

గురుత్వాకర్షణ

ముఖ్యాంశాలు

1. ప్రకృతిలో ప్రాథమిక బలాలు 4 రకాలు

ఎ) గురుత్వాకర్షణ బలం బి) విద్యుదయస్కాంత బలం సి) బలీయ కేంద్రక బలం
మరియు డి) బలహీన కేంద్రక బలం.

2. గురుత్వ, బలహీన, విద్యుదయస్కాంత మరియు బలీయ న్యూక్లియర్ బలాల పటుత్వాల మధ్య ఉండే నిష్పత్తి $1:10^{31}:10^{36}:10^{38}$.

3. న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సిద్ధాంతం

విశ్వములో ప్రతి కణం మరో కణాన్ని ఆకర్షిస్తుంది. ఈ ఆకర్షణ బలం ఆ కణాల ద్రవ్యరాశుల లబ్ధమునకు అనులోమానుపాతంలోను, వాటి మధ్య దూరం యొక్క వర్గానికి విలోమానుపాతంలోను ఉంటుంది. ఈ బలం ఆ రెండు కణాల కేంద్రకాలను కలిపే రేఖ వెంట పనిచేస్తుంది.

రెండు కణాల ద్రవ్యరాశులు m_1, m_2 మరియు వాటి మధ్య దూరం 'R' అయితే గురుత్వాకర్షణ బల పరిమాణం

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

విశ్వ గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$.

సదిశ రూపంలో $F = \frac{(Gm_1 m_2)}{r^3} \vec{r}$

4. 'g' మరియు G ల మధ్య సంబంధం $g = \frac{GM}{R^2}$. ఇందు గ్రహం ద్రవ్యరాశి M, గ్రహం వ్యాసార్థం R.

5. భూమి ఉపరితలం నుండి ఎత్తుతో గురుత్వ త్వరణం $g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

6. భూమి ఉపరితలం నుండి లోతుతో గురుత్వ త్వరణం $g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$

7. అక్షాంశంతో గురుత్వ త్వరణం $g_\phi = g - R\omega^2 \cos^2 \phi$

8. గురుత్వ స్థితిజశక్తి $= -\frac{GMm}{r} = -mgr$

9. గురుత్వ గతిశక్తి $= \frac{GMm}{2r} = \frac{mgr}{2}$

10. మొత్తం శక్తి $= -\frac{GMm}{2r} = -\frac{mgr}{2}$

11. గురుత్వ క్షేత్రం తీవ్రత (I) $= \frac{GM}{r^2} = g$

12. గురుత్వ పొటెన్షియల్ $= -\frac{GM}{R}$

13. ఒక గ్రహం చుట్టూ నిర్ణీత కక్ష్యలో వృత్తాకారమార్గంలో పరిభ్రమించడానికి వస్తువుకు కావలసిన కనీస వేగాన్ని కక్ష్యవేగం (V_0) అంటారు.

$$V_0 = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 7.92 \text{ kms}^{-1}$$

14. ఒక గ్రహం యొక్క గురుత్వాకర్షణ ప్రభావం నుండి తప్పించుకుపోవడానికి వస్తువుకు కావలసిన కనీస లంబవేగాన్ని పలాయన వేగం (V_e) అంటారు.

$$V_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11.2 \text{ kms}^{-1}$$

15. పలాయన వేగం $V_e = \sqrt{2} \times$ కక్ష్యవేగం (V_0).

16. భూస్థావర ఉపగ్రహాలు భూమికి సుమారు 36,000 కి.మీ. ఎత్తున నిర్ణీత కక్ష్యలలో ఉంటాయి.

17. భూమి యొక్క ఆవర్తన కాలానికి సమానమగు ఆవర్తన కాలము గల ఉపగ్రహాన్ని భూస్థావర ఉపగ్రహం అంటారు. భూస్థావర ఉపగ్రహాలను, వాతాకరణ అధ్యయనం నుండి TV కార్యక్రమాల ప్రసారం వరకు అనేకమైన పనులలో వినియోగిస్తారు.

$$h = \left(\frac{GM}{4\pi^2} T^2 \right)^{1/3} - R$$

అతి స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. విశ్వ గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం ప్రమాణాలను, మితులను తెలపండి.

జ : ప్రమాణము : Nm^2 / kg^2
మితి ఫార్ములా : $M^{-1} L^3 T^{-2}$

2. న్యూటన్ గురుత్వాకర్షణ నియమం యొక్క సదిశ రూపాన్ని తెలపండి.

జ : $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r} = \frac{Gm_1m_2}{r^3} \vec{r}$

$r =$ రెండు వస్తువుల మధ్య దూరం

3. భూమి ద్రవ్యరాశి స్థిరంగా ఉంటూ, దాని వ్యాసార్థం 2% తగ్గితే, 'g' విలువలో వచ్చే మార్పు ఏమిటి ?

జ : $g \propto \frac{1}{R^2} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta r}{r}$

$\frac{\Delta g}{g} = 2 \times 2 = 4\%$ పెరుగును.

4. ఒక లఘులోలకం పొడవును సమానంగా ఉంచినపుడు, అన్ని గ్రహాలపైనా ఆ లోలకం ఆవర్తనకాలం సమానంగా ఉంటుందా ? కారణాన్ని కూడా తెలపండి.

జ : లఘులోలకం ఆవర్తనకాలము $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ కావున అనగా l, g ఆధారపడి ఉంటుంది.

గ్రహములపై 'g' విలువను బట్టి T విలువ మారుతుంది.

5. “సూర్యుని చుట్టూ ఉన్న ఆవరణలో హైడ్రోజన్ సమృద్ధిగా ఉంటుంది. భూమి చుట్టూ ఉన్న ఆవరణలో తక్కువ పరిమాణంలో ఉంటుంది”. వివరించండి.

జ : సూర్యుని యొక్క పలాయన వేగం హైడ్రోజన్ అణువుల యొక్క సగటు వేగం కంటే అధికం. అందువల్ల సూర్యుని ఆవరణలో హైడ్రోజన్ సమృద్ధిగా ఉంటుంది. కాని భూమి పై హైడ్రోజన్ అణువులు భూమి యొక్క పలాయన వేగాన్ని పొంది భూ ఆకర్షణ అవధిని దాటి దూరంగా పోతాయి. కావున భూమి చుట్టూ ఉన్న ఆవరణలో హైడ్రోజన్ తక్కువ పరిమాణంలో ఉంటుంది.

6. ఒక భూస్థావర ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్యావర్తన కాలం ఎంత ? అది పడమర నుండి తూర్పుకు తిరుగుతుందా ? లేక తూర్పు నుండి పడమరకు తిరుగుతుందా ?

జ : భూస్థావర ఉపగ్రహ కక్ష్యావర్తన కాలం 24 గంటలు. అది పడమర నుండి తూర్పుకు తిరుగుతుంది.

స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. కెప్లర్ గ్రహ గమన నియమాలను పేర్కొనండి.

జ: కెప్లర్ మొదటి నియమం :

సూర్యున్ని నాభిగా గ్రహాలన్ని సూర్యుని చుట్టు దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్యలలో తిరుచుండును. దీనిని కక్ష్యా నియమం అంటారు.

కెప్లర్ రెండవ నియమము

సూర్యుని నుండి గ్రహమునకు కలిపే రేఖ సమాన కాల వ్యవధులలో సమాన వైశాల్యాలు ఆక్రమించును. దీనిని విస్తీర్ణ నియమం అంటారు.

కెప్లర్ మూడవ నియమం

సూర్యుని చుట్టూ గ్రహానికి గల ఆవర్తన కాల వర్గము దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్య అర్థ గురు అక్ష ఘనానికి అనులోమానుపాతంలో ఉండును. దీనిని ఆవర్తనకాల సూత్రం అంటారు.

$$T^2 \propto R^3$$

2. ఒక గ్రహం ఉపరితలం పై గురుత్వత్వరణం (g), విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం (G) ల మధ్య సంబంధాన్ని రాబట్టండి.

జ : 'g' మరియు 'G' ల మధ్య సంబంధం

'm' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు పై భూమ్యాకర్షణ .భూమి (గ్రహం) ద్రవ్యరాశి M మరియు వ్యాసార్థం R అనుకొండి. భూమి ఉపరితలం పై గల 'm' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు పై ఆకర్షణ బలం

$$F = mg \dots \dots \dots (1)$$

న్యూటన్ సిద్ధాంతం ప్రకారం,

$$F = \frac{GMm}{R^2} \dots \dots \dots (2)$$

(1) మరియు (2) సమీకరణాల నుండి,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

3. సమాన విలువలు కలిగిన ఎత్తు, లోతులకు గురుత్వ త్వరణం విలువ ఏ విధంగా మారుతుంది ?

జ: a) భూమి ఉపరితలం నుండి h ఎత్తు వద్ద $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$h \ll R$ అయిన

$$'d' \text{ లోతులో గురుత్వ త్వరణం } g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$$

$$d = h \text{ అయిన, } g_h = \frac{g}{4} \text{ మరియు } g_d = 0$$

$$\therefore g_h > g_d$$

b) $h \ll R$ అయిన $g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

$$'d' \text{ లోతులో గురుత్వ త్వరణం } g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$$

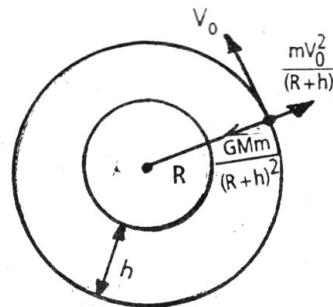
$$d = h \text{ అయిన, } g_h = g \left(1 - \frac{h}{R} - \frac{h}{R}\right) = g_d - \frac{gh}{R}$$

$$\therefore g_h < g_d$$

4. కక్ష్యవేగం అంటే ఏమిటి ? దాని సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.

జ : కక్ష్యవేగము

ఒక గ్రహం చుట్టూ నిర్ణీత కక్ష్యలో వృత్తాకారమార్గంలో పరిభ్రమించడానికి వస్తువుకు కావలసిన కనీస వేగాన్ని కక్ష్యవేగం (v_0) అంటారు.



కక్ష్యవేగం

సమీకరణం

భూమి (గ్రహం) ద్రవ్యరాశి M మరియు వ్యాసార్థం R అనుకొండి. భూమి చుట్టూ ' m ' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు పరిభ్రమిస్తున్నదనుకొండి. భూమి ఉపరితలము నుండి ' h ' దూరంలో వస్తువు వృత్తాకార మార్గంలో ' V_0 ' క్షితిజ సమాంతర వేగముతో తిరుగుతున్నదనుకొండి. వస్తువు పై భూమి కలుగజేసే గురుత్వాకర్షణ బలం వస్తువు సమవడితో వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరగడానికి అవసరమగు అభికేంద్ర బలాన్ని ఇస్తుంది.

$$\text{అభికేంద్ర బలం} = \frac{mv_0^2}{(R+h)} \dots\dots(1)$$

$$\text{గురుత్వాకర్షణ బలం} = \frac{GMm}{(R+h)^2} \dots\dots(2)$$

$$\therefore \frac{mv_0^2}{R+h} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

$$\text{(లేక)} \quad v_0^2 = \frac{GM}{(R+h)}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$R+h$ ను కక్ష్యా వ్యాసార్థమంటారు.

$h \ll R$ అయిన

$$\therefore V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\text{కాని } g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow gR = \frac{GM}{R}$$

$$\therefore \text{కక్ష్యావేగము } V_0 = \sqrt{gR}$$

5. పలాయన వేగం అంటే ఏమిటి ? దాని సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.

జ: పలాయన వేగం (V_e)

గ్రహం యొక్క గురుత్వాకర్షణ ప్రభావం నుండి తప్పించుకుపోవడానికి ఒక వస్తువునకు కావలసిన కనీస లంబవేగాన్ని పలాయన వేగం (v_e) అంటారు.

సమీకరణము

భూమి (గ్రహం) ద్రవ్యరాశి M మరియు వ్యాసార్థం R అనుకొండి. భూమి ఉపరితలం పై ' m ' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు కలదనుకొండి.

$$\text{గ్రహ ఉపరితలం పై గురుత్వ పొటెన్షియల్} = -\frac{Gm}{R}$$

అనంత దూరం నుండి ' m ' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును భూమి ఉపరితలం నకు తీసుకురావడానికి చేయవలసిన పని వ్యవస్థ గురుత్వ గురుత్వ స్థితిజశక్తి రూపంలో ఉంటుంది.

$$\text{గురుత్వ స్థితిజశక్తి} = -\frac{GMm}{R}$$

ఇందులో ఋణ గుర్తు వస్తువు భూమి చేత ఆకర్షింపబడుతుంద తెలుపుతుంది. భూమి గురుత్వ క్షేత్రం

నుండి తప్పించుకుపోవడానికి $-\frac{GMm}{R}$ కు సమానమైన గతి శక్తిని వస్తువు కలిగి ఉండాలి.

$$\therefore \text{వస్తువు యొక్క గతిశక్తి} = \frac{1}{2}mV_e^2 \quad \text{ఇందు } V_e \text{ పలాయనవేగం}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mV_e^2 = -\left(-\frac{GMm}{R}\right)$$

$$\frac{1}{2}mV_e^2 = \frac{GMm}{R}$$

$$\therefore V_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\text{కాని } g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow gR = \frac{GM}{R}$$

$$\therefore V_e = \sqrt{2gR}$$

6. భూస్థావర ఉపగ్రహం అంటే ఏమిటి ? దాని ఉపయోగాలను తెలపండి.

జ : భూస్థావర ఉపగ్రహం

భూమి యొక్క ఆవర్తన కాలానికి సమానమగు ఆవర్తన కాలం గల ఉపగ్రహాన్ని భూస్థావర ఉపగ్రహం అంటారు.

ఉపయోగాలు

1) వాతావరణ ఊర్ధ్వ పొరలను అధ్యయనం చేయవచ్చు.

- 2) వాతావరణంలో కలిగే మార్పులను తెలుసుకోవచ్చు.
- 3) భూమి ఆకారాన్ని, పరిమాణాన్ని అంచనా వేయవచ్చు.
- 4) భూ ఉపరితలం పై, భూగర్భంలోను గల సహజ ఖనిన సంపదను గుర్తించవచ్చు.
- 5) టెలివిజన్ కార్యక్రమాలను సుదూర ప్రాంతాలకు ప్రసారం చేయవచ్చు.
- 6) వాతావరణం పై పొరలలో రేడియో తరంగ ప్రసార లక్షణాలు పరిశోధన జరుపవచ్చు.

7. సరాసరి సముద్ర స్థాయి (mean sea level) నుండి రెండు స్థలాలు ఒకే ఎత్తులో ఉన్నాయి. ఒకటి పర్వతం మీద, మరొకటి గాలిలోను వున్నాయి. 'g' ఎక్కడ ఎక్కువగా ఉంటుంది ? కారణం తెలపండి.

జ : $g = \frac{4}{3}\pi\rho GR$ ఇందు 'ρ' సాంద్రత. పర్వతం మీద సాంద్రత అధికం. కావున గాలిలో కంటే పర్వతం పై 'g' విలువ ఎక్కువ.

8. ఒక వస్తువు భారం భూమధ్యరేఖ వద్ద కంటే ధ్రువాల వద్ద ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఈ స్థలాలలో ఏ స్థలం వద్ద ఒకే బరువు గల చక్కెర ఎక్కువగా ఉంటుంది ? కారణం తెలపండి.

జ : భూమధ్య రేఖ వద్ద ఎక్కువ చక్కెర వస్తుంది. కారణం 'g' విలువ తక్కువ.

9 భూమి చుట్టూ తిరిగే కృత్రిమ ఉపగ్రహంలోని ఒక మేకు వదులై దాని నుండి విడివడితే, అది భూమి మీద పడుతుందా లేక కృత్రిమ ఉపగ్రహం యొక్క కక్ష్యలోనే తిరుగుతుందా ? మీ జవాబుకు కారణం తెలపండి.

జ : కృత్రిమ ఉపగ్రహం నుండి ఒక మేకు క్రిందపడితే అది ఉపగ్రహం యొక్క వేగంతోనే (కక్ష్యవేగం) చలించటం ప్రారంభిస్తుంది.

దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు

1. గురుత్వ త్వరణం ఎ) భూమి ఉపరితలం పైన , (బి) భూమి ఉపరితలం లోపల ఎలా మారుతుందో తెలిపే సమీకరణాలను ఉత్పాదించండి

జ: ఎత్తు

భూమి (గ్రహం) ద్రవ్యరాశి M మరియు వ్యాసార్థం R అనుకొండి. భూమి ఉపరితలం పై ' m ' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు కలదనుకొండి.

$$\text{భూమి ఉపరితలం పై } g = \frac{GM}{R^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{భూమి ఉపరితలం నుండి } h \text{ ఎత్తు వద్ద } g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \text{ మరియు } (2) \text{ సమీకరణాల నుండి } g_h = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$h \ll R \text{ అయిన, } g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

కావున ఎత్తుతో గురుత్వత్వరణం తగ్గుతుంది.

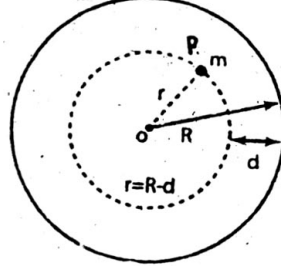
లోతు

భూమిని ' M ' ద్రవ్యరాశి, ' R ' వ్యాసార్థము, ' ρ ' సాంద్రత గల ఏకరీతి గోళంగా భావింపుము. భూ ఉపరితలం పై గురుత్వ త్వరణం విలువ ' g ' అనుకొండి.

$$\text{భూమి ఉపరితలం పై } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{భూమి ద్రవ్యరాశి } (M) = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$\therefore g = G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho}{R^2} = \frac{4}{3} \pi \rho GR \dots\dots\dots(1)$$



'd' లోతులో ఉంచిన వస్తువు పై $(R-d)$ వ్యాసార్థం కలిగిన అంతరగోళములో ఉన్న భూఖండ ద్రవ్యరాశి మాత్రమే వస్తువు పై గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది.

'd' లోతు వద్ద గురుత్వ త్వరణం

$$g_d = \frac{4}{3} \pi G (R-d) \cdot \rho \dots\dots(2)$$

(1) మరియు (2) సమీకరణముల నుండి,

$$\frac{g_d}{g} = \frac{R-d}{R}$$

$$\therefore g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$$

కావున లోతు పెరిగే కొలది 'g' విలువ తగ్గుతుంది

2. న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వాకర్షణ నియమాన్ని పేర్కొనండి, కావెండిష్ పద్ధతి ద్వారా విశ్వగురుత్వ స్థిరాంకం G విలువును ఎలా కనుక్కొంటారో వివరించండి.

జ : న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వాకర్షణ నియమం

“విశ్వంలోని ప్రతి కణం, మరొక కణాన్ని ఆకర్షిస్తుంది. ఈ ఆకర్షణ బలం ఆ రెండు కణాల ద్రవ్యరాశుల లబ్ధానికి అనులోమానుపాతంలోను, మరియు వాటి మధ్య దూర వర్గానికి విలోమానుపాతంలోను ఉండి, రెండు కణాలను కలిపే సరళరేఖ వెంబడి పనిచేస్తుంది”.

రెండు కణాల ద్రవ్యరాశులు m_1, m_2 మరియు వాటి మధ్య దూరం 'R' అయితే గురుత్వాకర్షణ బలం పరిమాణం

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

ఇందు G విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం.

కావెండిష్ పద్ధతి

దృఢమైన ఆధారం నుండి తిన్నని తీగ ద్వారా దండన్ని వేలదీయాలి. దీనికి రెండు చివరల రెండు చిన్న సీసపు గోళములు అమర్చాలి. వీటికి వ్యతిరేక దిశలలో స్వల్ప దూరము లో రెండు పెద్ద సీసపు గోళాలను ఉంచాలి.

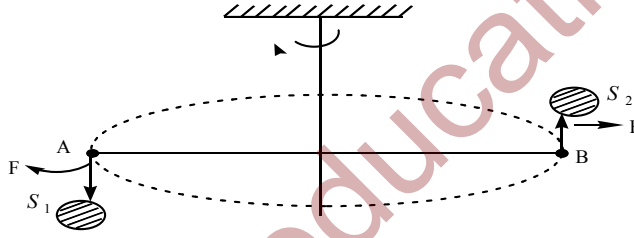
వ్యతిరేక ఆకర్షణ

యుగ్మం

ఎర్పడుతుంది.

గోళాల మధ్య ఆకర్షణ బలం $F = \frac{GMm}{d^2}$. ఇందు d గోళముల మధ్య గల స్వల్ప దూరం.

$$\text{బలయుగ్మ భ్రామకం} = F \times L = \frac{GMmL}{d^2}$$



తీగలో ఏర్పడిన పురికోణము θ అయిన, పునఃస్థాపక బలము = $\tau\theta$

$$\therefore \frac{GMmL}{d^2} = \tau\theta \quad (\text{లేక}) \quad G = \frac{\tau\theta d^2}{MmL}$$

ఈ విధంగా G విలువను కనుగొనవచ్చు. $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

లెక్కలు

1. 1 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు గోళాకార బంతులు 1 cm దూరంలో ఉన్నాయి. వాటి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని కనుక్కోండి.

జ : ఒక్కొక్క బంతి ద్రవ్యరాశి $= 1\text{ kg}$

వాటి మధ్య దూరం $(r) = 1\text{ cm} = 1 \times 10^{-2}\text{ m}$

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$$

$$\text{గురుత్వాకర్షణ బలం } (F) = \frac{G.m_1.m_2}{r^2}$$

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1 \times 1}{(10^{-2})^2}$$

$$= 6.67 \times 10^{-7}\text{ N}$$

2. ఒక బంతి యొక్క ద్రవ్యరాశి మరో బంతి యొక్క ద్రవ్యరాశికి 4 రెట్లు ఉంది. ఈ బంతుల మధ్య దూరం 10 cm ఉన్నప్పుడు, వాటి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలం $6.67 \times 10^{-7}\text{ N}$. ఆ బంతుల ద్రవ్యరాశులను కనుక్కోండి.

జ : $m_1 = m$ మరియు $m_2 = 4m$

వాటి మధ్య దూరం $(r) = 10 \times 10^{-2}\text{ m}$

$$F = 6.67 \times 10^{-7}\text{ N}$$

$$F = \frac{G.m_1.m_2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{G.4m^2}{r^2} \Rightarrow m^2 = \frac{F.r^2}{4G}$$

$$m^2 = \frac{6.67 \times 10^{-7} \times 10^{-2}}{4 \times 6.67 \times 10^{-11}} = 25$$

$$m = 5 \Rightarrow m_1 = 5\text{ kg} \text{ మరియు } m_2 = 20\text{ kg}$$

3. భూమి ఉపరితలానికి కొంత ఎత్తులో గురుత్వ త్వరణం భూమి ఉపరితలం పై గురుత్వత్వరణం విలువలో 4% ఉంది. ఆ ఎత్తు ఎంతో లెక్కించండి.

జ : భూ ఉపరితలం పై గురుత్వత్వరణం $= g$

$$'h' \text{ ఎత్తులో } \Rightarrow g_h = \frac{4}{100}g$$

$$g_h = \frac{g}{25}$$

$$g_h = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$\frac{g}{25} = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$\Rightarrow h = 4 \times 6400 = 25600 \text{ km}$$

4. $1\text{kg}, 2\text{kg}, 3\text{kg}$ ద్రవ్యరాశులు గల గోళాకార బంతుల్ని ఒక 1m భుజం గల సమబాహు త్రిభుజం యొక్క మూడు శీర్షాల వద్ద ఉంచారు. 1kg ద్రవ్యరాశి గల బంతి పై $2\text{kg}, 3\text{kg}$ ద్రవ్యరాశులు గల బంతులు ప్రయోగించే బల పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

జ: భుజం పొడవు $(a) = 1\text{m}$

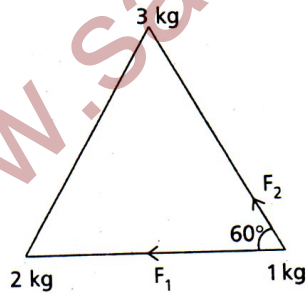
$$m_1 = 1\text{kg}, \quad m_2 = 2\text{kg}, \quad m_3 = 3\text{kg}$$

$$1\text{kg}, 2\text{kg} \text{ ల మధ్య బలం } F_1 = \frac{G \times 1 \times 2}{1^2}$$

$$\Rightarrow F_1 = 2G \rightarrow (1)$$

$$1\text{kg}, 3\text{kg} \text{ ల మధ్య బలం } F_2 = \frac{G \times 1 \times 3}{1^2}$$

$$\Rightarrow F_2 = 3G \rightarrow (2)$$



$$F_1, F_2 \text{ మధ్య కోణం} = 60^\circ$$

ఫలిత బలం

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$= \sqrt{4G^2 + 9G^2 + 12G^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{13G^2 + 6G^2} = \sqrt{19G^2} = \sqrt{19} \cdot G.$$

5. భూమి వ్యాసార్థానికి సమానమైతే ఎత్తులో ఒక కృత్రిమ ఉపగ్రహం భూమి చుట్టూ తిరుగుతున్నది. దాని 1) కక్ష్యావడి 2) పరిభ్రమణానికి కాలాలను కనుక్కోండి.

జ: $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R = 6400 \text{ km}$

(i) కక్ష్యావడి $V_o = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$V_o = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{2 \times 6400 \times 10^3}} = 5.592 \text{ km/s}$$

(ii) పరిభ్రమణ కాలం $T = \frac{2\pi(R+h)}{V_o}$ లేక $T = \frac{2\pi \times 2 \times 6400 \times 10^3}{5.592 \times 10^9} = 4 \text{ hours}$

6. రెండు వస్తువుల మధ్య దూరాన్ని తొలి దూరం కంటే $4m$ పెంచినపుడు, వాటి మధ్య గురుత్వాకర్షణ బలం 36% తగ్గినది. ఆ వస్తువుల మధ్య ఉన్న తొలి దూరం ఎంత ?

జ : $\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ Or $\frac{100}{64} = \frac{r+4}{r} \Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{r+4}{r}$

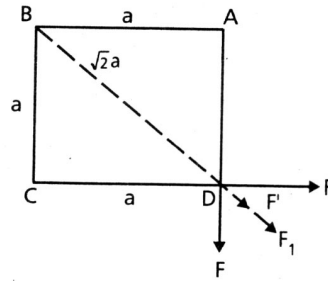
$\therefore r = 16 \text{ m}$

7. a భుజం గల ఒక చతురస్రం యొక్క శీర్షాల వద్ద ఒక్కొక్కటి m ద్రవ్యరాశి గల నాలుగు వస్తువులనుంచారు. ఒక వస్తువు మిగతా వస్తువులు ప్రయోగించే గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని కనుక్కోండి.

జ: చతురస్ర యొక్క భుజం = ∞

పటం నుండి $BD = \sqrt{2}a$

A, C ల వద్ద గల ' m ' ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుల వలన ' D ' వద్ద వస్తువు పై పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలాలు సమానం. అది ' F ' అనుకొనం



$$F \propto \frac{Gm^2}{a^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$B \text{ వద్ద గల వస్తువు వలన 'D' వద్ద వస్తువు పై పని చేసే బలం } F_1 = \frac{Gm^2}{2a^2} \dots\dots\dots(2)$$

A, B, C ల వద్ద గల మూడు వస్తువుల వలన 'D' వస్తువు పై పనిచేసే ఫలిత బలం

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F^2 + F^2} + F_1 \\ &= \sqrt{2}F + F_1 = \frac{\sqrt{2}Gm^2}{a^2} + \frac{Gm^2}{2a^2} \\ &= \frac{Gm^2}{a^2} \left[\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

8. ఒక కృత్రిమ ఉపగ్రహం ఒక గ్రహం చుట్టూ కొంత ఎత్తులో 8 km/s వేగంతో వృత్తాకార మార్గంలో పరిభ్రమిస్తున్నది. ఆ ఎత్తు వద్ద గల గురుత్వ త్వరణం విలువ 8 m/s^2 . భూమి ఉపరితలం నుండి ఎంత ఎత్తులో ఆ కృత్రిమ ఉపగ్రహం ఉంది ? (గ్రహం వ్యాసార్థం 6000 km).

$$V_0 = 8 \text{ km/s}$$

$$g_h = 8 \text{ m/s}^2$$

$$R = 6000 \text{ km} = 6000 \times 10^3 \text{ m}$$

$$h = ?$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{g(R+h)}$$

$$h = 2000 \text{ km}$$

అదనపు లెక్కలు

1. కింది వాటికి సమాధానాలు రాయండి

ఎ) ఒక విద్యుదావేశాన్ని ఒక బోలు వాహకం లోపల ఉంచడం ద్వారా దాని పై విద్యుత్ బలం పనిచేయకుండా రక్షణ కల్పించవచ్చు. ఒక వస్తువును ఒక బోలు గోళం లోపల ఉంచడం ద్వారా లేదా మరే ఇతర పద్ధతిలోనైనా దానికి దగ్గరలో ఉన్న ద్రవ్యం యొక్క గురుత్వాకర్షణ బలం నుండి రక్షించవచ్చా ?

బి) భూమి చుట్టూ తిరుగుతున్న ఒక చిన్న వ్యోమనౌక లోని వ్యోమగామి గురుత్వాకర్షణ బలం ఉనికని గుర్తించలేడు. భూమి చుట్టూ తిరుగుతున్న వ్యోమనౌక చాలా పెద్దదిగా ఉంటే, గురుత్వాకర్షణ బలం ఉనికని గుర్తించగలనని అతడు ఆశించవచ్చా ?

జ: ఎ) గురుత్వాకర్షణ బలాల పై యానక ప్రభావం వుండదు. కావున వస్తువులు గురుత్వాకర్షణ బలాల ప్రభావం నుంచి తప్పించుకొనలేవు.

బి) పెద్ద వస్తువు పై గురుత్వాకర్షణ బలాల ప్రభావం అధికం.

2. సరియైన ప్రత్యామ్నాయాన్ని ఎంచుకొండి

ఎ) స్థితిజ శక్తి శూన్య విలువను అనంత దూరం వద్ద తీసుకొంటే పరిభ్రమిస్తున్న ఉపగ్రహం మొత్తం శక్తి దాని గతిజశక్తి/స్థితిజశక్తికి రుణాత్మకం.

జ: ఎ) గతిజశక్తి

3. భూమి నుంచి ఒక వస్తువు పలాయన వడి ఈ అంశాల పై ఆధారపడుతుందా ? ఎ) వస్తువు ద్రవ్యరాశి బి) ప్రక్షిప్తం చేసిన దిశ.

జ: ఎ) పలాయన వేగం వస్తువు ద్రవ్యరాశి పై ఆధారపడదు.

బి) పలాయన వేగం ప్రక్షిప్త దిశ పై ఆధారపడదు.

4. ఒక తోక చుక్క సూర్యుని చుట్టూ ఒక అత్యధిక అర్ధగురు అక్షం గల దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతున్నది. ఈ తోకచుక్క కక్ష్య యావత్తు ఈ రాశులు స్థిరంగా ఉంటాయా ?

ఎ) రేఖీయ వడి బి) కోణీయ వడి సి) కోణీయ ద్రవ్యవేగం డి) గతిజశక్తి ఇ) స్థితిజశక్తి ఎఫ్) మొత్తం యాంత్రిక శక్తి. తోకచుక్క సూర్యునికి దగ్గరగా వచ్చినప్పుడు అది ఏమైనా ద్రవ్యరాశిని కోల్పోతే ఆ ద్రవ్యరాశిని ఉపేక్షించండి

జ: ఎ) రేఖీయ వడి మారుతుంది .బి) కోణీయ వడి మారుతుంది. సి) కోణీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరం. డి) గతిజశక్తి మారును. ఇ) స్థితిజశక్తి మారుతుంది. ఎఫ్) మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరం.

5. సూర్యుని ఎలా తూచుతారు ? అంటే దాని ద్రవ్యరాశిని అంచనా వేయండి. సూర్యుని చూట్టు భూమి సరాసరి కక్ష్యా వ్యాసార్థం $1.5 \times 10^8 \text{ km}$.

జ: $r = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

భూపరిభ్రమణ ఆవర్తన కాలం $T = 365 \text{ days} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$

భూపరిభ్రమణ ఆవర్తన కాలం

$$\frac{GM_s m_e}{r^2} = m_e r \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times \left(\frac{22}{7}\right)^2 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{(6.67 \times 10^{-11}) \times (365 \times 24 \times 60 \times 60)^2}$$

$\therefore M_s = 2.07 \times 10^{30} \text{ kg}$

6. శని సంవత్సరం భూసంవత్సరానికి 29.5 రెట్లు ఉంటుంది. సూర్యుని నుంచి భూమి $1.50 \times 10^8 \text{ km}$ దూరంలో ఉన్నట్లయితే సూర్యుని నుంచి శనిగ్రహం దూరం ఎంత ?

జ: కెప్లర్ మూడం గమన నియమము ప్రకారం

$T_s = 29.5 T_e$; $R_e = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$; $R_s = ?$

$$\frac{T_s^2}{R_s^3} = \frac{T_e^2}{R_e^3} \Rightarrow R_s = R_e \left[\frac{T_s}{T_e} \right]^{2/3} = 1.5 \times 10^8 \left(\frac{29.5 T_e}{T_e} \right)^{2/3} = 1.44 \times 10^9 \text{ km}$$

7. భూఉపరితలం పై ఒక వస్తువు 63 N ఉంటుంది. భూ వ్యాసార్థానికి సగం ఎత్తులో భూమి పరంగా ఆ వస్తువు పై పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం ఎంత ?

జ: $mg = 63 \text{ N}$

$$g_h = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 = g \left(\frac{R}{R+\frac{R}{2}} \right)^2 = \frac{4}{9} g$$

$$F = mg = m \times \frac{4}{9} g = \frac{4}{9} mg = \frac{4}{9} \times 63 = 28 \text{ N}$$

8. భూ ఉపరితలం పై ఒక ప్రక్షేపకం పలాయన వడి 11.2 km s^{-1} . దీనికి మూడు రెట్లు వేగంతో ఒక వస్తువును ప్రక్షిప్తం చేశారు. భూమి నుంచి సుదూరంలో (అంటే అనంత దూరంలో) వస్తువు వడి ఎంత ? నూర్చుడు, ఇతర గ్రహాల ఉనికిని విస్మరించండి.

జ: $V_e = 11.2 \text{ km s}^{-1}$

ప్రక్షిప్త వేగం $V = 3V_e$.

శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం నుండి, $\frac{1}{2}mV_o^2 = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_e^2$

$$\Rightarrow V_o = \sqrt{V^2 - V_e^2} = \sqrt{(3V_e)^2 - V_e^2} = \sqrt{8}V_e$$

$$\therefore V_o = \sqrt{8} \times 11.2 = 31.68 \text{ km s}^{-1}$$