూపకాలు $(-1, -3)$ (1), (3) సాధిస్తే A నిరూపకాలు $(1, -1)$

$S(x, y)$ పరికేంద్రం అనుకుందాం.

$$SA = SB = SC$$

$$SA = SB \Rightarrow SA^2 = SB^2$$

$$(x+5)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (y+3)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + y^2 - 10y + 25$$

$$= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 6y + 9$$

$$8x - 16y = -40$$

$$x - 2y = -5 \text{ (1)}$$

$$SB = SC \Rightarrow SB^2 = SC^2$$

$$(x+1)^2 + (y+3)^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 + 6y + 9$$

$$= x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1$$

$$4x + 4y = -8$$

$$x + y = -2 \text{ (2)}$$

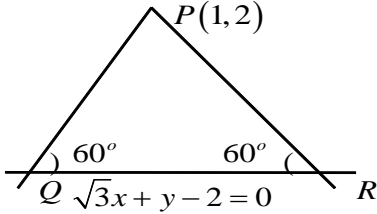
(2)-(1) చేయగా $3y = 3 \Rightarrow y = 1$

$$x+1=-2 \Rightarrow x=-3$$

పరికేంద్రము $S(-3,1)$

12. (1,2) బిందువు గుండా పోతూ $\sqrt{3}x+y+2=0$ సరళరేఖతో 60° కోణాన్నిచేసే సరళరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

సాధన. QR సమీకరణము $\sqrt{3}x+y+2=0$



PQ, PR లు $P(1,2)$ గుండా పోతూ QR తో 60° కోణం చేస్తున్నాయి.

PQ వాలు m అనుకుందాం.

$$PQ \text{ సమీకరణము } y-2=m(x-1)$$

$$=mx-m$$

$$mx-y+(2-m)=0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\cos \theta = \frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{|\sqrt{3}m-1|}{\sqrt{3+1}\sqrt{m^2+1}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{|\sqrt{3}m-1|}{2\sqrt{m^2+1}}$$

వర్గీకరించి అడ్డగుణకారముచేయగా

$$m^2+1=(\sqrt{3}m-1)^2$$

$$=3m^2+1-2\sqrt{3}m$$

$$2m^2-2\sqrt{3}m=0$$

$$2m(m-\sqrt{3})=0$$

$$m=0 \text{ లేదా } \sqrt{3}$$

సందర్భం (i): $m=0$

$$PQ \text{ సమీకరణము } -y+2=0 \text{ లేదా } y-2=0$$

సందర్భం (ii) : $m = \sqrt{3}$

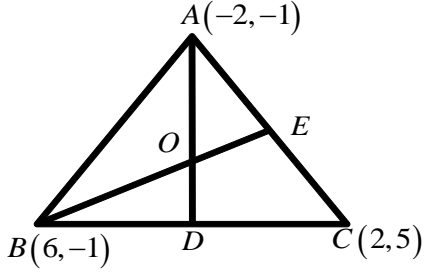
$$PQ \text{ సమీకరణము } \sqrt{3}x - y + (2 - \sqrt{3}) = 0$$

13. క్రింద సూచించిన శీర్షాలు గల త్రిభుజం లంబకేంద్రాన్ని కనుక్కోండి.

i) $(-2, -1), (6, -1), (2, 5)$

ii) $(5, -2), (-1, 2), (1, 4)$

సాధన. $A(-2, -1), B(6, -1), C(2, 5)$, ΔABC లు త్రిభుజ శీర్షాలు



$$BC \text{ వాలు} = \frac{5+1}{2-6} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

AD కి BC లు లంబంగా ఉంది.

$$AD \text{ వాలు} = \frac{2}{3}$$

AD సమీకరణము

$$y+1 = \frac{2}{3}(x+2)$$

$$2x - 3y + 1 = 0 \dots\dots (1)$$

$$AC \text{ వాలు} = \frac{5+1}{2+2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

BE రేఖ AC కి లంబంగా ఉంది.

$$BE \text{ వాలు} = -\frac{2}{3}$$

BE సమీకరణము

$$y+1 = -\frac{2}{3}(x-6)$$

$$2x + 3y - 9 = 0 \dots\dots (2)$$

(1), (2) లను సాదించగా

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} x \\ 3 \quad \nearrow \\ \searrow \\ -3 \end{array} & \begin{array}{c} y \\ 9 \quad \nearrow \\ \searrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \quad \nearrow \\ \searrow \\ 2 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \\ -3 \end{array}$$

$$\frac{x}{3-27} = \frac{y}{-18-2} = \frac{1}{-6-6}$$

$$\frac{x}{-24} = \frac{y}{-20} = \frac{1}{-12}$$

$$x = \frac{-24}{-12} = 2, y = \frac{-20}{-12} = \frac{5}{3}$$

లంబకేంద్రం O నిరూపకాలు

$$O = \left(2, \frac{5}{3}\right)$$

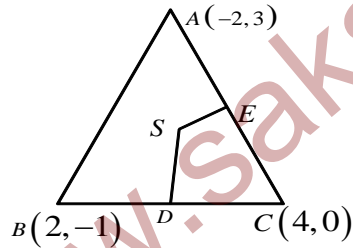
14. క్రింది ఇచ్చిన శీర్షాలు గలత్రిభుజం పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

i) $(-2, 3), (2, -1), (4, 0)$

ii) $(1, 3), (0, -2), (-3, 1)$

సాధన. i) $A(-2, 3), B(2, -1), C(4, 0)$ లు

ΔABC శీర్షాలు BC మధ్య బిందువు D



D నిరూపకాలు $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-1+0}{2}\right)$

$$= \left(3, \frac{-1}{2}\right)$$

BC వాలు $= \frac{-1-0}{2-4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

SD రేఖ BC కి లంబంగా ఉంది

SD వాలు $= -\frac{1}{m} = -2$

$$2y+1=-4(x-3)$$

$$=-4x+12$$

$$4x+2y-11=0 \dots\dots\dots (1)$$

AC కి మధ్య బిందువు E

$$E \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+0}{2} \right) = \left(1, \frac{3}{2} \right)$$

$$AC \text{ వాలు} = \frac{3-0}{-2-4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

SE రేఖ AC కి లంబంగా ఉంది.

$$SE \text{ వాలు} = -\frac{1}{m} = 2$$

$$SE \text{ సమీకరణము } y - \frac{3}{2} = 2(x-1)$$

$$2y-3=4(x-1)$$

$$=4x-4$$

$$4x-2y-1=0 \dots\dots\dots (2)$$

$$4x+2y-11=0 \dots\dots\dots (1)$$

$$(1), (2) \text{ ల నుండి } \Rightarrow 8x-12=0$$

$$8x=12$$

$$x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

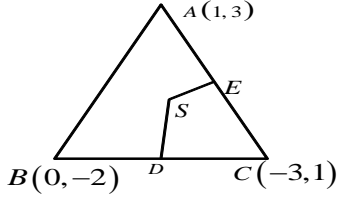
(1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$2y = 11 - 4x = 11 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 11 - 6 = 5$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$S \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

ii) (1,3), (0,-2) & (-3,1)



లో ΔABC , $A = (1,3)$, $B = (0,-2)$, $C = (-3,1)$

D మధ్య బిందువు BC

$$D = \left(\frac{0-3}{2}, \frac{-2+1}{2} \right) = \left(\frac{-3}{2}, \frac{-1}{2} \right)$$

$$BC \text{ వాలు} = \frac{1+2}{-3-0} = -1$$

SD రేఖ BC కి లంబం.

$$SD \text{ వాలు} = 1$$

SD సమీకరణము

$$y + \frac{1}{2} = 1 \left(x + \frac{3}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2y + 1 = 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2x - 2y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x - y + 1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

CA కి మధ్య బిందువు E

$$\Rightarrow E = \left(\frac{-3+1}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (-1, 2)$$

$$CA \text{ వాలు} = \frac{1-3}{-3-1} = \frac{1}{2}$$

SE రేఖ CA కి లంబం.

$$SE \text{ వాలు} = -2$$

SE సమీకరణము

$$y - 2 = -2(x + 1)$$

$$\Rightarrow y - 2 = -2x - 2$$

$$\Rightarrow 2x + y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{ccc} -1 & \xrightarrow{x} & 1 \\ 1 & \xrightarrow{y} & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 1 & \xrightarrow{x} & 1 \\ 0 & \xrightarrow{y} & 2 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 1 & \xrightarrow{x} & -1 \\ 2 & \xrightarrow{y} & 1 \end{array}$$

$$\frac{x}{0-1} = \frac{y}{2+0} = \frac{1}{1+2}$$

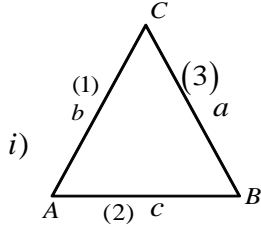
$$x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$$

$$\text{పరికేంద్రం} = S = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

15..క్రింద ఇచ్చిన భుజాలు గల త్రిభుజం అంతరకేంద్రం కనుక్కోండి.

i) $x+1=0, 3x-4y=5, 5x+12y=27$

సాధన.



ΔABC లో

AC సమీకరణము $x+1=0$ (1)

AB సమీకరణము

$3x-4y-5=0$ (2)

BC సమీకరణము

$5x+12y-27=0$(3)ట (1) నుండి $x=-1$

(2) లో ప్రతిక్షేపించగా

$\Rightarrow 3(-1)-4y-5=0$

$4y=-8$

$y=-2$

(1), (2) ల ఖండన బిందువు

$A = (-1, -2)$

$$\begin{array}{ccc} 4 & \begin{array}{c} x \\ \nearrow \\ \searrow \end{array} & -5 & \begin{array}{c} y \\ \nearrow \\ \searrow \end{array} & 3 & \begin{array}{c} 1 \\ \nearrow \\ \searrow \end{array} & -4 \\ 12 & & -27 & & 5 & & 12 \end{array}$$

$$\frac{x}{108+60} = \frac{y}{-25+81} = \frac{1}{36+20}$$

$$\frac{x}{168} = \frac{y}{56} = \frac{1}{56} \quad x = \frac{168}{56}, y = \frac{56}{56} = 1$$

(2), (3) ల ఖండన బిందువు $B = (3,1)$

(1) నుండి $x = -1$

(3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$-5 + 12y - 27 = 0$$

$$12y = 32$$

$$y = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$$

(3), (1) ల ఖండన బిందువు

$$C = \left(-1, \frac{8}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} a = BC &= \sqrt{(3+1)^2 + \left(1 - \frac{8}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{16 + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{169}{9}} = \frac{13}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b = CA &= \sqrt{(-1+1)^2 + \left(-2 - \frac{8}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{0 + \left(\frac{14}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$c = AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

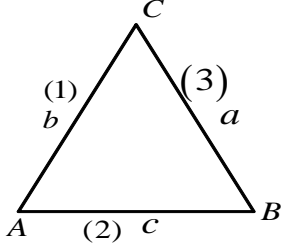
అంతర కేంద్రము $= I =$

$$\left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

$$\left(\frac{\frac{13}{3}(-1) + \frac{14}{3}(3) + 5(-1)}{\frac{13}{3} + \frac{14}{3} + 5}, \frac{\frac{13}{3}(-2) + \frac{14}{3}(1) + 5\left(\frac{8}{3}\right)}{\frac{13}{3} + \frac{14}{3} + 5} \right)$$

$$= \left(\frac{14}{42}, \frac{28}{42} \right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

$$\text{అంతర కేంద్రం} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$



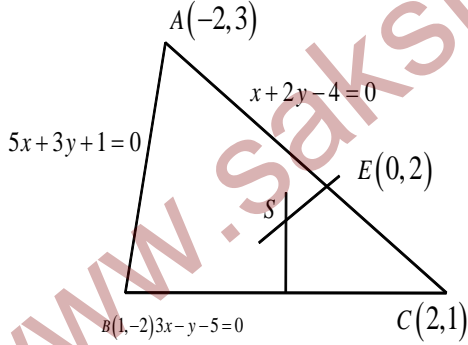
16.. $3x - y - 5 = 0, x + 2y - 4 = 0, 5x + 3y + 1 = 0$ లు బుజాలుగా గల త్రిభుజం పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. $\triangle ABC$ భుజాలు BC, CA, AD ల సమీకరణాలు వరుసగా

$3x - y - 5 = 0, x + 2y - 4 = 0$ మరియు $5x + 3y + 1 = 0$ రెండేసి సమీకరణాలను తీసుకుని

$A(-2, 3), B(1, -2), (2, 1), \overline{BC}, \overline{CA}$ ల మధ్య బిందువుల నిరూపకాలు వరుసగా

$$D = \left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2} \right), E = (0, 2)$$

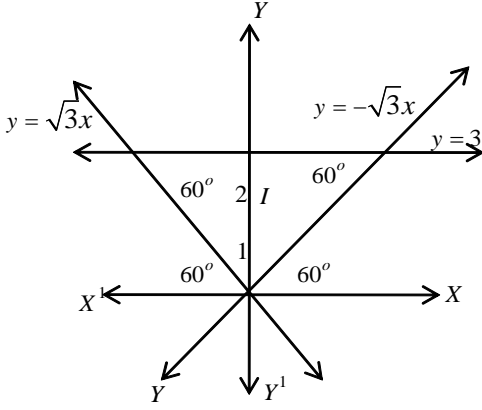


\overline{BC} లంబ సమద్విఖండన రేఖ \overline{SD} సమీకరణము

$x + 3y = 0, \overline{AC}$ లంబ సమద్విఖండన రేఖ $2x - y + 2 = 0$ రేఖ సమీకరణము.

17. $y = \sqrt{3}x, y = -\sqrt{3}x, y = 3$ సరళరేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజం అంతరకేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన.



$y = \sqrt{3}x, y = -\sqrt{3}x$ రేఖలు $X -$ అక్షంలో వరుసగా $60^\circ, 120^\circ$ కోణాలు చేస్తున్నాయి $y = 3$ క్షితిజ సమాంతర రేఖ

ఈ రేఖలతో ఏర్పడే త్రిభుజం పరావలయం

$O(0,0), A(\sqrt{3},3), D(-\sqrt{3},3)$ లు సమబాహు త్రిభుజ శీర్షాలు

$$\text{అంతర కేంద్రము} \left(\frac{0 + \sqrt{3} - \sqrt{3}}{3}, \frac{0 + 3 + 3}{3} \right) = (0, 2)$$

18. $3x + 4y = 7$ రేఖకు సమాంతరంగా ఉంటూ, $x - 2y - 3 = 0, x + 3y - 6 = 0$ సరళరేఖల ఖండన బిందువు గుండా పోయే సరళరేఖ సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

సాధన. దత్తరేఖల సమీకరణాలు

$$L_1 = x - 2y - 3 = 0 \text{ మరియు}$$

$$L_2 = x + 3y - 6 = 0$$

ఖండన బిందువు గుండా పోయే ఏదేని రేఖ సమీకరణము

$$L_1 + kL_2 = 0$$

$$(x - 2y - 3) + k(x + 3y - 6) = 0$$

$$(1 + k)x + (-2 + 3k)y + (-3 - 6k) = 0$$

ఈ రేఖకు $3x + 4y = 7$ కు సమాంతరం

$$a_1b_2 = a_2b_1$$

$$3(-2 + 3k) = (1 + k)4$$

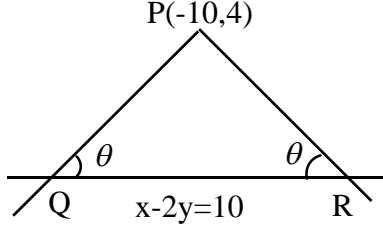
$$-6 + 9k = 4 + 4k \Rightarrow 5k = 10 \Rightarrow k = 2$$

కావలసిన రేఖ సమీకరణం $3x+4y-15=0$

19. $(-10,4)$ బిందువు గుండా పోతూ $x-2y=10$ రేఖతో θ కోణాన్ని $\tan \theta = 2$ అయ్యేటట్లు చేసే సరళరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

సాధన.

QR సమీకరణము $x-2y=0$



PQ వాలు m అనుకుందాం.

PQ రేఖ $P(-10,4)$ గుండా పోతుంది.

PQ సమీకరణము $y-4=m(x+10)$

$$= mx+10m$$

i.e., $mx-y+(10m+4)=0 \dots\dots\dots(1)$

$$\tan \theta = 2 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \theta = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{|m+2|}{\sqrt{1+4} \sqrt{m^2+1}}$$

వర్గీకరించి, అడ్డుగుణకారము చేయగా

$$m^2 + 1 = (m+2)^2$$

$$= m^2 + 4m + 4$$

$$4m + 3 = 0$$

$$m = -\frac{3}{4}$$

సందర్భం i) $m^2 = 0$

\Rightarrow ఒక మూలము ∞

PR ఊర్ధ్వ రేఖ

\therefore PR సమీకరణము $x + 10 = 0$

సందర్భం ii) $m = -\frac{3}{4}$

(1) లో ప్రతిక్షేపించగా

PQ సమీకరణము $-\frac{3}{4}x - y + \left(-\frac{30}{4} + 4\right) = 0$

$$\frac{-3x - 4y - 14}{4} = 0$$

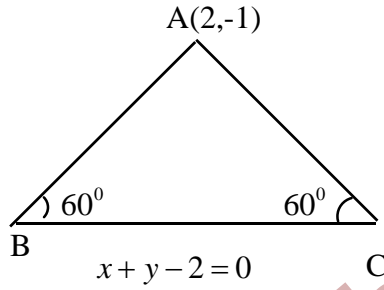
$$\Rightarrow 3x + 4y + 14 = 0$$

20. ఒక సమబాహు త్రిభుజం భూమి $x + y - 2 = 0$, ఎదుటి శీర్ష $(2, -1)$ అయితే మిగిలిన భజాల

సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

సాధన. ABC సమబాహు త్రిభుజము

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ$$



BC సమీకరణము $x + y - 2 = 0$

AB రేఖ $A(2, -1)$ గుండా పోతుంది.

AB వాలు = m అనుకుందాం.

AB సమీకరణము $y + 1 = m(x - 2)$

$$mx - 2m$$

$$mx - y - (2m + 1) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\cos 60^\circ = \left| \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \right|$$

$$\frac{1}{2} = \frac{(|m - 1|)}{\sqrt{1 + 1} \sqrt{m^2 + 1}}$$

వర్గీకరించి, అడ్డుగుణకారము చేయగా,

$$m^2 + 1 = 2(m - 1)^2 = 2(m^2 - 2m + 1)$$

$$= 2m^2 - 4m + 2$$

$$m^2 - 4m + 1 = 0$$

$$m = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

(1) ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$AB \text{ సమీకరణము } y+1=(2+\sqrt{3})(x-2)$$

$$AC \text{ సమీకరణము } y+1=2(2-\sqrt{3})(x-2)$$

21. $x+y+2=0, 5x-2=0, x-2y+5=0$ భుజాలుగా గల త్రిభుజానికి పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

సాధన. దత్త రేఖలు $x+y+2=0$ (1)

$$5x-y-2=0 \text{(2)}$$

$$x-2y+5=0 \text{(3)}$$

(1),(2) ల ఖండన బిందువు $A=(0,-2)$

(2),(3)ల ఖండన బిందువ $B=(1,3)$

(1),(3) ల ఖండన బిందువ $C=(-3,1)$

$S=(\alpha, \beta) \Delta ABC$ త్రిభుజానికి పరికేంద్రం.

$$SA = SB = SC$$

$$\Rightarrow SA^2 = SB^2 = SC^2$$

$$\Rightarrow (\alpha - 0)^2 + (\beta + 2)^2 = (\alpha - 1)^2 + (\beta - 3)^2$$

$$= (\alpha + 3)^2 + (\beta - 1)^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 4\beta + 4 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha - 6\beta + 10$$

$$(a) \qquad (b)$$

$$= \alpha^2 + \beta^2 + 6\alpha - 2\beta + 10$$

$$(c)$$

$$(a) = (b) \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 4\beta + 4 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha - 6\beta + 10$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 10\beta - 6 = 0$$

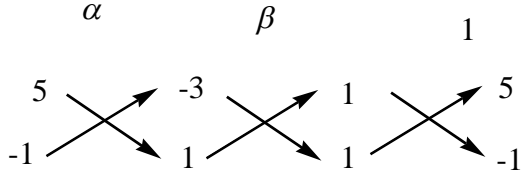
$$\Rightarrow \alpha + 5\beta - 3 = 0 \text{(4)}$$

$$(a) = (c) \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 4\beta + 4 = \alpha^2 + \beta^2 + 6\alpha - 2\beta + 10$$

$$\Rightarrow 6\alpha - 6\beta + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta + 1 = 0 \text{(5)}$$

(4),(5)నుండి



$$\frac{\alpha}{5-3} = \frac{\beta}{-3-1} = \frac{1}{-1-5}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{-4} = \frac{1}{-6} \quad \alpha = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\beta = -\frac{4}{-6} = \frac{2}{3} \therefore \text{పరికేంద్రం } S = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

22. $x \sec \alpha + y \csc \alpha = a$, $x \cos \alpha - y \sin \alpha = a \cos 2\alpha$ సరళరేఖలకు మూలబిందువు నుంచి లంబదూరాలు p, q అయితే $4p^2 + q^2 = a^2$ అని చూపండి.

సాధన. AB సమీకరణము $x \sec \alpha + y \csc \alpha = a$

$$\frac{x}{\cos \alpha} + \frac{y}{\sin \alpha} = a$$

$$x \sin \alpha + y \cos \alpha = a \sin \alpha \cos \alpha$$

$$x \sin \alpha + y \cos \alpha - a \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$p = O$ నుండి AB మీదకు లంబదూరము

$$= \frac{|0 + 0 - a \sin \alpha \cos \alpha|}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}}$$

$$= 2 \sin \alpha \cos \alpha = a \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$2p = a \sin 2\alpha \dots\dots\dots(1)$$

CD సమీకరణము $x \cos \alpha - y \sin \alpha = a \cos 2\alpha$

$q = O$ నుండి CD మీదకు లంబదూరము

$$\frac{|0 + 0 - a \cos 2\alpha|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} = a \cos 2\alpha \dots\dots(2)$$

(1), (2) లను వర్గీకరించగా

$$4p^2 + q^2 = a^2 \sin^2 2\alpha + a^2 \cos^2 2\alpha$$

$$= a^2 (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha)$$

$$= a^2 \cdot 1$$

$$= a^2$$

23. $ax+by+c=0, bx+cy+a=0, cx+ay+b=0$ సరళరేఖలు అనుషక్తాలయితే

$$a^3+b^3+c^3=3abc \text{ అనిచూపండి.}$$

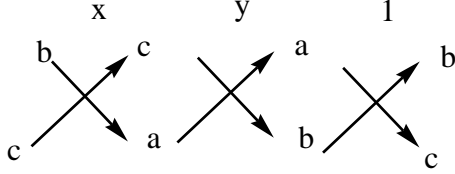
సాధన. దత్త రేఖల సమీకరణాలు

$$ax+by+c=0 \dots\dots(1)$$

$$bx+cy+a=0 \dots\dots(2)$$

$$cx+ay+b=0 \dots\dots (3)$$

(1), (2) లను సాధించగా ఖండన బిందువు



$$\frac{x}{ab-c^2} = \frac{y}{bc-a^2} = \frac{1}{ca-b^2}$$

$$\text{ఖండన బిందువు} \left(\frac{ab-c^2}{ca-b^2}, \frac{bc-a^2}{ca-b^2} \right)$$

P బిందువు $cx+ay+b=0$ మీద ఉంది.

$$c \left(\frac{ab-c^2}{ca-b^2} \right) + \left(\frac{bc-a^2}{ca-b^2} \right) + b = 0$$

$$c(ab-c^2) + a(bc-a^2) + b(ca-b^2) = 0$$

$$abc - c^3 + abc - a^3 + abc - b^3 = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

24) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$ సరళరేఖ ఖండన బిందువు గుండా పోయే ఒక వల సరళరేఖ

నిరూపకాలను A, B ల లో ఖండనైంది. \overline{AB} మధ్య బిందువు బిందుపథ సమీకరణం

$$2(a+b)xy = ab(x+y) \text{ చూపండి.}$$

సాధన. దత్త సమీకరణాలు $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$\text{మరియు } \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$$

సాధించగా ఖండన బిందువు

$$P \text{ నిరూపకాలు } \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b} \right)$$

$Q(x_0, y_0)$ బిందుపథం మీది ఏదేని బిందువు

$$\Leftrightarrow x - \text{అంతరఖండం } 2x_0, y - \text{అంతరఖండం } 2y_0 \text{ గల}$$

$$\Leftrightarrow P \text{ బిందువు } \frac{x}{2x_0} + \frac{y}{2y_0} = 1 \text{ రేఖ మీద ఉంది.}$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a+b} \cdot \frac{x_0 + y_0}{2x_0 y_0} = 0$$

$$ab(x_0 + y_0) = 2(a+b)x_0 y_0$$

$$Q(x_0, y_0)$$

$$2(a+b)xy = ab(x+y)$$

$$AB \text{ మధ్య బిందుపథము } 2(a+b)xy = ab(x+y)$$

25 $ax+by+p=0, ax+by+q=0, cx+dy+r=0, cx+dy+s=0$ అనే నాలుగు సరళరేఖలు ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరిస్తే ఆ విధంగా ఏర్పడే సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యం

$$\left| \frac{(p-q)(r-s)}{bc-ad} \right| \text{ అని చూపండి.}$$

సాధన. L_1, L_2, L_3, L_4 లు రేఖల సమీకరణాలు

$$L_1 = ax+by+p=0$$

$$L_2 = ax+by+q=0$$

$$L_3 = cx+dy+r=0$$

$$L_4 = cx+dy+s=0$$

L_1, L_2 లు సమాంతరాలు L_3, L_4 లు సమాంతరాలు.

$$\text{సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం} = \frac{d_1 d_2}{\sin \theta}$$

$$d_1 = L_1, L_2 \text{ ల మధ్య దూరము} = \frac{|p-q|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$d_2 = L_3, L_4 \text{ ల మధ్య దూరము} = \frac{|r-s|}{\sqrt{c^2+d^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{|ac+bd|}{\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1-\cos^2 \theta}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{1 - \frac{(ac+bd)^2}{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}} \\
&= \sqrt{\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2) - (ac+bd)^2}{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}} \\
&= \frac{|bc-ad|}{\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}}
\end{aligned}$$

$$\therefore \text{సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యం} = \left| \frac{(p-q)(r-s)}{bc-ad} \right|$$

26. ఒక సరళరేఖ $5x - y + 4 = 0$, $3x + 4y - 4 = 0$ అనే సరళరేఖల మధ్య చేసే అంతర ఖండం యొక్క మధ్య బిందువు $(1, 5)$ అయితే, ఆ సరళ రేఖా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన. కావలసిన సరళ $3x + 4y - 4 = 0$ ను A వద్ద $5x - y + 4 = 0$ ను B వద్ద ఖండిస్తుందనుకొందాం.

అప్పుడు ఇచ్చిన సరళ రేఖా మధ్య ఉన్న అంతర ఖండం \overline{AB} అవుతుంది. C అనుకుంటే $C = (1, 5)$ అవుతుంది.

$5x - y + 4 = 0$ ను $y = 5x + 4$ గా రాయవచ్చు. కాబట్టి \overline{BX} మీద బిందువును $(t, 5t + 4)$, (t వాస్తవ సంఖ్యగా) రాయవచ్చు.

కాబట్టి ఏదో ఒక t విలువకు $B = (t, 5t + 4)$ అవుతుంది.

\overline{AB} యొక్క మధ్య బిందువు $(1, 5)$ కాబట్టి,

$$A = [2 - t, 10 - (5t + 4)]$$

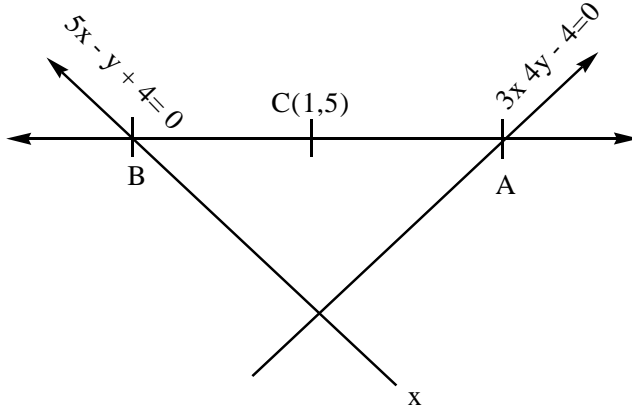
$$= [2 - t, 6 - 5t] \text{ అవుతుంది.}$$

A బిందువు $3x + 4y - 4 = 0$ మీద ఉండటం వల్ల,

$$3(2 - t) + 4(6 - 5t) - 4 = 0 \text{ అవుతుంది.}$$

$$\Rightarrow 23t + 26 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{26}{23}$$



$$\therefore A = \left[2 - \frac{26}{23}, 6 - 5\left(\frac{26}{23}\right) \right]$$

$$= \left(\frac{20}{23}, \frac{8}{23} \right)$$

$$\overline{AB} \text{ వాలు } \frac{5 - \frac{8}{23}}{1 - \frac{20}{23}} = \frac{107}{3}$$

$$\overline{AB} \text{ సమీకరణం } y - 5 = \frac{107}{3}(x - 1)$$

$$\Rightarrow 3y - 15 = 107x - 107$$

$$\Rightarrow 107x - 3y - 92 = 0.$$

27. ఒక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క అంతర కేంద్రం మూల బిందువు వద్ద ఉంది. ఒక భుజం $x + y - 2 = 0$ మీద ఉంటే ఈ భుజానికెదురుగా నున్న శీర్షాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన.

సమబాహు త్రిభుజాన్ని ABC అని $x + y - 2 = 0$ మీద

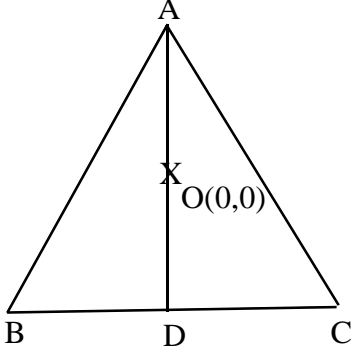
\overline{BC} భుజం ఉందనుకొందాం.

త్రిభుజం యొక్క అంతర కేంద్రం మూల బిందువు O కాబట్టి, $\angle BAC$ యొక్క సమద్విఖండన రేఖను \overline{AD} అనుకొంటే \overline{AD} అనేది \overline{BC} యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖ అవుతుంది.

కాబట్టి $\triangle ABC$

సమబాహు త్రిభుజం అవడం వల్ల O , కేంద్రభాసం కూడ అవుతుంది కాబట్టి $AO:OD=2:1$ (కేంద్రభాసం, అంతరకేంద్రం, పరికేంద్రం, లంబకేంద్రాలు ఏకీభవిస్తాయి).

$D=(h,k)$. అనుకొందాం O . నుంచి \overline{BC} . మీదకు గల
లంబపాదం, D . కాబట్టి



$$x + y - 2 = 0$$

$$\frac{h-0}{1} = \frac{k-0}{1} = \frac{-(-2)}{2} = 1$$

$$\therefore h=1, k=1$$

$$D=(1,1)$$

$$A=(x_1, y_1) \text{ అనుకొంటే, } (0,0) = \left(\frac{2+x_1}{3}, \frac{2+y_1}{3} \right)$$

$$\therefore x_1 = -2, y_1 = -2$$

$$\text{కావలసిన శీర్షం } A = (-2, -2).$$