

## సమతలంలో చలనం

### ముఖ్య విషయాలు

1. పరిమాణం మాత్రమే కలిగి దిశ లేని రాశిని అదిశ అంటారు.

ఉదా: దూరం, వడి, ద్రవ్యరాశి మొదలగునవి..

2. పరిమాణం, దిశ కలిగి సదిశ సంకలన నియమాలను పాటించే రాశులను సదిశలు అంటారు.

ఉదా: స్థానభ్రంశం, వేగం, త్వరణం, బలం, మొదలగునవి.

3. సున్నా పరిమాణం గల సదిశను శూన్య సదిశ అంటారు. దీని దిశ అనిశ్చితం.

4. ఒకే తలంలో గల సదిశలను ఏకతల సదిశలు అని అంటారు.

5. ఏకాంక పరిమాణం గల సదిశను ఏకాంక సదిశ అంటారు.

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \text{ ఇందు } \hat{A} \text{ అనునది ఏకాంక సదిశ}$$

6. స్థానసదిశ :

ఒక నిర్దేశ చట్రం యొక్క మూల బిందువు నుండి కణ స్థానం వద్దకు గీసిన స్థాన సదిశతో ఒక కణ స్థానాన్ని గుర్తిస్తారు. దీనిని స్థాన సదిశ అంటారు. అంతరాళంలో ఒక కణంను గుర్తించడానికి ఇది ఉపయోగపడుతుంది. కణం P యొక్క స్థాన సదిశ.

7. సదిశల సమాంతర చతుర్భుజం నియమం

“ఒక బిందువు వద్ద ఏకకాలంలో పనిచేసే రెండు సదిశలను పరిమాణంలోను, దిశలోను ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క రెండు ఆసన్న భుజాలతో సూచిస్తే, ఆ బిందువు గుండా పోయే కర్ణం పరిమాణంలోను, దిశలోను ఆ రెండు సదిశల ఫలిత సదిశను సూచిస్తుంది”.

$\vec{R}$  యొక్క పరిమాణము :

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

ఇందు సదిశల మధ్య కోణం ' $\theta$ '.

$\vec{R}$  యొక్క దిశ :

$$\tan \alpha = \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta} \quad \text{ఫలిత సదిశ } \vec{R} \text{ మరియు } \vec{A} \text{ మధ్య కోణం } \alpha.$$

8. సదిశల త్రిభుజ నియమము

రెండు సదిశలను పరిమాణంలోను, దిశలోను ఒకే క్రమంలో త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలతో సూచిస్తే, ఆ త్రిభుజం యొక్క మూడవ భుజాన్ని వ్యతిరేక దిశలో ఆ సదిశల ఫలిత విలువని పరిమాణంలోను, దిశలోను సూచిస్తుంది.

9. ప్రక్షేపకం

a) ఒక వస్తువును క్షితిజ సమాంతరంతో  $\theta$  కోణం చేస్తూ  $u$  తొలి వేగంతో ప్రక్షిప్తం చేసారనుకుంటే.

b) క్షితిజ సమాంతర దిశలో  $x = (u \cos \theta)t$

c) లంబదిశలో  $y = (u \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$ .

d) ప్రక్షిప్త వస్తువు పథం పరావలయం గా ఉంటుంది.

$$Y = x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{g}{u^2 \cos^2 \theta} x^2$$

e) ఆరోహణ కాలం ( $t_a$ ) =  $\frac{u \sin \theta}{g}$

f) అవరోహణ కాలం ( $t_d$ ) =  $\frac{u \sin \theta}{g}$

g) పలాయన కాలం (T) =  $t_a + t_d = \frac{2u \sin \theta}{g}$

h) గరిష్ట ఎత్తు  $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$

i) సమాంతర వ్యాప్తి  $R = \frac{2u_x u_y}{g} = \frac{u^2 \sin(2\theta)}{g}$

j)  $\frac{R}{H} = \frac{4}{\tan \theta}$

10. సమాంతర ప్రక్షిప్తం

a) ప్రక్షిప్త వస్తువు పథం పరావలయం గా ఉంటుంది.  $y = \left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2$

b) సమాంతర వ్యాప్తి  $R = u \times t = u \sqrt{\frac{2h}{g}}$

11. వృత్తాకార చలనం

1. కోణీయ స్థానభ్రంశం ( $\theta$ )

కణం స్థానాన్ని సూచిస్తున్న వ్యాసార్థ సదిశ కోణాన్ని కోణీయ స్థానభ్రంశం అంటారు. దీని ప్రమాణం రేడియన్ మరియు మితి ఫార్యూలా  $[M^0 L^0 T^0]$ .

1 రేడియన్ =  $57.5^\circ$

2. కోణీయ వేగం ( $\omega$ ): కోణీయ స్థానభ్రంశంలోని మార్పురేటును కోణీయ వేగం అంటారు. దీని ప్రమాణం

$rad\ s^{-1}$ , మితి ఫార్ములా  $[M^0L^0T^{-1}]$ .

12. కోణీయ త్వరణం ( $\alpha$ ) : కోణీయ ద్రవ్యవేగంలోని మార్పు రేటును కోణీయ త్వరణం అంటారు. దీని ప్రమాణం  $rad\ s^{-2}$ . మితి ఫార్ములా  $[M^0L^0T^{-2}]$ .

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

13. ఒక కణం వృత్త పరిధి పై స్థిర కోణీయ వేగంతో లేదా స్థిర రేఖీయ వడితో చలిస్తుంటే, దాని చలనాన్ని ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం అంటారు.

14. అభికేంద్రం త్వరణం ( $a_c$ ): వృత్త పరిధి పై చలిస్తున్న కణం త్వరణాన్ని అభికేంద్ర త్వరణం అంటారు. దీని ప్రమాణం  $v^2 / r$ . దీని దిశ వృత్త కేంద్రం వైపుకు ఉంటుంది.

15. అభికేంద్ర బలం ( $F_c$ ): ఒక కణం వృత్తాకార చలనాన్ని చేయుటకు అవసరమయ్యే బలాన్ని అభికేంద్రం బలం అంటారు. దీని ప్రమాణం  $F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$ . దీని దిశ వృత్త కేంద్రం వైపుకు ఉంటుంది.

16. ఒక వృత్తంలో ప్రయాణిస్తున్న వస్తువు దాని పై ఒక బలం వెలుపలి వైపుకు పనిచేస్తున్నట్లుగా ప్రవర్తిస్తుంది. ఈ బలాన్ని అపకేంద్ర బలం అంటారు. ఇది నిజబలం కాదు.

17. ఏకరీతి త్వరణంలో భ్రమణ చలన సమీకరణాలు

$$i) \omega = \omega_0 + \alpha t, \quad ii) \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2, \quad iii) \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta, \quad iv) \theta_{nth} = \omega_0 + \alpha \left( n - \frac{1}{2} \right)$$

## అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. ఒక సదిశ క్షితిజ లంబ, క్షితిజ సమాంతర అంశాలు సమానంగా ఉన్నాయి. సదిశ  $X$  - అక్షంతో చేసే కోణం ఎంత ?

జ:  $R \cos \theta = R \sin \theta$

$$\cos \theta = \sin \theta \Rightarrow \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

2. 3 ప్రమాణాలు 5 ప్రమాణాలు ప్రమాణం ఉన్న రెండు బలాలు ఒకదానితో ఒకటి  $60^\circ$  కోణం చేస్తున్నాయి వాటి ఫలిత ప్రమాణం ఎంత ?

A: ఫలిత సదిశ ప్రమాణం  $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$

$$\therefore R = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 + 2 \times 3 \times 5 \cos 60} = 7 \text{ Units}$$

3.  $A = i + j$ . సదిశకు,  $X$  - అక్షానికి మధ్య గల కోణం ఎంత ?

జ:  $A_x = 1, A_y = 1$

$$\tan \theta = \left( \frac{1}{1} \right) = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

4. రెండు లంబంగా ఉన్న సదిశలు పరిమాణాలు 7 మరియు 24 యూనిట్లు. ఈ సదిశల సంకలనం వల్ల వచ్చే ఫలిత సదిశ పరిమాణం ఎంత ?

జ: ఫలిత సదిశ పరిమాణం  $R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{49 + 576} = 25$  యూనిట్లు.

5.  $P = 2i + 4j + 14k$  మరియు  $Q = 4i + 4j + 10k$  అయితే  $P + Q$  పరిమాణం ఎంత ?

జ:  $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 14\hat{k}$  ;  $\vec{Q} = 4\hat{i} + 4\hat{j} + 10\hat{k}$  ;

$$\vec{P} + \vec{Q} = 6\hat{i} + 8\hat{j} + 24\hat{k}$$

$$|\vec{P} + \vec{Q}| = \sqrt{36 + 64 + 576} = 26 \text{ ప్రమాణాలు.}$$

6. ఒక ప్రక్షేపక పథం అగ్రభాగాన ప్రక్షేపకం త్వరణం ఎంత ?

జ: ఒక ప్రక్షేపక పథం శిఖరం వద్ద ప్రక్షేపకం త్వరణం గురుత్వ త్వరణానికి సమానం.

7. శూన్య పరిమాణం కలిగిన సదిశకు శూన్యం కాని అంశాలు ఉంటాయా ?

జ: సున్నా పరిమాణం గల ఒక సదిశ శూన్యేతర అంశాలను కలిగి ఉండదు.

8. రెండు అసమా పరిమాణం ఉన్న సదిశల సంకలన మొత్తం శూన్య సదిశను ఇవ్వగలదా ? మూడు అసమాన సదిశలు కలిసి శూన్య సదిశను ఇవ్వగలవా ?

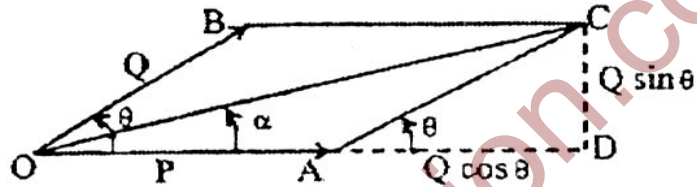
జ: ఎ) రెండు అసమా పరిమాణం ఉన్న సదిశల సంకలన మొత్తం శూన్యం కాదు.

బి) మూడు అసమాన సదిశలు కలిసి శూన్య సదిశను ఇవ్వగలదు.

## స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. సదిశల సమాంతర చతుర్భుజ నియమాన్ని వ్రాయండి. ఫలిత సదిశ యొక్క పరిమాణానికి, దిశకు సమాసాలు రాబట్టండి. (Mar 10)

జ: సదిశల సమాంతర చతుర్భుజ నియమం : "ఒక బిందువు వద్ద ఏకకాలంలో పనిచేసే రెండు సదిశలను పరిమాణంలోను, దిశలోను ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క రెండు ఆసన్న భుజాలతో సూచిస్తే, ఆ బిందువు గుండా పోయే కర్ణం పరిమాణంలోను, దిశలోను ఆ రెండు సదిశల ఫలిత సదిశను సూచిస్తుంది".



నిరూపణ :  $\vec{OA} = \vec{P}$ ,  $\vec{OB} = \vec{Q}$  మరియు  $\vec{OC} = \vec{R}$  అనుకొనుము.  $\vec{P}, \vec{Q}$  రెండు సదిశల మధ్య కోణము ' $\theta$ ' అనుకొనుము.

$\vec{P}$  మరియు  $\vec{Q}$ లు ఆసన్న భుజాలుగా గల సమాంతర చతుర్భుజము 'OACB' నందు  $\vec{P}$  మరియు  $\vec{Q}$  సదిశల ఫలిత సదిశ  $\vec{OC}$  అవుతుంది. OAను పొడిగించి దాని పై CD లంబాన్ని గీయాలి.

$$\therefore \vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

a)  $\vec{R}$  యొక్క పరిమాణం

త్రిభుజం OCD నందులో

$$OC^2 = OD^2 + CD^2$$

$$= (OA + AD)^2 + CD^2$$

$$\therefore OC^2 = OA^2 + AD^2 + 2.OA.AD + CD^2 \dots\dots\dots(1)$$

త్రిభుజం ACD నుంచి  $\sin \theta = \frac{CD}{AC}$

$$\Rightarrow CD = AC \cdot \sin \theta \dots\dots\dots(2)$$

$$\cos \theta = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD = AC \cdot \cos \theta \dots\dots\dots(3)$$

సమీకరణం (2), (3) లను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \cdot \cos^2 \theta + 2OA \cdot AC \cdot \cos \theta + AC^2 \sin^2 \theta$$

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + 2OA \cdot AC \cdot \cos \theta$$

$$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta$$

$$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$$

b)  $\vec{R}$  యొక్క దిశ

ఫలిత సదిశ  $\vec{R}$  మరియు  $\vec{P}$  మధ్య కోణం  $\alpha$  అనుకుంటే.

$$\text{త్రిభుజం } OCD \text{ నుండి } \tan \alpha = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{OA+AD}$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{AC \sin \theta}{OA + AC \cos \theta}$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta}$$

2. ప్రమాణ సదిశ, శూన్య సదిశ, స్థానాంతర సదిశలను నిర్వచించండి.

జ: ప్రమాణ సదిశ

ఒక సదిశ పరిమాణం ఏకాంకమైతే దానిని ఏకాంక సదిశ అంటారు.

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \quad \text{ఇందు } \hat{A} \text{ అనునది ఏకాంక సదిశ}$$

శూన్యసదిశ

పరిమాణం శూన్యంగా గల సదిశను శూన్యసదిశ అంటారు. దీని దిశను నిర్ణయించలేం.

స్థానసదిశ

ఒక నిర్దేశ చట్రం యొక్క మూల బిందువు నుండి కణ స్థానం వద్దకు గీసిన స్థాన సదిశతో ఒక కణ స్థానాన్ని గుర్తిస్తారు. దీనిని స్థాన సదిశ అంటారు. అంతరాళంలో ఒక కణంను గుర్తించడానికి ఇది ఉపయోగపడుతుంది.

కణం P యొక్క స్థాన సదిశ.

$$\vec{OP} = \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}, \quad |\vec{OP}| = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

3  $|a+b| = |a-b|$  అయితే సదిశలు  $a$  మరియు  $b$  ల మధ్యకోణం  $90^\circ$  లని చూపండి.

జ:  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  మరియు  $\vec{a}, \vec{b}$  ల మధ్య కోణం  $\theta$  అనుకుంటే.

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

$$\Rightarrow 4ab \cos \theta = 0$$

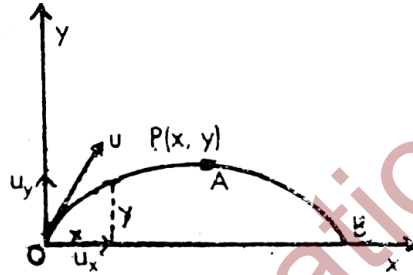
$$\Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

4. క్షితిజ సమాంతరంతో కొంత కోణం చేస్తూ విసిరిన వస్తువు ( ప్రక్షిప్త ) పథం పరావలయం అని చూపించండి.

జ: ఒక వస్తువును క్షితిజ సమాంతరంతో  $\theta$  కోణం చేస్తూ  $u$  తొలి వేగంతో ప్రక్షిప్తం చేసారనుకుంటే.

వస్తువు  $u_x$  -క్షితిజ సమాంతర వేగాంశం,  $u_y$  -క్షితిజ లంబ వేగాంశాలను కల్గియుంటుంది. క్షితిజ సమాంతర వేగాంశం  $u_x$  -స్థిరంగా ఉండి, లంబవేగాంశం  $u_y$  మారుతుంది.

ఏదైనా క్షణంతో వస్తువు  $P(x, y)$  బిందువును చేరుటకు 't' సెకనుల కాలం పట్టిన క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయాణించిన దూరం  $X$ .



**క్షితిజ సమాంతర దిశ**

క్షితిజ సమాంతర దిశలో దూరం  $x$  అనుకుంటే.

వస్తువు వేగం  $u_x$  స్థిరంగా ఉంటుంది. కావున వస్తువు సమవేగంలో ప్రయాణించిన దూరం

$x =$  సమ వేగం  $\times$  కాలం

$$x = u_x t = (u \cos \theta) t$$

$$\therefore t = \frac{x}{u \cos \theta} \dots \dots \dots (1)$$

**క్షితిజ లంబ దిశ**

వస్తువు తొలి క్షితిజ లంబాంశం  $u = u_y = u \sin \theta$

వస్తువులో త్వరణం  $a = -g$

ప్రయాణించిన కాలం  $t = t$

ప్రయాణించిన దూరం  $S = y$

$$\therefore S = ut + \frac{1}{2} at^2 \text{ నుండి,}$$

$$y = u_y t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$y = (u \sin \theta) \frac{x}{u \cos \theta} - \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{u \cos \theta} \right)^2$$

$$Y = x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{g}{u^2 \cos^2 \theta} x^2$$

ఇక్కడ  $A = \tan \theta$  ;  $\frac{1}{2} \frac{g}{u^2 \cos^2 \theta} = B$  అనుకుంటే

$$\therefore Y = Ax - Bx^2$$

కావున ప్రక్షిప్త వస్తువు పథం పరావలయం గా ఉంటుంది.

5. ఒక ప్రక్షేపకం యొక్క గరిష్టోన్నతి మరియు వ్యాప్తులు వరుసగా  $\frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$  మరియు  $\frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

అని చూపించండి. ఇక్కడ వాడిన పదాలను సాధారణంగా ఉపయోగించే అర్థంలోనే వాడాలి.

జ : గరిష్ట ఎత్తు

ప్రక్షేపక వస్తువు క్షితిజ లంబ వేగాంశం సున్నా అయ్యే లోపుగా అది  $Y$ -దిశ లో చేరుకోగల ఎత్తును దాని గరిష్టోన్నతి  $H$  అంటారు.

క్షితిజ లంబ తొలి వేగాంశం  $u = u \sin \theta$

త్వరణం  $a = -g$

క్షితిజ లంబ తుది వేగాంశం  $v = 0$

స్థానభ్రంశం  $s = H$

$$v^2 - u^2 = 2as \Rightarrow 0^2 - u^2 \sin^2 \theta = -2gH$$

$$\therefore H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

వ్యాప్తి

పలాయన కాలం ( $T$ )లో ప్రక్షేపకం క్షితిజ సమాంతర దిశలో ప్రయాణించిన దూరాన్ని క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి అంటారు.

వ్యాప్తి ( $R$ ) = క్షితిజ సమాంతర దిశలో వేగము  $\times$  పలాయన కాలం

$$R = u \cos \theta \times T$$

కాని  $T = \frac{2u \sin \theta}{g}$

$$R = u \cos \theta \times \frac{2u \sin \theta}{g} = u^2 \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$



$$\therefore R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

6. క్షితిజంతో  $45^\circ$  కోణంతో ప్రక్షిప్తంచేసిన ప్రక్షేపకం చేరే గరిష్ట ఎత్తు దాని వ్యాప్తిలో నాలుగో వంతు ఉంటుందని చూపండి.

జ: గరిష్ట ఎత్తు  $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$

వ్యాప్తి  $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

$$\frac{H}{R} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \times \frac{g}{u^2 \sin 2\theta} = \frac{\tan \theta}{4}$$

$$\theta = 45^\circ, H = \frac{R}{4}$$

### లెక్కలు

1. ప్రక్షేపక కోణం  $\theta$  వ్యాప్తి,  $R$  గరిష్ట ఎత్తు  $h$  ప్రయాణ కాలం  $T$  అయితే  
(a)  $\tan \theta = 4h/R$  and (b)  $h = gT^2/8$  అని చూపండి.

జ: (a)  $h = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$  మరియు  $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{u^2 2 \sin \theta \cos \theta}{g}$

$$\therefore \frac{h}{R} = \frac{\tan \theta}{4} \quad \text{లేక} \quad \tan \theta = \frac{4h}{R}$$

(b)  $h = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$  మరియు  $T = \frac{2u \sin \theta}{g} \Rightarrow T^2 = \frac{4u^2 \sin^2 \theta}{g^2}$

$$\therefore \frac{h}{T^2} = \frac{g}{8} \quad \text{లేక} \quad h = \frac{gT^2}{8}$$

2. క్షితిజ సమాంతరంతో  $60^\circ$  కోణం చేస్తూ  $800\text{m/s}$  తొలి వేగంతో ఒక ప్రక్షేపకాన్ని పేల్చారు.  
ఎ) భూమికి తాకే ముందు ప్రక్షేపకం ప్రయాణ కాలం కనుక్కోండి  
బి) అది భూమిని తాకే ముందు ప్రయాణించిన దూరాన్ని (వ్యాప్తి) కనుక్కోండి  
సి) గరిష్ట ఎత్తుకు చేరుకోడానికి వట్టే ప్రయాణ కాలాన్ని కనుక్కోండి.

జ:  $\theta = 60^\circ, u = 800\text{m/s}, g = 9.8\text{ m/s}^2$

$$ఎ) T = \frac{2u \sin \theta}{g} = \frac{2 \times 800 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{9.8} = 141.4 \text{ sec}$$

$$బి) R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(800)^2 \times \sin 120}{9.8} = 56.555 \text{ km}$$

$$సి) t = \frac{T}{2} = \frac{u \sin \theta}{g} = 70.7 \text{ sec}$$

3. భూమికి ఏటవాలుగా ప్రక్షిప్తం చేసిన కణం తన పథంలో గరిష్ట బిందువు దగ్గర ఉన్నప్పుడు ప్రక్షేపక బిందువు దృష్ట్యా దాని స్థాన నదిశ పరిమాణం అది చేరుకోనే గరిష్ట ఎత్తుకు  $\sqrt{2}$  రెట్లు ఉన్నట్లయితే ప్రక్షేపక కోణం  $\tan^{-1}(2)$  అని చూపండి.

$$\text{జ: } \vec{r} = \frac{R}{2} \hat{i} + H \hat{j}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + H^2}$$

$$\text{కాని, } |\vec{r}| = \sqrt{2}H \text{ (ఇచ్చిన)}$$

$$\therefore \sqrt{2}H = \sqrt{\frac{R^2}{4} + H^2}$$

$$\text{Or } 2H^2 = \frac{R^2}{4} + H^2 \quad \text{Or } R = 2H$$

$$\frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = 2 \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\text{Or } \tan \theta = 2 \text{ (or) } \theta = \tan^{-1}(2)$$

4. భూమి పైనుంచి ఒక కణాన్ని కొంత తొలివేగంతో క్షితిజ సమాంతరానికి  $45^\circ$  కోణంతో ప్రక్షిప్తం చేశారు. అది క్షితిజ సమాంతరంగా 10 m దూరం ప్రయాణించేంతలో, భూమినుంచి 7.5 m ఎత్తుకు చేరుతుంది. ప్రక్షేపకం తొలివడి ఎంత ? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

$$\text{జ: } \theta = 45^\circ ; x = 10 \text{ m} ; y = 7.5 \text{ m} ; g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2u^2 \cos^2 \theta}\right)x^2$$

$$7.5 = (\tan 45^\circ)(10) - \left(\frac{10}{2u^2 \cos^2 45}\right)(10)^2$$

$$u = 20 \text{ m/s}$$

## అదనపు లెక్కలు

1. క్రింద ఇచ్చిన రాశులు సదిశలా లేదా అదిశలా తెలపండి. ఘనపరిమాణం, ద్రవ్యరాశి, వడి, త్వరణం, సాంద్రత, మోల్ల సంఖ్య వేగం, కోణీయ పౌనఃపున్యం, స్థానభ్రంశం, కోణీయ వేగం,

జ: అదిశలు

ఘనపరిమాణం, ద్రవ్యరాశి, వడి, సాంద్రత, మోల్ల సంఖ్య కోణీయ పౌనఃపున్యం సదిశలు  
త్వరణం, వేగం, స్థానభ్రంశం, కోణీయవేగం.

2. క్రింద ఇచ్చిన సదిశ, అదిశ రాశుల మధ్య జరిగే బీజగణిత పరిక్రియలు అర్థవంతమైనవో, కావో కారణాలతో వివరించండి.

ఎ) ఏవైనా రెండు అదిశల సంకలనం, బి) ఒకే మితులు ఉన్న అదిశను సదిశకు సంకలనం చేయడం, సి) ఏదైనా సదిశను ఏదైనా అదిశతో గుణించడం, డి) ఏవైనా రెండు అదిశలను గుణించడం, ఇ) ఏవైనా రెండు సదిశలను సంకలనం చేయడం, ఎఫ్) ఒక సదిశ అంశాన్ని అదే సదిశకు సంకలనం చేయడం

జ: ఎ) కాదు, అదిశ ఒక భౌతిక రాశిని సూచిస్తుంది.

బి) కాదు, సదిశ మరొక సదిశతోనే కూడతాం.

సి) అవును.

డి) అవును.

ఇ) కాదు. రెండు సదిశలు ఒకే భౌతిక రాశిని సూచిస్తాయి.

ఎఫ్) కాదు.

3. క్రింద ఇచ్చిన ప్రవచనాలను జాగ్రత్తగా చదివి కారణాలతో, అవి తప్పా లేదా ఒప్పు తెలియజేయండి.

ఎ) సదిశ పరిమాణం ఎప్పుడూ అదిశే.

బి) సదిశ ప్రతీ అంశం ఎప్పుడూ అదిశే.

జ: ఎ) సత్యం, ఏదైనా సదిశ రాశి పరిమాణం ఒక ధనాత్మక సంఖ్యను మాత్రమే సూచిస్తుంది

బి) అసత్యం. ఒక సదిశాంశం సదిశ అవుతుంది.

4. 4.0 km/h వడితో ఈదగలడు. 1.0 km వెడల్పు ఉండి 3.0 km/h సమవడితో ప్రవహిస్తున్న నదిని ప్రవాహ దిశకు లంబంగా ఈదుతూ ఎంత కాలంలో దాటగలడు? రెండో ఒడ్డుకు చేరేటప్పటికి అతడు నదిలో ఎంత క్రిందకు ప్రయాణిస్తాడు ?

జ: నదిని దాటడానికి పట్టు కాలం =  $\frac{\text{నది వెడల్పు}}{\text{వ్యక్తి వేగం}} = \frac{1\text{km}}{4\text{km/hr}} = 15\text{min.}$

$$t = \frac{1}{4} = 0.25 h = 15 \text{ min}$$

$$\text{దూరం} = v_R \times t = 3 \times 1/4 = 0.75 \text{ km} = 750 \text{ m.}$$

5.  $(\vec{a} + \vec{b})$  మరియు  $(\vec{a} - \vec{b})$  అను రెండు బలాలు పరస్పర లంబంగా పని చేసిన ఫలిత బలం ఎంత ?

జ: ఫలిత బలం  $R = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$