నిష్పత్తి-అనుపాతం

నిష్పత్తి

- ఒకే ప్రమాణంలో ఉన్న రెండు రాశుల మధ్య పోలికను నిష్పత్తి అంటారు.

  x, y అనే రెండు రాశుల మధ్య నిష్పత్తిని '$x : y$' అని సూచిస్తాం. దీన్ని 'x is to y' అని చదువుతాం.

$$x : y = \frac{x}{y}$$

  రెండు రాశుల మధ్య నిష్పత్తిని కనుక్కోవాలంటే ఆ రెండు రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఉండాలి.
- $x : y$ అనే నిష్పత్తిలో x, y లను నిష్పత్తి పదాలు అని అంటారు. 'x'ను పూర్వపదం (Antecedent) అని, 'y'ను పరపదం (Consequent) అని అంటారు.
- నిష్పత్తిలో పదాల క్రమం పరిగణించదగింది. అంటే $x : y$, $y : x$ అనే రెండు నిష్పత్తులు సమానం కావు.

  $x : y \neq y : x$

అనుపాతం

రెండు నిష్పత్తుల మధ్య సమానత్వాన్ని అనుపాతం అని అంటారు.

$a : b = c : d$ అయితే a, b, c, dలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటారు.

$a : b = c : d$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

∴ అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యముల లబ్ధం.

ఉదాహరణలు

1. $x : y = 3 : 4$ అయితే $(4x + 5y) : (5x - 2y)$ విలువ ఎంత?

సాధన:

$x : y = 3 : 4$ కాబట్టి

$x = 3k$,

$y = 4k$ అనుకోవచ్చు.

$\Rightarrow (4x + 5y) : (5x - 2y)$

$$= \frac{4x + 5y}{5x - 2y}$$

$$= \frac{4 \times 3k + 5 \times 4k}{5 \times 3k - 2 \times 4k}$$

$$= \frac{32k}{7k} = \frac{32}{7} = 32 : 7$$

∴ సమాధానం 32 :7

గమనిక: పై ప్రశ్నలో నేరుగా 'x'కి బదులు 3, 'y'కి బదులు 4ను ప్రతిక్షేపించినా కూడా సమాధానం వస్తుంది.

2. $A : B : C = 2 : 3 : 4$ **అయితే** $\frac{A}{B} : \frac{B}{C} : \frac{C}{A}$ **విలువ ఎంత?**

సాధన:

$$\frac{A}{B} : \frac{B}{C} : \frac{C}{A} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{4}{2}$$

2, 3, 4ల క.సా.గు. 12 కాబట్టి నిష్పత్తిలోని మూడు పదాలను 12తో గుణిస్తే,

$$= \frac{2}{3} \times 12 : \frac{3}{4} \times 12 : \frac{4}{2} \times 12$$

$= 8 : 9 : 24$

∴ సమాధానం $8 : 9 : 24$

కొంత మొత్తాన్ని ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో విభజించడం:

3. 672ను 5 : 3 నిష్పత్తిలో విభజించండి.

సాధన:

మొదటి భాగం =

$$\frac{\text{మొత్తం} \times \text{మొదటి నిష్పత్తి పదం}}{\text{నిష్పత్తి పదాల మొత్తం}}$$

$$= \frac{672 \times 5}{5+3} = \frac{672 \times 5}{8}$$

$= 84 \times 5 = 420$

∴ మొదటి భాగం = 420

రెండో భాగం = $672 - 420 = 252$

∴ సమాధానం – 420, 252

గమనిక:

$$\text{రెండో భాగం} = \frac{\text{మొత్తం} \times \text{రెండో నిష్పత్తి పదం}}{\text{నిష్పత్తి పదాల మొత్తం}}$$

SAKSHI

మరికొన్ని ఉదాహరణలు

1. A,B,C లు కలిసి ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. 1/6 వంతు పెట్టుబడిని A 1/6 వంతు కాలానికి పెట్టాడు. 1/3 వంతు పెట్టుబడిని B 1/3 వంతు కాలానికి పెట్టాడు. మిగిలిన పెట్టుబడిని C మొత్తం కాలానికి పెట్టాడు. వారికి వచ్చిన లాభం ₹ 23,000. ఐతే అందులో A వాటా ఎంత?

సాధన:

దత్తాంశం ప్రకారం C పెట్టుబడి $=1-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{6-1-2}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ వంతు

సాధారణత కోల్పోకుండా పెట్టుబడి పెట్టిన మొత్తం కాలాన్ని 12 నెలలు అనుకుందాం. అప్పుడు A పెట్టుబడి పెట్టిన

కాలం $=\frac{1}{6}\times 12=$ 2 నెలలు.

B పెట్టుబడి పెట్టిన కాలం $=\frac{1}{3}\times 12=$ 4 నెలలు.

C పెట్టుబడి పెట్టిన కాలం = 12 నెలలు.

మొత్తం లాభంలో A,B,C ల వాటా మధ్య నిష్పత్తి $=\left(\frac{1}{6}\times 2\right):\left(\frac{1}{3}\times 4\right):\left(\frac{1}{2}\times 12\right)$

$=\frac{1}{3}:\frac{4}{3}:6$ = 1: 4:18

$\Rightarrow$ ₹ 23,000 లాభంలో A వాటా $=\frac{1}{(1+4+18)}\times 23000$ = ₹ 1000

2. A,B,C లు కలిసి ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. వచ్చిన మొత్తం లాభం లో 2/3 వంతు A తీసుకున్నాడు. మిగతా లాభాన్ని B,C లు సమానంగా పంచుకు న్నారు. లాభ శాతం 5 నుంచి 7కి పెరిగితే A కి అదనంగా ₹ 400 లాభం వస్తుంది. ఐతే B పెట్టుబడి ఎంత?

సాధన: A,B,Cలు కలిసి పెట్టిన మొత్తం పెట్టుబడి = ₹ x అనుకుందాం.

లాభ శాతం 5 ఐతే వచ్చే లాభం $=\frac{x\times 5}{100}=$ ₹ $\frac{x}{20}$

దత్తాంశం ప్రకారం ఇందులో A వాటా $=\frac{2}{3}\times\frac{x}{20}=$ ₹ $\frac{x}{30}$

లాభ శాతం 7 ఐతే వచ్చే లాభం $=\frac{x\times 7}{100}=\frac{7x}{100}$

ఈ లాభంలో A వాటా $=\frac{2}{3}\times\frac{7x}{100}=\frac{7x}{150}$

$\Rightarrow$ దత్తాంశం ప్రకారం $\frac{7x}{150} - \frac{x}{30} = 400$

$\Rightarrow \frac{7x - 5x}{150} = 400$

$\Rightarrow 2x = 400 \times 150 = 60000$

$\Rightarrow x = 30000$

లాభంలో A వాటా 2/3 వంతు పోగా

మిగిలేది $= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ వంతు

దీన్ని BC లు సమంగా పంచుకొంటారు కాబట్టి B,C ల ఒక్కొక్కరి వాటాలు $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ వంతు

అంటే మొత్తం పెట్టుబడిలో Bది 1/6 వంతు

$\therefore$ B పెట్టుబడి $= \frac{1}{6} \times 30000$ = ₹ 5,000

3. ₹ 2700 పెట్టుబడితో P ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించాడు. కొంతకాలం తర్వాత ₹ 2025 పెట్టుబడితో ఆ వ్యాపారంలో Q భాగస్వామయ్యాడు. ఏడాది చివర వచ్చిన లాభాన్ని వారు 2:1 నిష్పత్తిలో పంచు కున్నారు. ఐతే ఎన్ని నెలల తర్వాత Q ఆ వ్యాపారంలో చేరినట్లు?

సాధన:

x నెలల పాటు Q పెట్టుబడి పెట్టాడు అని అనుకుందాం. అప్పుడు Q పెట్టిన మొత్తం పెట్టుబడి = ₹ 2025x

అలాగే p మొత్తం పెట్టుబడి= 2700×12

పెట్టుబడుల మధ్య నిష్పత్తి = లాభంలో వాటాల మధ్య నిష్పత్తి = 2:1

$\Rightarrow \frac{2700 \times 12}{2025x} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow 2700 \times 12 = 2 \times 2025x$

$\Rightarrow x = \frac{2700 \times 12}{2 \times 2025} = 8$

అంటే Q మొత్తం 8 నెలలపాటు పెట్టుబడి పెట్టాడు.

$\therefore$ 12-8=4 నెలల తర్వాత Q ఆ వ్యాపా రంలో చేరినట్లు.

4. ఒక వ్యాపారంలో A,B,Cలు భాగ స్వాములు. మొత్తం పెట్టుబడిలో 1/6 వంతు B పెట్టాడు. A పెట్టుబడి B,C ల మొత్తం పెట్టుబడికి సమానం. మొత్తం లాభం ₹ 24000 ఐతే C వాటా?

సాధన:

మొత్తం పెట్టుబడి = ₹ x అనుకుంటే అప్పుడు B పెట్టుబడి= ₹ x/6

A– పెట్టుబడి = x/6+C పెట్టుబడి

ఇప్పుడు A,B,C ముగ్గురి పెట్టుబడుల మొత్తం = (x/6+C పెట్టుబడి)

$+\frac{x}{6}$+C పెట్టుబడి = x

$\Rightarrow \frac{x}{3}$ +2×C పెట్టుబడి = x

⇒ 2×C పెట్టుబడి

$= x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$

⇒ C పెట్టుబడి $= \frac{x}{3}$

అంటే మొత్తం పెట్టుబడిలో C ది 1/3 వంతు.

∴ మొత్తం లాభంలో C వాటా

$= \frac{1}{3} \times 24000 =$ ₹ 8000.

5. A,B లు కలిసి ఒక పచ్చిక మైదానాన్ని 10 నెలలకు అద్దెకు తీసుకున్నారు. A 84 ఆవులను 7 నెలలపాటు ఆ పచ్చిక మైదానంలో మేపాడు. B చెల్లించిన అద్దె A చెల్లించిన అద్దెలో సగం. ఐతే మిగతా 3 నెలల్లో B ఆ పచ్చిక మైదానంలో ఎన్ని ఆవులు మేపాడు?

సాధన: మిగతా 3 నెలల్లో B మేపిన ఆవుల సంఖ్య = x అనుకుందాం

అప్పుడు అద్దెలో A,B లు చెల్లించాల్సిన వాటాల మధ్య నిష్పత్తి = 7×84 : 3×x = 196: x

కానీ దత్తాంశం ప్రకారం ఈ నిష్పత్తి = 2:1

⇒196: x = 2:1

⇒x×2 = 196×1 ⇒ x = 98

∴ మిగతా 3 నెలల్లో B 98 ఆవులు మేపాడు.

6. రెండు గొట్టాలు ఒక తొట్టిని వరుసగా 10, 12 నిమిషాల్లో నింపగలవు. నీటిని బయటకి తోడే గొట్టాన్ని తెరిస్తే ఈ రెండు గొట్టాలూ కలిసి తొట్టిని 15 నిమిషాల్లో నింపగలవు. ఐతే నీటిని బయటకి పంపే గొట్టం తొట్టిని ఎంతసేపట్లో ఖాళీ చేయగలదు?

సాధన: నీటిని బయటకి తోడే గొట్టం తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి పట్టే కాలం = x నిమిషాలు అనుకుందాం. అప్పుడు 1 నిమిషంలో మూడు గొట్టాలూ కలిసి నింపే తొట్టి భాగం

$= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{x} = \frac{6x + 5x - 60}{60x}$

$$=\frac{11x-60}{60x}$$

కానీ దత్తాంశం ప్రకారం మూడు గొటాలూ కలిసి 1 నిమిషంలో నింపే తొట్టిభాగం $=\frac{1}{15}$

$$\Rightarrow \frac{11x-60}{60x}=\frac{1}{15}$$

$\Rightarrow(11x–60)\times15= 60x\times1$

$\Rightarrow165x–900 = 60x$

$\Rightarrow165x–60x = 900 \Rightarrow105x= 900$

$$\Rightarrow x=\frac{900}{105}=\frac{60}{7}=8\frac{4}{7}$$

$\therefore$ నీటిని బయటకు తోడే గొట్టం ఆ తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి పట్టే కాలం $=8\frac{4}{7}$ నిమిషాలు

7. ఒక గొట్టం 4 గంటల్లో ఒక తొట్టిని నింపగలదు. కానీ ఆ తొట్టిలో లీకేజీ ఏర్పడ్డం వల్ల తొట్టి నింపడానికి 2 గంటలు ఎక్కువ సమయం పట్టింది. ఐతే నిండుగా ఉన్న తొట్టిని ఆ లీకేజీ ఎంతసేపట్లో ఖాళీ చేయగలదు?

సాధన:

నిండుగా ఉన్న తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి లీకేజీకి పట్టే కాలం = x గంటలు అనుకుందాం.

అప్పుడు తొట్టిని నింపేగొట్టం, లీకేజీలు కలిసి 1 గంటలో తొట్టిని నింపే భాగం $=\frac{1}{4}-\frac{1}{x}$

కానీ దత్తాంశం ప్రకారం ఇది

$$=\frac{1}{4+2}=\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{1}{x}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{3-2}{12}=\frac{1}{12}$$

$\therefore$ x = 12

అంటే నిండుగా ఉన్న తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి లీకేజీకి పట్టే సమయం = 12 గంటలు.

8. A,B అనే రెండు గొట్టాలు ఒక తొట్టిని 71/2 గంటల్లో నింపగలవు. ఈ రెండు గొట్టాలను 71/2 గంటలపాటు తెరిచి ఉంచి ఆ తర్వాత Bని మూసివేశారు. అప్పటి నుంచి A గొట్టం ఒక్కటే ఆ తొట్టిని 62/3 గంటల్లో నింపింది. ఐతే A గొట్టం ఒక్కటే పనిచేస్తే ఆ తొట్టి ఎంత సేపట్లో నిండుతుంది?

సాధన:

రెండు గొట్టాలూ కలిసి తొట్టిని నింపడానికి పట్టే కాలం = 71/2 గంటలు

$\Rightarrow$ 21/2 గంటల్లో రెండు గొట్టాలు కలిసి నింపగల తొట్టి భాగం

$$=\frac{2\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

అంటే ఇంకా నిండాల్సిన తొట్టిలోని భాగం = 1–1/3 = 2/3

ఈ 2/3 వంతు తొట్టిని నింపడానికి A ఒక్క గొట్టానికి పట్టిన కాలం

$$=6\frac{2}{3}\text{ గంటలు } =\frac{20}{3}\text{ గంటలు}$$

⇒ పూర్తి తొట్టిని నింపడానికి A ఒక్క గొట్టా నికి పట్టేకాలం

$$=\frac{\frac{20}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{20}{3}\times\frac{3}{2}=10$$

∴ A గొట్టం ఒక్కటే పనిచేస్తే ఆ తొట్టి పూర్తిగా నిండడానికి పట్టే కాలం = 10 గంటలు.

9. ఒకతొట్టికి A,B,C అనే 3 గొట్టాలు అమర్చి ఉన్నాయి. A,B లు ఈ తొట్టిని వరుసగా 4,5 గంటల్లో నింపగలవు. C ఈ తొట్టిని 2 గంటల్లో ఖాళీ చేయగలదు. ఈ మూడు గొట్టాలనూ వరుసగా 1A.M., 2A.M., 3 A.M. లకు తెరిస్తే ఆ తొట్టి ఎప్పుడు ఖాళీ అవుతుంది?

సాధన: దత్తాంశం ప్రకారం 1 గంటలో మూడు గొట్టాలూ కలిపి చేసే పని

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}=\frac{5+4-10}{20}=-\frac{1}{20}$$

అంటే 1 గంటలో A,B,C లు మూడూ కలిసి 1/20 వంతు తొట్టిని ఖాళీ చేయ గలవు.

దత్తాంశం ప్రకారం A ని 1AM కి, B ని 2AM కి తెరిచారు. కాబట్టి 3AM వరకు ఈ రెండు గొట్టాలూ కలిసి నింపగల తొట్టిలోని భాగం

$$=\frac{2}{4}+\frac{1}{5}=\frac{10+4}{20}=\frac{14}{20}$$

ఇప్పుడు 3AM నుంచి మూడు గొట్టాలూ పనిచేయడం ప్రారంభిస్తాయి. మూడు గొట్టాలూ కలిసి 1/20 వంతు తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి 1 గంట తీసుకుంటాయి. కాబట్టి 14/20 వంతు తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి 14 గంటలు తీసుకుంటాయి.

∴ తొట్టి ఖాళీ అయ్యే సమయం = 3AM+14 గంటలు = 5PM

10. నిండుగా ఉన్న తొట్టిని ఒక గొట్టం 30 నిమిషాల్లో ఖాళీ చేయగలదు. ఐతే ఈ తొట్టిలోకి ఒక ట్యాప్‌ని వదిలితే తొట్టిని ఖాళీ చేయడానికి గొట్టానికి 40 నిమిషాలు పడుతుంది. ఐతే తొట్టిని నింపడానికి ఆ ట్యాప్‌కి ఎంత సమయం పడుతుంది?

సాధన:

తొట్టిని నింపడానికి ట్యాప్‌కి పట్టే సమయం x నిమిషాలు అనుకుందాం.

అప్పుడు 1 నిమిషంలో గొట్టం, ట్యాప్ కలిసి చేసే పని

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{30}$$

కానీ దత్తాంశం ప్రకారం ఈ రెండూ కలిసి 1 నిమిషంలో చేసే పని $= -\frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{30} = -\frac{1}{40}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{4-3}{120} = \frac{1}{120}$$

$\Rightarrow x = 120.$ అంటే తొట్టిని నింపడానికి ఆ ట్యాప్‌కి పట్టే సమయం = 120 నిమిషాలు

SAKSHI