

కాలం-పని-1

ప్రతి పోటీ పరీక్షలో కూడా 'కాలం-పని' అనే అంశం నుంచి ప్రశ్నలు తప్పనిసరిగా అడుగుతారు.

కాలం-పని:

కాలం, పనికి సంబంధించి ముఖ్యంగా 3 అంశాలు ఉంటాయి. అవి:

- 1) పని చేసే మనుషులు లేదా యంత్రాలు
- 2) పని చేయడానికి పట్టే కాలం: నెలలు, రోజులు, గంటలు, నిమిషాలు మొదలైనవి
- 3) పని పరిమాణం

పనికి ఎటువంటి ప్రమాణాలూ లేవు. కాబట్టి పనిని సాధారణంగా యూనిట్లలో చెప్పొచ్చు.

- 1) ఒక పూర్తి పనిని ఒక యూనిట్‌గా పరిగణిస్తారు. ఒక మనిషి ఒక పనిని పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం 't' రోజులు. అయితే

$$\text{అతడు ఒక్కరోజులో చేసే పని} = \frac{1}{t} \text{ యూనిట్లు}$$

- 2) ఒక వ్యక్తి ఒక్కరోజులో చేసే పని $= \frac{1}{t}$ యూనిట్లు. అయితే 'n' యూనిట్ల పని చేయడానికి అతడికి పట్టే కాలం $= n \times t$ రోజులు

- 3) ఒక పనిని A, B అనే ఇద్దరు వ్యక్తులు వరుసగా t_1, t_2 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలిగితే, ఇద్దరు కలిసి

$$T = \frac{t_1 \times t_2}{t_1 + t_2} \text{ రోజులు}$$

ఆ పనిని పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం

$$\text{అలాగే } t_2 = \frac{t_1 \times T}{t_1 - T} \text{ రోజులు}$$

- 4) ఒక పనిని A, B, C అనే ముగ్గురు వ్యక్తులు వరుసగా t_1, t_2, t_3 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలిగితే..

ముగ్గురు కలిసి ఆ పనిని పూర్తి చేయడానికి పట్టే కాలం (T):

$$T = \frac{t_1 \times t_2 \times t_3}{t_1 \times t_2 + t_2 \times t_3 + t_3 \times t_1} \text{ రోజులు}$$

అలాగే

$$t_3 = \frac{t_1 \times t_2 \times T}{t_1 \times t_2 - t_2 \times T - T \times t_1} \text{ రోజులు}$$

ఉదాహరణ 1

ఒక పనిని పూర్తి చేయడానికి A, Bలకు వరుసగా 20, 30 రోజులు పడుతుంది. ఇద్దరు కలిసి పనిచేస్తే ఆ పని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తవుతుంది?

- ఎ) 15 బి) 25 సి) 12 డి) 18

సమాధానం

$$t_1 = 20, t_2 = 30$$

$$T = \frac{t_1 \times t_2}{t_1 + t_2} \text{ అనే సూత్రాన్ని ఉపయోగించి}$$

$$T = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12 \text{ రోజులు}$$

∴ A, Bలు ఇద్దరు కలిసి ఆ పనిని 12 రోజుల్లో పూర్తి చేస్తారు.

∴ సమాధానం: సి

ఉదాహరణ 2

ఒక పనిని A, Bలు కలిసి 6 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని A ఒక్కడు 10 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలడు. అయితే ఆ పనిని B ఒక్కడు పూర్తి చేయడానికి పట్టే రోజుల సంఖ్య?

- ఎ) 8 బి) 15
సి) 12 డి) 16

సమాధానం

$$T = 6, t_1 = 10$$

$$t_2 = \frac{t_1 \times T}{t_1 - T}$$

అనే సూత్రాన్ని ఉపయోగించి

$$t_2 = \frac{6 \times 10}{10 - 6} =$$

$$\frac{60}{4} = 15$$

రోజులు

∴ సమాధానం: బి

ఉదాహరణ 3

A, B, C అనే ముగ్గురు వ్యక్తులు కలిసి ఒక పనిని 3 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని A, Bలు వరుసగా 15, 6 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలరు. అయితే అంతకు రెట్టింపు పనిని C ఒక్కడు ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తి చేయగలడు?

ఎ) 20 బి) 5 సి) 18 డి) ఏదీకాదు

సమాధానం

$$T = 3, t_1 = 15, t_2 = 6$$

$$t_3 = \frac{t_1 \times t_2 \times T}{t_1 \times t_2 - t_2 \times T - T \times t_1}$$

అనే సూత్రాన్ని సరించి

$$t_3 = \frac{15 \times 6 \times 3}{15 \times 6 - 6 \times 3 - 3 \times 15}$$

= 10 రోజులు

అంటే Cకి ఆ పనిని (ఒక యూనిట్ పని) చేయడానికి పట్టే కాలం 10 రోజులు.

∴ అంతకు రెట్టింపు పనిని (రెండు యూనిట్ల పని) చేయడానికి పట్టే కాలం = $2 \times 10 = 20$ రోజులు

∴ సమాధానం: ఎ

ఇటువంటి ప్రశ్నలను నేరుగా కింది సూత్రంతో కూడా సాధించవచ్చు

$$t_3 = \frac{n \times t_1 \times t_2 \times T}{t_1 \times t_2 - t_2 \times T - T \times t_1}$$

‘n’ అంటే చేయవలసిన పని యూనిట్లలో

ఈ ప్రశ్నలో $n = 2$

ఒకవేళ సగం పని అని అంటే $n = \frac{1}{2}$ అవుతుంది.

ఉదాహరణ 4

ఒక పనిని A, Bలు కలిసి 12 రోజుల్లో, B, Cలు కలిసి 15 రోజుల్లో, C, Aలు కలిసి 20 రోజుల్లో చేయగలరు. అయితే A, B, C ముగ్గురు కలిసి ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తి చేయగలరు?

ఎ) 10 బి) 7 సి) 8 డి) 9

సమాధానం

$$(A + B) \text{ల ఒక్కరోజు పని} = \frac{1}{12}$$

$$(B + C) \text{ల ఒక్కరోజు పని} = \frac{1}{15}$$

$$(C + A) \text{ల ఒక్కరోజు పని} = \frac{1}{20}$$

పై మూడింటిని కలుపగా

$$2(A + B + C) \text{ల ఒక్కరోజు పని} \\ = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore (A + B + C) \text{ల ఒక్కరోజు పని} = \frac{1}{10}$$

$\therefore A, B, C$ ముగ్గురు కలిసి ఆ పనిని చేయడానికి 10 రోజులు పడుతుంది.

\therefore సమాధానం: ఎ